

A Cosmologia Evolucionista de Sir A. S. Eddington *

INTRODUÇÃO

Em 1936, P. Dirac realizara a unificação da Teoria Quântica com a Teoria da Relatividade Especial. Porém, não conseguira o mesmo efeito relativamente à Relatividade Generalizada. Estes problemas, entretanto, preocupavam o espírito de Sir Arthur S. Eddington. Reflectindo sobre estas questões, Eddington disse que o início da solução se encontrava relacionando os valores métricos das estruturas atômicas com o princípio de E. Mach. Para este pensador, o campo g é determinado pela massa dos corpos, isto é: g é condicionado e determinado pelo tensor energia da matéria T_{ik} . Só encontraria, Eddington, uma solução satisfatória, definindo o valor das constantes infratômicas, relacionadas com as constantes cósmicas.

As constantes básicas da Mecânica Quântica e da Cosmologia Científica, que Eddington apresentou, são:

e = carga do electrão.

m = massa dum electrão.

M = massa dum protão.

h = constante de Planck.

c = velocidade da luz.

G = constante de gravitação.

Λ = constante de recessão galáctica.

Este conjunto de constantes, relacionadas entre si, traduzem-se por números puros sem dimensão ¹.

* Dado que se celebra neste ano de 1982 o centenário do nascimento deste tão célebre astrónomo e cosmólogo inglês, quisémos, assim, homenageá-lo com a publicação deste trabalho, que constitui o nosso Seminário do ano académico de 1973, realizado na Faculdade de Filosofia de Braga, da Universidade Católica, sob a orientação do Prof. Dr. Vitorino S. Alves, S. J.

¹ Sir A. S. Eddington, *New Pathways in Science*, At the University Press, Cambridge, 1935, p. 230.

No «New Pathways in Science» (1955), Eddington tem as seguintes palavras: «Thus eliminating all reference to our artificial standards, we arrive at *four pure numbers or ratios* contained in the natural structure of the universe (...) I will give then here symbolically:

$$(A) M/m ; (B) hc/2\pi x^2 ; (C) e^2/GMm ; (D) \frac{2\pi c}{h} \sqrt{\frac{M \cdot m}{\lambda}}^2$$

Podemos apresentar outro processo de relação e seu valor aritmético consequente:

$$\frac{e^2}{G m_e m_p} \approx 2,3 \cdot 10^{39}$$

O Valor Aritmético da atracção electrostática e da gravitação entre o protão e o electrão é dado na anterior equação.

O valor do raio da parte observável do Universo e do raio do electrão exprime-se no quociente seguinte:

$$\frac{c H^{-1}}{e^2 m_e^{-1} c^{-2}} \approx 2,3 \times 10^{39}$$

Entre a massa do Universo e a massa do protão, temos a relação seguinte:

$$\frac{r_0 c^3 H^{-3}}{m_p} \approx (2,3 \times 10^{39})^2$$

A energia potencial gravítica do Universo, no campo duma partícula de massa m , é uma função linear da M do cosmos e do seu raio. Simbolicamente, temos:

$$V \approx \frac{G m M}{R} = \frac{1}{G m r_0 c^2 H^2}$$

A relação da energia potencial e da $E_c = m c^2$ é dada na seguinte relação: $G r_0 H^{-2} = 1$. Eddington, na «Fundamental Theory», nas páginas 64 e 65, estabelece o cálculo e dedução das constantes físicas.

P. Dirac, impressionado com este sistema métrico, inferiu, «a-priori», o seguinte princípio, que ficou com o nome de *princípio cosmológico*, (1937): «Todos os grandes números da ordem de 10^{39} ; 10^{78} , ..., que aparecem nas teorias físicas, por abstracção dos coeficientes numéricos, são iguais a $(p, p^2, \dots, p^n, \dots)$ sendo p a época actual, expressa em unidades atómicas».

² A. S. E., o. c., p. 232.

Com base neste enunciado, Eddington deduziu o célebre — Número Cósmico —. Como veremos, trata-se dum par de números sem dimensão, cujos coeficientes são unários.

Mais tarde, E. Schrödinger diria que a Mecânica Ondulatória impõe uma razão formal para que o espaço seja fechado; isto é: as vibrações são descontínuas e proporcionam uma descrição adequada da atomocidade observável na matéria e electricidade. Para o efeito, relacionou o raio do Universo R , com o comprimento de onda de Compton: $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = c(1/\nu - 1/\nu') = (1 - \cos \varphi) h/m_0 c = 2\lambda \sin^2 \varphi / 2$.

Impõe-se, também, o número de protões existentes no Universo (10^{80}), mediante a seguinte relação: $\lambda = R/N$, a qual indica o erro sobre a posição do baricentro das N -partículas distribuídas num *espaço fechado*.

A fim de estabelecer uma síntese da Mecânica Quântica com a Cosmologia, inferindo que o Universo é fechado e finito, Eddington tomou como ponto de partida da sua Cosmologia, o teorema seguinte: «O estado de equilíbrio dum sistema isolado, implica um infinitamente grande de partículas e sem radiação».

Eddington, inicialmente, adoptou a posição de Einstein (1917), partindo da seguinte relação métrica:

$$\frac{G M}{c^2} \approx 1/2 \pi R.$$

Analisando, porém, a composição de M , substituiu-a por $1/2 N m_p$. $1/2 N$ que é o número de protões do sistema. Contudo, deveria incluir o somatório das massas dos electrões, mas desprezou-os por serem 1840 vezes menores. Eddington não considerou o valor dos neutrões, porque não eram conhecidos até então. A fórmula da massa do Universo de Einstein foi substituída por Eddington, por outra relação, onde figurariam, evidentemente, as massas dos protões em número total. Assim, a fórmula:

$$M = 4\pi^2 \cdot c^3 / K \sqrt{\Lambda} \text{ originou a seguinte: } G N m_p / c^2 = \pi R.$$

Com efeito, foram os começos duma teoria cosmológica, que possui algo de singular, se nos fixamos puramente na introdução das constantes quânticas, mas que reveste uma característica de inovação. Aqui temos o ponto de partida duma *Cosmologia Quântica*.

PRIMEIRA PARTE

FENOMENOLOGIA DO «URANOÍDE» DE EDDINGTON

A um Universo de Einstein, com o seguinte valor, para Massa total: $G N m_p / c^2 = \pi R$, deu Eddington o nome de URANOÍDE. Mas, o que é o Uranóide? — Leiamos a resposta, tal como nos é dada, na *Fundamental Theory*. «For the purpose of investigation we divide the Universe into two parts, namely: an *object-system*, and its *environment*. The most elementary formulae of physics relate to very simple object-system in very simple environments. Just as we have to begin with very simple objects-electrons, two particles, systems, etc. — so we have to begin with very simple *environments*-uniform, electrically neutral, etc.... These simple environments will be called — URANOIDS. A Uranoid is an ideally simplified universe just as a 'Geoid' (Listing) is an ideally simplified earth, and it is used in an analogous way (...) The Uranoid adopted as *standard environment* for our object-systems, is naturally taken to be a *steady uniform probability distribution of particules*. This, as we have seen, constitutes an Einstein universe, and occupies a hyperspherical space»³.

Eddington considera, ainda, uma outra entidade cosmológica, o PLANÓIDE. A distribuição das partículas, no *espaço vazio*, é pressuposta para continuar indefinidamente, o que se representa por funções de infinitos planos de ondas. Contudo, o «*environment*» num pequeno sistema é limitado por uma esfera de raio R_1 à volta do sistema-objecto, o qual contém N -partículas, sendo necessário o quociente de R_1 e N_1 para se determinar o valor da constante $|\sigma|$. A esta forma de «*standard environment*» chamamos Planóide.

O Planóide não é uma transformação matemática do Uranóide, mas antes uma *distribuição estatística*, fisicamente distinta⁴. O Planóide é uma variedade topológica tri-dimensional (espaço euclidiano).

Consideramos, com Eddington, uma dupla alternativa para um pequeno objecto-sistema, a saber:

- Uranóide, a zero-temperatura, com um raio de curvatura R_0 .
- Planóide, a zero-temperatura, de R_1 , contendo N_1 partículas.

³ Sir Arthur Stanley Eddington, *Fundamental Theory* (obra póstuma). At the University Press, Cambridge, 1946, p. 13.

⁴ A. S. E., o. c., p. 93.

Os comprimentos e as massas quânticas são constantes.

Daqui se segue que o valor de σ é o mesmo, de acordo com a seguinte relação métrica:

$$R_1^2 / 5 N_1 = \sigma^2 = R_0^2 / 4 N \quad 5$$

Porém, o *Uranóide* engloba, como caso particular, o *Planóide*. Geometricamente, o *Uranóide* é um hipereleipsóide (elipsóide a 4-dimensões).

O Uranóide é um *sistema instável*, sem radiação, ou um oscilador harmónico linear que está no «estado fundamental»; estado de baixo nível energético ($1/2 h \nu_0$), ou seja: de *nível zero*. O valor próprio do estado quântico estacionário do Uranóide é dado pela equação:

$$\hat{H} \Psi = E_0 \Psi \cdot N$$

$$\text{Em que: } \Psi = \sum_n a_n e^{-i/n \cdot E \cdot n \cdot t} \Psi_n(q)$$

— Substituindo, vem:

$$\hat{H} \Psi = E_0 \sum_n a_n e^{-i/n \cdot E \cdot n \cdot t} \Psi_n(q) \cdot N$$

O Uranóide é uma estrutura cósmica estacionária, porque a energia das N -partículas, que a constituem, possui valores determinados e satisfaz à seguinte relação quântica: $\hat{H} \Psi_n = E_n \Psi_n$ em que; E_n e $i \hbar \delta \Psi / \delta t = \hat{H} \Psi_n = E \Psi_n$ definem os valores adequados da energia. O Uranóide ocupa o *estado mínimo de energia* (o fundamental: E_0). Tende, portanto, para a menor energia possível: $(h \nu_0 / 2)$. As N -partículas que constituem o Universo constituem-se no *nível zérico*, segundo a expressão quântica:

$$E = (n + 1/2) h \nu$$

Fazendo $n = 0$ (estado do Uranóide); vem: $E = (0 + 1/2) h \nu_0 = 1/2 h \nu_0 = h \nu_0 / 2$.

Eddington partiu, para esta dedução, da equação de onda de E. Schrödinger⁶, a saber:

$$\{ d^2/dq^2 + 8 \pi^2 m / h^2 (E - 1/2 f q^2) \} \Psi = 0$$

⁵ A. S. E., o. c., p. 93.

⁶ A. S. E., o. c., p. 22.

Realizando as devidas substituições, para a energia de nível zero, nos átomos de hidrogénio, vem: $E_0 = h^2 \alpha / 8\pi^2 m = 1/2 h\nu_0$.

A lei geral do estado energético fundamental do Uranóide é a seguinte:

$$E_n = N (1/2 h\nu) \text{ ou } 1/2 N (h\nu_n), n = 1, 2, 3, \dots 7$$

O próprio Eddington diz que a *energia total das n-partículas* do Uranóide é E_0 , sendo a equação dessa energia igual a:

$$E_0 = \sum_j E_j = \sum_j \delta H^0 / \delta j_j \quad 8$$

A determinação do estado estacionário, que Eddington levara a cabo, é fundamental para a distribuição estatística das N-partículas, que constituem o Uranóide. A distribuição das n-partículas define-se como um fenómeno de *flutuação estacionária*.

A lei geral que regula a distribuição das n-partículas no Uranóide, é a seguinte:

$$f_N(y) = \left\{ 2\pi n_0 (1-n_0) N \right\}^{-1/2} \cdot e^{-y^2/2n_0} \cdot (1-n_0/N).$$

Se N/n_0 , então;

$$f_\infty(y) = (2\pi n_0)^{-1/2} e^{-y^2/2n_0}$$

Mas, como as distribuições no Uranóide estão submetidas a geodésicas, estas distribuições caracterizam-se por um *desvio específico*: $(n_0 - n_0^2/N)^{1/2}$. O valor da equação de distribuições será pois:

$$f_e(y) = (2\pi m^2_0 / N)^{-1/2} \cdot e^{-Ny^2/2n_0^2}$$

Atendamos, agora, ao que pensa Eddington sobre o fenómeno da flutuação no Uranóide: «According to Relativity Theory the only distribution of matter which can be in self-equilibrium is a uniform distribution filling a hyperspherical space. This is the well-known Einstein Universe. The hyperspherical space has finite volume; so that (N/n_0) is finite. The infinite euclidean space of classical theory corresponds to the limit when $N/n_0 \rightarrow \infty$, and the extraordinary fluctuation vanishes (...) The space becomes curved; and an extraordinary fluctuation is

⁷ A. S. E., o. c., p. 24.

⁸ A. S. E., o. c., p. 25.

introduced (...) We are going to show that the *space curvature* is simply a way of taking into account the *extraordinary fluctuation*»⁹.

Noutra passagem, Eddington diz-nos: «Thus the cosmical curvature replaces the fluctuations of the standard, and when we use the relativity representation of the universe in spherical space, the scale is to be treated as exact. This elimination of σ_e is statistical, so that the curvature representation is suitable for molar physics, which is concerned with statistical average of large numbers of particles»¹⁰.

Porém, uma distribuição conexa com esta e que condiciona a estatística geral do Uranóide, é a distribuição dos *números quânticos*. Esta distribuição obedece ao *princípio de constituição de N. Bohr*. Porém, o princípio chave para a interpretação dos números quânticos no Uranóide é o *princípio de exclusão de Pauli*. Segundo este, sobre cada nível simples, caracterizado por quatro números quânticos (n, l, j, m) , não pode existir mais do que um electrão. Ou seja: $E = f(n, l, j, m)$. A distribuição quântica no Uranóide fundamenta-se na *Estatística de Fermi-Dirac*, visto que o Uranóide é formado por átomos de H^1 ; e, sendo assim, possui um *peso atómico ímpar*, condição fundamental da Estatística de Fermi-Dirac. Num *sistema de Fermiões* (uranóide), a função de onda Ψ é uma combinação antisimétrica de produtos idênticos. Sob a forma de determinante temos:

$$\Psi = 1/\sqrt{N!} \cdot \begin{vmatrix} \Psi_{p_1}(\xi_1) & \Psi_{p_1}(\xi_2) & \dots & \Psi_{p_1}(\xi_N) \\ \Psi_{p_2}(\xi_1) & \Psi_{p_2}(\xi_2) & \dots & \Psi_{p_2}(\xi_N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_{p_N}(\xi_1) & \Psi_{p_N}(\xi_2) & \dots & \Psi_{p_N}(\xi_N) \end{vmatrix}$$

Num sistema de fermiões idênticos, não se podem encontrar duas ou n-partículas simultaneamente num só e mesmo estado (princípio de Pauli, 1925). Numa atmosfera electrónica, em torno do átomo do Uranóide, não pode haver dois electrões com os *estados quânticos iguais*. Os números quânticos variam quando passamos dum fermião a outro, no *Uranóide*. Daqui, a grande instabilidade quântica do Uranóide. Resumindo a aplicabilidade do princípio de exclusão de Pauli, Eddington diz a dado passo: «The Uranoid then consists of two particules which

⁹ A. S. E., o. c., p. 5.

¹⁰ A. S. E., o. c., p. 7.

mutually exclude one another from the zero state, $E = 0$ (...) When treated as a quantum particle superposed on a rigid environment, its energy must be taken to be: $\epsilon = C + K^2/2\mu_0$, where C is the additional energy of the system due to its presence but not included in its *own exclusion energy*: $K^2/2\mu_0$ of the other particle; so that $\epsilon = 2C$ »¹¹.

Eddington definiu o princípio de exclusão aplicado ao seu universo, nos seguintes termos: «In a steady-state the maximum number of particles is two *extracules* per cell h^3 of xp-space and two *intracules* per cell h^3 of zo-space»¹².

O princípio mecânico de exclusão do Uranóide tem por fórmula a tação, devido à «mechanical wave»¹³.

$$m_o = 3/4 \cdot \beta^{1/6} h \sqrt{(4/5 N)} / c.R_o$$

ou

$$n = 136/10 \cdot 3/4 \cdot \beta^{1/6} h \sqrt{(4/5 N)} / c.R_o$$

Estas equações têm validade para massas que satisfaçam à Teoria da Gravitação. No Uranóide, a exclusão de Pauli é um substituto da gravitação, devido à *mechanical wave*»¹³.

Para que se verifiquem as condições energéticas de nível zero é necessário que os números quânticos não coincidam completamente. Como o Uranóide não possui radiação, as N-partículas teriam que ocupar os n-estados mais baixos, verificando-se, assim, a exclusão. A energia de exclusão é a seguinte, em fórmula matemática:

$$\epsilon = 3/4 N / 2\mu (h / 2\pi R_o)^2$$

Foi a partir do princípio de exclusão que Eddington deduziu os valores métricos dessa mesma energia em função de N e R , como refere: «We may attempt to calculate the exclusion energy C directly from the density of the particle distribution in the nucleus, as in the theory of white dwarf matter. The cell formulation of the *exclusion principle* does not apply to protons unless the full complement of electrons is present, and we have to revert to extracules and intracules. The new energy is exclusion energy of the extracules, which are packed more closely in the nuclear planoid than in the uranoid; the exclusion energy of the double intracules has already been taken into account (§ 100).

¹¹ A. S. E., o. c., p. 86.

¹² A. S. E., o. c., p. 82.

¹³ A. S. E., o. c., pp. 82, 29.

Adapting $\bar{E} = 3/5 \cdot (3\sigma/8\pi)^{2/3} \cdot h^2/2\mu$ (energy of intracules), the energy per extracule is: $3/5 (3\sigma/8\pi)^{2/3} h^2/2\mu = 23.116 \text{ m.M}\mu$.»¹⁴

A *Densidade e Pressão do Uranóide* foi determinada por Eddington através das equações seguintes:

$$-r = k\sigma^{3/5} (k=1/5 (3/8\pi)^{2/3} \cdot h^2/\mu)$$

$$P = K^{5/3} (K = 1/5(3/8\pi)^{2/3} h^2/\rho)$$

A pressão do Uranóide tende para zero absoluto (-273°K)¹⁵.

O Uranóide de Eddington é um *Universo de Einstein*, instável, cheio de hidrogénio a 0° absoluto. Isto porque o átomo de hidrogénio contém um próton e um electrão, o qual ocupa um *nível energético mínimo*. Simplesmente, no Uranóide, o valor da temperatura tende para zero absoluto, tal como exige o princípio de Nernst:

$$\lim dS = -273^\circ \text{K.}$$

$$T \rightarrow 0$$

Trata-se dum universo formado por átomos de hidrogénio instáveis, tal como diz Eddington em MONTHLY NOTICES OF THE ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY, London, 16,91 (1931) pág. 412. Comentando estes pormenores, Eddington refere na «Fundamental Theory»: «Usually it is further specialised as a zero-temperature uranoid (...) The advantage of zero temperature is that the environment then consists of material particles only; whereas if the temperature is not zero it includes radiation. The standard Uranoid is also taken to be *electrically neutral*»¹⁶.

Este sistema formado de hidrogénio é instável e obedece, directamente, à equação de Schrödinger aplicada. A equação de onda do Uranóide (mais propriamente poderíamos chamar ao Uranóide: um *Atomão de Hidrogénio*) é a seguinte:

$$(W - \mu) \Psi = 0 \text{ em que } W = -i h \text{ grad.}$$

$$\text{Substituindo, vem: } (-i h \text{ grad} - \mu) \Psi = 0$$

¹⁴ A. S. E., o. c., pp. 90, 210.

¹⁵ A. S. E., o. c., pp. 90-91.

¹⁶ A. S. E., o. c., p.13.

Ou ainda, por outro processo:

$$(d/dr + iE_{45} j/r - E_r E_{45} \alpha/r - E_r E_{45} \epsilon + iE_r \mu) \Phi = 0$$

$$W = -i(E_{15} d/dx_1 + E_{25} d/dx_2 + E_{35} d/dx_3 + E_{45} d/dx_4 + E_{45} \alpha/r)$$

$$a = 1/137 \quad ; \quad h = 1$$

Esta é a fórmula geral de E. Schrödinger aplicada a todos os casos energéticos do Atomão de Hidrogénio e que se deduz teoricamente¹⁷. Trata-se de uma equação fundamental para se poder determinar os níveis energéticos e magnéticos do Atomão. Para Eddington, a totalidade do Universo comporta-se como sendo um átomo de hidrogénio. Dada a sua instabilidade e submetido à mais pequena perturbação energética, começa a dilatar-se ou a contrair-se. Factor decisivo nesta instabilidade e na busca dum estado estacionário, é a determinação do número de partículas componentes do Uranóide. A massa do electrão é definida em função da sua carga, como também, em função das demais partículas do Uranóide, isto é: $M_e = f(c, N)$.

Relacionando esta função com o raio do Uranóide, Eddington chegou a determinar a igualdade do raio do electrão com o quociente seguinte: R/N , ou seja:

$$\frac{e^2}{m_e \cdot c^2} = \frac{R}{\sqrt{N}}$$

Este valor métrico, à excepção dum pequeno factor, $2/3$, é aproximativo. O raio efectivo do electrão será:

$$r = e^2/2m_e c^2 / (1/\sqrt{1 - v^2/c^2} - 1)$$

A fórmula geral é a seguinte:

$$R_e = R / N$$

Esta traduz a relação do raio do universo com o raio do electrão.

O segundo membro da equação é R/\sqrt{N} . Este foi deduzido engenhosamente por Eddington a partir do princípio de indeterminação de Heisemberg. Segundo este, é impossível imaginar um dispositivo experi-

¹⁷ A. S. E., o. c., pp. 222, 224-227.

mental que permita determinar, simultaneamente, com uma precisão infinita, a posição e a impulsão, ou seja: a velocidade dum corpúsculo. Simbolicamente temos:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq h; \Delta p_y \cdot \Delta y \geq h; \Delta p_z \cdot \Delta z \geq h$$

$$\Delta(m \cdot v_n) \cdot \Delta x_n = \Delta p_n \cdot \Delta x \geq h \quad n = 1, 2, 3$$

Para a energia, segue-se:

$$\Delta E \cdot \Delta t = (p \Delta p / m) \cdot \Delta r / v = \Delta p \cdot \Delta r \geq h; \quad \Delta E \cdot \Delta t \geq h$$

Eddington tomou, como referencial, o centro de gravidade das N-partículas. Daqui que as incertezas de Heisemberg são função destes elementos, a saber: $I_q = f(R, N)$. Igualmente se podem inferir os valores de incerteza para o Uranóide, isto é:

$$\left[\Delta(N \cdot m_0 c^2 / \sqrt{1 - \beta^2})^2 \right] \cdot \left[(\Delta x_n \text{ itc } R) \right] \approx h / 4$$

Para o caso da energia, vem:

$$\left[\Delta \left(\frac{m c^2 e^4 \pi^2}{G^2 m_e^2 \cdot m_p^2} \right)^2 \right] \cdot \left[(\Delta n / \varphi / N)^2 \right] \approx h / 4$$

A partir dos «valores de incerteza», chegou-se à seguinte expressão: R/N .

Porém, relacionando: $e^2/m c^2 = R/\sqrt{N}$, com: $G \cdot 1/2 \cdot N \cdot m_p / c^2 = \pi R$, estabelecemos a seguinte dedução, a qual tem como resultado, em forma de teorema, o — número cósmico —:

$$\frac{e^2}{m_e c^2} = \frac{R}{\sqrt{N}} \quad \frac{e^2}{m_e c^2} = \frac{R}{N^2}$$

$$\frac{G \cdot 1/2 \cdot N \cdot m_p}{c^2} = \pi R \quad \frac{G \cdot 1/2 \cdot N \cdot m_p}{c^2} = \pi R$$

$$\frac{e^2}{m_e} = N^2$$

$$= \frac{\pi \cdot e^2}{G \cdot m_p \cdot m_e} = \sqrt{N} \quad \text{ou}$$

$$N = \frac{\pi^2 \cdot e^4}{G^2 \cdot m_e^2 \cdot m_p^2}$$

c.q.d. ¹⁸.

Segundo $G = 6,67 \cdot 10^{-8}$; $M_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$; $M_e = 9,1 \times 10^{-28}$ e $e = 4,77 \times 10^{-10}$, resulta que N é da ordem dos (10^{79}) , e que a massa do Universo é de 10^{55} gramas e o R do Universo é de 10^9 anos-luz. Este é o valor aritmético do *Número Cósmico*, que define a quantidade de partículas (prótons e electrões) de que é formado o *Uranóide*. O *número cósmico* (número mágico da cosmologia científica!), segundo A. Gião, traduz a igualdade da correlação energia-massa e da energia electrostática dum electrão, para o campo eléctrico.

O *número cósmico* foi deduzido antes da sua confirmação real. O processo «a posteriori» que motiva tal número, determina uma corrida para o roxo no espectro de luz emitida pelas Galáxias ¹⁹, justificando a Lei de Hubble.

Segundo Eddington, o *Número Cósmico* permite a avaliação geral das constantes físicas, em especial das constantes cosmológicas e das constantes quânticas.

Na «Fundamental Theory», Eddington refere-se ao número cósmico, nestes termos: «The cosmological number $N = 3/2 \cdot 136 \cdot 2^{256}$ is most pictures (...) of protons and electrons in the universe. This in itself would be a matter of idle curiosity. But N has a more general significance as a fundamental constant which enters into many physical formulae; it determines the ratio of the electrical to the gravitational forces between particles, the range and magnitude of the non-Coulombian forces in atomic nuclei, and the cosmical repulsion manifested in the recession of the nebulae. Its special interpretation as the number of particles in the universe arises in the following way. If special interpretation as the

¹⁸ A. S. Eddington, «The Evaluation of the Cosmical Number» em PROC. CAMB. PHILOSOPHICAL SOCIETY, London, 40 (1944) 37 sg.

¹⁹ A. S. Eddington, *La Filosofía de las Ciencias Físicas*, trad. de C. E. Prélat y A. L. M. Lolong, 2.ª edit., Sudamericana, Buenos Aires, 1946, p. 244.

number of particles in the universe (...) If we consider a distribution of hydrogen in equilibrium at zero temperature, the presence of the matter produces a curvature of space, and the curvature causes the space to close when the number of particles contained in it reaches a certain total; this total is N .

We cannot say with the same confidence that the number of particles in the actual universe is precisely N , because the admission of radiation, complex nuclei, and unsteady conditions takes the problem outside the range of rigorously developed theory; but to the best of our believe these complications do not affect the total number of protons and electrons composing the matter of the universe» ²⁰.

Geometricamente, o Universo de Eddington é um hiperelipsóide (elipsóide a 4-dimensões); trata-se dum espaço ou quádrlica de segunda ordem, curvado segundo a quarta dimensão; pela coordenada temporal que é uma função assintótica. Pela geometria analítica, o elipsóide é uma quádrlica degenerada ou superfície de 2.ª ordem, dada pela equação:

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = -1$$

(a,b,c) = C.

Porém, o *Uranóide*, na sua forma geométrica, é uma quádrlica riemanniana de 2.ª ordem, tendo como expressão matemática:

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 + 1/(ict)^2 = 0$$

Em forma diferencial, teremos:

$$d(x/a)^2 + d(y/b)^2 + d(z/c)^2 + (ic dt)^{-2} = 0$$

A coordenada temporal = $(ic dt)^{-2}$.

A linha elemento ou *invariante* (linha de universo), que exprime a *variedade topológica do hiperelipsóide* (elipsóide a 4-dimensões), em fórmula trigonométrica, será:

$$ds^2 = dt^2 - \text{expr. } (2f) \left(dr^2/1 - r^2/R^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \text{sen}^2\theta \cdot d\varphi^2 \right).$$

Esta *variedade topológica do hiperelipsóide* (elipsóide a 4-dimensões), é de curvatura positiva e transcreve-se em coordenadas gaussianas. A linha de universo ou invariante geodésico do *Uranóide*, em forma tensorial, é dada pela seguinte quádrlica:

$$ds^2 = dt^2 - \text{exp. } (2f) h_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

²⁰ A. S. Eddington, *Fundamental Theory*, obra póstuma, At the University Press, Cambridge, 1946, p. 265.

Na sua célebre obra: «The Mathematical Theory of Relativity», 7 edit., (1957), Eddington tem as seguintes palavras: «The equation $ds^2 = R^2 \{ d\chi^2 + \text{sen}^2 \chi (d\theta^2 + \text{sen}^2 \theta d\zeta^2) \}$ for spherical space, which appears in both De Sitter's and Einstein's form of the interval, can also be constructed as representing a slightly modified kind of space called *elliptical space*»²¹.

Na sua memória póstuma, datada de 1944, Eddington diz-nos que, na actualidade, o raio do Universo tem umas cinco vezes o valor inicial correspondente ao modelo einsteiniano. O seu cálculo (Einstein) fundamentava-se, então, nos valores admitidos pela constante de Hubble (H), em 540 Km/seg. por megaparsec.

Para o Uranóide, a velocidade de fuga, por unidade de distância, é dada nesta equação que, generalizando a de Hubble ($V_f = Hr$), será:

$$V_f = c/R_0 \sqrt{3} \cdot \sqrt{1 - 3/Q^2 - 2/Q^3}$$

$R_0 =$ raio inicial; $Q = R/R_0$

O raio actual do Universo oscila entre os 1000 e 2500 megaparsecs, e com mais precisão, o seu valor será de 1500 megaparsecs.

Passamos a descrever uma períclope da memória póstuma, datada de 1944: «If R is the actual radius of the expanding universe at any time, we call the ratio $q = R/R_0$ the -expansion-. The rate of recession V at that time is less than the recession-constant V_0 , by an amount depending on q, the formula being:

$$V/V_0 = (1 - 3/q^2 + 2/q^3)^{1/2}$$

and the density r is related to the density r_0 of the equilibrium state by:

$$r = r_0 / q^3$$

De acordo com a equação da expansão e de fuga, vem:

$$V_f = \Lambda \cdot \sqrt{1 - 3/Q^2 - 2/Q^3}$$

²¹ A. S. Eddington, *The Mathematical Theory of Relativity*, 7th edit., At the University Press, Cambridge, 1957, p. 157.

²² A. S. Eddington, «The Recession-Constant of the Galaxies» em MONTHLY NOTICES OF ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY, London, 104 (1944) 202.

Para a determinação de R, segundo as deduções de Eddington; a velocidade limite de recessão cresce indefinidamente e é função de Q. Ao reduzir-se a citada equação a $c/R_0 \cdot 3$, não poderia, a velocidade de fuga, exceder uns 572 km/seg/Mp, o que daria o valor aritmético de Lemâitre. De acordo com a assinalada equação, o Uranóide expande-se assintoticamente na linha do futuro.

O Uranóide é um modelo de $h = +1$; $\Lambda \gg \Lambda_e$, em que o R cresce assintoticamente e com valor finito, na linha do futuro. Trata-se dum universo finito, fechado e sem limites (sem fronteiras). O Uranóide expande-se assintoticamente desde um estado estático até a um universo estacionário de De Sitter.

Eddington, na página 675 da sua monografia, intitulada: «On the Instability of Einstein's Spherical World», publicada em MONTHLY NOTICES OF ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY, London, vol. 90 (1930), ao referir-se à métrica da expansão tem as seguintes palavras: «Let $a/a_e = q$, so that q is a measure of the expansion that is supposed to have occurred since the original equilibrium condition collapsed. For $M = M_e$, we obtain from $2/\pi M_e = a_e = 1/\sqrt{\lambda}$ and $da/dt = \sqrt{(1/3 a^2 \lambda - 1 + 4M/3\pi a)}$ come:

$$da/dt = \sqrt{(1/2 q^2 - 1 + 2/39)}$$

so that:

$$1/A^2 = 1/a^2 (1/3 q^2 - 1 + 2/39) \quad (1)$$

Also:

$$4\pi\rho = 2M_e / \pi a^3 = 1 / a^2 \cdot q$$

Hence:

$$\rho_A / \rho = 1 / 4\rho A^2 - 1/3 q^3 - q + 2/3. \quad (1')$$

For one *expanding universe* $q > 1$ and it follows from —(1')— that $\rho_A > \rho$. It is satisfactory that this accords with our observational conclusion in the last section. If we are right in believing that ρ is considerably less than ρ_A , q will be large and (1') and (1) become approximately:

$$\rho_A / \rho = 1/3 q^3; \quad a^2 / A^2 = 1/3 q^2$$

Hence: $a^2_e = 1/3 A^2$, $a_e = 1200$ million light-years.

We conclude that the radius of space was originally about 1200 million light-years, that it has since expanded considerably, but to an amount practically undeterminable, and that its present rate of expansion is one per cent in about 20 million years.

$1/a \cdot da/dt$, tend to a fixed limit:

$$\text{Or } \lim_{a \rightarrow \infty} 1/a \cdot da/dt.$$

Igualmente noutra monografia, publicada em 1932, Eddington fala-nos da importância da constante de repulsão galáctica, nos termos seguintes:

«It is true that theory predicted an effect of the kind observed, but it did not say how rapid the *expansion* would be. It expressed it in terms of an unknown — cosmical constant — Λ ; leaving Λ to be determined by observation. Now the ratio of expansion indicated by observation comes to us to double its dimensions every 1300 m.y.»²³

Este é o valor aritmético, por aproximação, da constante de repulsão galáctica, que determinará o valor da *expansão do Universo*. Segundo Eddington, esta constante sofre uma interpretação em termos de *curvatura espaço-temporal*. Quanto maior a linha geodésica mais intensa será a força repulsiva e, então, teremos matematicamente:

$$G_{\mu\nu} = \lambda \cdot g_{\mu\nu} < c/R_0 \sqrt{3} \cdot \sqrt{1 - 2/p^3 + 3/q^2}$$

Esta constante condiciona a métrica de curvatura espaço-temporal. A *curvatura é efeito da expansão da matéria* que constitui o Uranóide. Comparando-a com $Q=R/R_0$, Eddington chega a dizer: «But the world radius is the cosmical constant in another form. The cosmical constant has cropped up again inside the atom»²⁴.

O Uranóide de Eddington é um universo instável, finito, e sem fronteiras; que se expande na linha assintótica do futuro. Contudo, o fenómeno expansivo pode implicar um periélio e um afélio, voltando assim a ocupar uma estrutura espacial anterior, já que é finito, mas sem limites e fechado sobre ele mesmo.

Relativamente à finitude do Uranóide, Eddington deu-nos uma equação que pode determinar, em valor aproximado, a *duração física* do Universo; assim sigamos o seu pensamento: «Since $M = 10^{22}$, this result shows that the total number of galaxies is not less than 7.10^{10} and probable estimate is about 3:10. Adopting $q=5$, as the present value,

we can determine the dates when the universe had, as will have, other values of q . Setting $x^2 = q/(q+2)$, the formula is:

$$1/2 c t / R_0 = \sqrt{3} \cdot \tanh^{-1} x - \cosh^{-1} (x\sqrt{3}) + \text{const.}»^{25}$$

Múltiplas e variadas foram as objecções a este sistema cosmológico. Porém, as mais fundamentais são as referentes à Mesodinâmica, constituição geral das partículas infratómicas e, também, algumas objecções em Astrofísica, especialmente feitas por W. Bonnor.

SEGUNDA PARTE

FUNDAMENTAÇÃO ONTOLÓGICA DA COSMOLOGIA EVOLUCIONISTA

Determinámos os fenómenos e essência do Uranóide (universo instável em expansão) que nos são dados através das equações diferenciais de derivadas parciais de 1.^a ordem ou de 2.^a ordem. Resta-nos, entretanto, fundamentar estes fenómenos epistemológica e ontologicamente.

Compete ao filósofo determinar o «esse»; definir a análise transcendental e categorial do Uranóide; caracterizar o «fieri» expansivo e, por fim, o seu durar intrínseco. Tudo isto são problemas da competência do Filósofo da Física Teórica.

O fenómeno da expansão é o «fieri» das n -partículas (protões-electrões) que constituem o Uranóide. Dado que o átomo de hidrogénio, segundo o princípio de N. Bohr, é muito instável, as n -partículas (10^{80}) do Uranóide exigem novos estados de perfeição (mudanças orbitais e energéticas). Porém, este fieri é acidental porque, simplesmente, se verificam graus de perfeição em aumento ou diminuição das n -partículas constitutivas. Além disso, há uma expansão total do Uranóide, que cresce assintoticamente na linha do futuro. A Expansão Total do Uranóide, em essência, segue a equação seguinte:

$$V_f = \Lambda \cdot \sqrt{1 - 3/Q^2 - 2Q^3}; \Lambda = c/R_0 \cdot \sqrt{3}$$

²³ A. S. Eddington, «The Expanding Universe» em NATURE, London, march, 19 (1932) 421.

²⁴ A. S. E., o. c., p. 422.

²⁵ A. S. Eddington, «The Recession-Constant of the Galaxies» em MONTHLY NOTICES OF ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY, London, 104 (1944) 203.

Esta lei da expansão geral das galáxias é universal e necessária. Existe formalmente no intelecto do cosmólogo (ente de razão fundado), mas fundamental e causalmente existe na ordem real (tirada por abstracção e comparação das fugas particulares de cada galáxia, para o roxo). Esta equação funda-se na ordem real, visto que é efeito das n-partículas instáveis que formam o *Atomão de Hidrogénio* (uranóide). O complexo de fermiões (Estatística de Fermi-Dirac no Uranóide), instáveis, estão «em potência». Têm capacidade para um «esse» novo, ou seja, para uma *nova forma de perfeição*, embora *acidental*. Ontologicamente, a Expansão é uma «*ἀξησης*» ou seja, um «*κίνησις κατὰ ποσόν*». É, portanto, um *fieri acidental*. O estado real das n-partículas é o mesmo, simplesmente, *augmentam* numérica e espacialmente. O fenómeno real da expansão é um grau de movimento, implicando, como condição necessária, a «*δύναμις*» cinemática; porque, aqui trata-se dum grau específico de *potência*.

Mas como, a *Expansão* é um movimento, esta será naturalmente o conjunto infinito dos «hic-nunc» de aumento intensivo das n-partículas (protões-electrões): *acto-potenciais*. Daqui que a Expansão, uma vez que é fieri, implique, como constituição, a correlação fundamental de: (potência/acto). A *potência* é o princípio de limite ou de multiplicidade das n-partículas do Uranóide, que têm capacidade para *crescer assintoticamente*, na linha do futuro. O *acto* é o princípio de unidade, a forma ou «esse» da perfeição nos nivelamentos energéticos e da *instabilidade quântica* do Atomão de Hidrogénio, determinada na perfeição última do estado fundamental energético. A Expansão nem é *pura potência*, nem *acto*; toda ela é actual e potencial. Se fosse potência, seria um universo estacionário de De Sitter; se porém fosse só acto, então, cairíamos num universo actualizado, estático, como o de Einstein. O Uranóide, nas suas partículas quânticas, que o constituem, é uma *série crescente*, acto-potencial. Está a fazer-se!... À medida que vai «aumentando» no fieri, então vai recebendo novas formas de «*perfeição fenoménica*».

A Expansão é um *acto dinâmico* (de aumento) do Uranóide em potência, enquanto capaz de receber um novo «esse», o ser dum novo movimento elíptico, em periélio ou em afélio. A Expansão, também, é um movimento qualitativo, que se justifica pela análise dos princípios de Pauli e de N. Bohr. Sendo um fieri busca sempre uma nova forma de ser, não estando satisfeito com a forma dada. A matéria curvada espacial e temporalmente vai originando novo «esse» acidental, porque a estrutura de Atomão de Hidrogénio pode conservar-se, isto na sua totalidade de pura expansão (no Uranóide verificam-se mudanças subs-

tanciais). Desta sorte, o Uranóide pode, em movimento expansivo, alterar-se, ou seja: «*ἀλλοίωσις*», verificando-se, justamente, movimentos qualitativos, já que a «*ἀλλοίωσις*» é um «*κίνησις κατὰ ποιόν*». O Prof. W. D. Ross diz que a *Expansão* de matéria deve ser analisada na e pela qualidade²⁶. Sabemos, porém, que a $Ex_p = f(\vec{v}_p, m_p, \Lambda)$, se define, por conseguinte, numa *relação triádica*. Categoricalmente, a Expansão funda-se na R (quantitas-qualitas). A Massa do Uranóide é uma grandeza escalar; porém, \vec{v}_p, Λ são *vectoriais* (implicam direcção e sentido e definem qualidades ou propriedades cinemáticas e dinâmicas).

No Uranóide não só se alteram as *propriedades quânticas*, como também se verifica um aumento de partículas no Atomão de Hidrogénio. Além da Expansão do Uranóide se fundamentar, categorialmente, na R (qualitas-quantitas), também se funda na R (acção-paixão). Toda a novidade recai sobre o novo grau de movimento pela modificação de propriedades quânticas ou pelo crescente aumento dos protões ou electrões do Atomão ou ainda, cinematicamente, segundo novos tipos de movimento: elíptica ou helicoidal, em periélio ou em afélio.

Uma vez que as partículas constitutivas estão cinematicamente «in fieri» segue-se que a lei geral do movimento expansivo do Uranóide será:

$$V/V_0 = (1 - 3/q^2 + 2/q^3)^{1/2}$$

Esta fundamenta-se na *causalidade potencial*. A lei geral da expansão traduz este tipo de causalidade, porque o efeito, na ordem real, está a fazer-se, é *acto-potencial*.

Uma questão fundamental de fundamentação é relativa à duração do Universo. A duração do Universo como sistema unitário de galáxias será finita ou infinita? — Muitas já foram as respostas a esta pergunta, desde a mais recuada posição filosófica até ao contemporâneo pensamento científico-cosmológico. Assim, Aristóteles pensava que a duração cósmica era eterna (ὁ αἰών), isto devido à sua teoria da «*μεταβολή*». Mas, como o Uranóide é uma hiperelipsóide de curvatura positiva ($h = +1$), ou quádrlica riemanianna, é finito mas ilimitado, sem fronteiras. A duração cósmica é uma forma de existir sucessivo, no tempo-espaço, das n-Galáxias, as quais tiveram um começo espaciotemporal, no passado. Aliás, Eddington dá-nos uma equação que é

²⁶ W. David Ross, Aristotele's PHYSICS, a revised text with introduction and commentary, At the Clarendon Press, Oxford, 1955, p. 62-63.

base para a determinação da idade do Uranóide, seguindo as suas palavras: «Adopting $q=5$ as the present values we can determine the dates when the universe had, as will have other values of q . Setting $x^2 = q/(q+2)$, the formula is:

$$1/2 \text{ ct} / R_0 = \sqrt{3} \tanh^{-1} x \coth^{-1} (x\sqrt{3}) + \text{const.} \text{ } ^{27}$$

No mesmo artigo, diz Eddington: «We conclude that the radius of the universe is (...) most probl. about 1500 megaparsecs» ²⁸.

Os valores aritméticos desta equação são aproximativos, mas sempre finitos; dependendo, também do raio do Uranóide. E segundo a dita equação, o valor da duração na linha do passado é uma função decrescente do raio do universo e da curvatura espaço-temporal. Por consequência, como admite Eddington, há um começo na linha do passado do existir, como Universo. O processo evolutivo é sucessivo e irreversível, pela coordenada temporal, implicando necessariamente um *momento no existir*. Se não houvesse um raio de Uranóide, estaria plenamente actualizado; mas segundo as demonstrações que fizemos desta teoria, é muito mais provável que o Uranóide tenha um *existir finito*. Além desta, poderíamos apontar o *Número Cósmico*, o qual faz luz sobre a duração finita do Uranóide. O primeiro passo, para a demonstração da duração finita do Universo, foi dado pela Teoria da Relatividade Generalizada de Einstein.

Sendo assim, houve um *momento inicial*, do qual nada sabemos, destruindo-se, entretanto, as possibilidades dum Universo a co-existir com Deus, o que não repugnaria e quereria dizer que perderia a característica de *contingência*, mas só quanto ao durar fenoménico.

Um problema fundamental na Cosmologia de Eddington é a prioridade do espaço, de tal maneira que é o espaço a criar matéria e não vice-versa. A ordem será pois para este pensador:

Espaço → Matéria → Energia

Para Eddington, o Espaço cria a expansão e este seria como que uma espécie de «Χώρα» ou um receptáculo potencial que recebe todas as formas ideais dos corpos, à maneira de Platão.

Sobre esta prioridade, o nosso cosmólogo, em «The Mathematical

²⁷ A. S. Eddington, «The Recession-Constant of the Galaxies» em MONTHLY NOTICES OF ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY, London, 104 (1944) 203.

²⁸ A. S. E., o. c., p. 203.

Theory of Relativity», afirma: «The difficulty in conceiving spherical or elliptical space arises mainly because we think of space a continuum in which object are located. But it was explained (§1) that *location* is not the primitive conception, and is of the nature of a computational result based on the more fundamental notion of extension in distance» ²⁹.

Segundo Eddington, a nossa análise última do espaço não radica num «aqui» ou «ali» mas numa extensão, onde coloquemos este «aqui» ou «ali».

Porém, ontologicamente, na ordem do ente finito, um acidente não pode existir sem um «ύποκειμενον». Assim, com mais propriedade, uma vez que se trata do fenómeno do Uranóide, o espaço para ser necessita dum «σύνολον» ou seja: realidade como um todo, com os demais acidentes ³⁰. Trata-se, portanto, das propriedades quânticas e numéricas, que pressupõem para existir, um *sujeito constituído*, dado que são mudanças acidentais. Da mesma forma, para a Expansão!... Para que o Uranóide se expanda e consequentemente crie espaço (porque o Uranóide nos seus movimentos vai originando o espaço) necessita de ser átomo de hidrogénio. Será a matéria, que justifica o existir dos acidentes ou dos fenómenos? Segundo Eddington, sendo o espaço realidade primordial, este já estaria realizado; mas, o espaço só se actualiza pelo e no fieri do Uranóide. É o «fieri» da matéria hidrogénica que dá o «esse» ao ESPAÇO, como o atestam a Mecânica Quântica e a Química.

CONCLUSÃO:

A teoria cosmológica de Sir A. S. Eddington é um sistema bem architectado, muito particularmente no respeitante à dedução do *Número Cósmico*.

A cosmologia evolucionista de Eddington é uma interpretação do universo de Einstein, segundo os princípios da Mecânica Quântica. Esta interpretação quântica do universo em expansão é formal e hipotética, porque ainda hoje não encontramos uma resposta objectiva, relativa-

²⁹ A. S. Eddington, *The Mathematical Theory of Relativity*, 7 edit., At the University Press, Cambridge, 1957, pp. 158; 10.

³⁰ Aristote, *De la Génération et de la Corruption*, (de generatione et corruptione), traduction nouvelle et notes par J. Tricot, deuxième édition, Librairie Philosophique J. Vrin, Paris, 1951, notes, p. 38.

mente à dedução das constantes físicas. Eddington deduziu vinte e sete constantes a partir de três, completamente «a-priori» (J. Merleau-Ponty, *Cosmologia del Siglo XX*, estudio epistemológico e histórico de las teorías de la cosmología contemporánea, versión española de Jacinto Luis Guereña, Editorial Gredos, S. A., Madrid, 1971, p. 321.)

Da dedução e relação das constantes físicas entre si e da aplicabilidade do princípio de Mach, Eddington construiu o seu sistema cosmológico.

Trata-se por conseguinte, dum arrojado ou audacioso «modelo cosmológico».

Contudo, ainda hoje em dia, não possuímos uma exacta confirmação destes dados. Parece-nos, pois, uma cosmologia puramente ideal, sem que com isto queiramos minimizar certo fundamento na ordem real; porque, realmente, os fenómenos cósmicos e quânticos exigem a relação de «constantes», dada a regularidade, embora «estatística», no seu agir.

Uma unificação de todas as constantes físicas permitiria a unificação geral de toda a Física, segundo uma Teoria do Campo Unitário. Tal construção ainda não se possibilitou. Eddington, com esta teoria, pretendeu unificar os campos gravíticos e os quânticos.

Resumindo e concluindo, a hipótese cosmológica dum Uranóide em expansão parece-nos razoável e fundamentada, como tivemos ocasião de analisar nestas páginas, procurando desvendar o «enigma do Universo».

RAMIRO DÉLIO B. MENESES

Professor do I. C. H. T.

NOTAS E COMENTÁRIOS

BIBLIOGRAFIA PARA A HISTÓRIA DA IGREJA EM PORTUGAL (1964-1966)

Introdução *

Sustentado pelo bom acolhimento e apreço havido para o trabalho que publiquei o ano passado¹, cá estou para continuar avançando mais três anos, a ver se em breve ganho a proximidade do actual.

Os critérios e o método deste reportório são os mesmos da primeira série, com leves alterações gráficas, que me parecem oportunas. São elas: a do nome completo do autor vir em maiúsculas e a de substituir o IDEM por um travessão, nas obras do mesmo autor.

Preferi continuar a numeração anterior de modo a permitir, num futuro, fazer um só índice temático, que não se preste a confusões, por repetição de números. Para aqueles artigos ou obras que continuam trabalhos precedentes usando o mesmo título, citá-los-ei de novo, agora com a produção referente a estes três anos, mas não darei número de ordem para que depois possam ser eliminados porque postos sob um só número. Apesar disso, para poderem, desde já, constatar do índice temático dar-lhe-ei o número que lhe estiver na posição antecedente, seguido de uma letra. Farei menção do número anteriormente citado.

Em breve publicarei um aditamento à primeira série. Então utilizarei uma numeração nova antecedida da letra A para que não haja alterações no tão útil índice analítico. Para este trabalho, que creio ser um serviço à cultura, continuo a agradecer qualquer sugestão ou complemento, dada a vastidão desta empresa nunca exaustiva.

* Fique aqui o meu agradecimento aos alunos que neste ou naquele particular me deram a mão na compilação deste estudo, nomeadamente: Vicente António Nunes da Silva, Avelino Jorge Pereira Soares e José Amílcar Cardoso Sequeira.

¹ CARLOS A. MOREIRA AZEVEDO, *Bibliografia para a história da Igreja em Portugal (1961-1963)*, in *Humanística e Teologia* 2 (1981) 91-112. 203-238.