

**ALGUMAS NOTAS METODOLÓGICAS SOBRE A
DETERMINAÇÃO DE COEFICIENTES BETA**

**Luís Krug Pacheco
Mário Coutinho dos Santos**

TN-97-001
Janeiro 1997

**Faculdade de Ciências Económicas e Empresariais
Universidade Católica Portuguesa
Centro Regional do Porto
Rua Diogo Botelho, 1327
4150 Porto
PORTUGAL**

**ALGUMAS NOTAS METODOLÓGICAS SOBRE A
DETERMINAÇÃO DE COEFICIENTES BETA**

Luís Krug Pacheco*

Mário Coutinho dos Santos*

Janeiro 1997

*Faculdade de Ciências Económicas e Empresariais

Universidade Católica Portuguesa

Centro Regional do Porto

Rua Diogo Botelho 1327

4150 PORTO

PORTUGAL

Telefone: (02) 6180236

Fax: (02) 6101618

e-mail: lpacheco@porto.ucp.pt

msantos@porto.ucp.pt

A presente nota foi elaborada em resposta a solicitação endereçada pela Área de Estudos e Estatística da Bolsa de Valores de Lisboa e está organizada em duas secções. Na primeira, abordam-se os aspectos gerais do processo de estimação dos coeficientes betas tal como eles são vistos pelos autores à luz da produção teórica e empírica disponível. Na segunda, estão incluídos os comentários sobre a determinação de coeficientes beta que a leitura da documentação facultada sugeriu.

1. Algumas Considerações Gerais Sobre o Processo de Estimação de Betas

Tradicionalmente, os diferentes intervenientes no mercado de capitais tentam obter estimativas para o coeficiente beta dos activos pela via de dados históricos sobre a cotação das acções e do índice de mercado. Neste contexto, podem ser determinados coeficientes de risco sistemático ou coeficientes beta, tendo em atenção duas perspectivas:

a conceptual — por definição, o coeficiente beta resulta da relação entre a covariância do retorno do activo i e o retorno da carteira de mercado, σ_{im} , (estimado por aproximação pela carteira implícita no índice representativo do mercado) e o risco da carteira de mercado (medido pela variância do retorno implícito no índice de mercado), representado por σ_m^2 , pelo que:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}$$

a econométrica — onde o coeficiente beta pode ser estimado através dum modelo de regressão que considere o retorno do activo i como variável explicada pelo

retorno implícito no índice representativo do mercado ou, alternativamente, o prémio de risco do activo i como variável explicada pelo prémio de risco implícito no índice de mercado. Em qualquer destes modelos, os chamados modelos de mercado ou modelo do índice único (*single index model*)¹, a estimativa do coeficiente beta será dado pelo parâmetro que define o coeficiente angular da recta de regressão, assim:

- *modelo dos prémios de risco*

$$r_i - r_0 = \alpha_i + \beta_i \times (r_m - r_0) + \mu_i$$

- *modelo das taxas de retorno*

$$r_i = \alpha_i + \beta_i \times r_m + \mu_i$$

onde :

α_i = coeficiente que define o termo independente da recta de regressão, denominado de coeficiente alfa.

β_i = coeficiente que traduz a inclinação da recta de regressão, designado por coeficiente beta do activo i , isto é, o parâmetro que traduz a sensibilidade do seu retorno face ao retorno do mercado;

μ_i = coeficiente que define o termo aleatório do modelo de regressão que se assume seguir os pressupostos normais numa análise de regressão.

Com a disponibilidade de *software* adequado e de dados históricos devidamente ajustados, estes dois métodos de determinação do beta — e os dois modelos associados ao segundo método — deverão chegar, pelo menos teoricamente, a resultados semelhantes. A opção por cada um deles não levanta qualquer questão importante,

excepto talvez às premissas relativas a cada um dos modelos face à importância da taxa de retorno isenta de risco na determinação das taxas de retorno do activo e da carteira de mercado².

A utilização de dados históricos baseia-se no pressuposto fundamental que se podem utilizar dados passados sobre o retorno dos activos e do mercado para estimar valores do coeficiente beta esperados para o futuro, aspecto pelo qual os investidores estão realmente interessados. Por outras palavras, como refere Roll (1977), assume-se que a relação entre as taxas de retorno ou os prémios de risco se irão manter para o futuro, em média, com a mesma magnitude e no mesmo sentido. Neste caso, o indicador de risco observado no passado, obtido por exemplo, através de uma recta de regressão, pode ser um razoável indicador do risco que o investidor incorre no futuro com a posse deste activo, o que parece ser, no mínimo, duvidoso³. A razoabilidade deste pressuposto é, porém, maior das carteiras de acções do que para activos individuais, dada a maior estabilidade do beta para carteiras, como demonstraram Blume (1971), Alexander-Chervany (1980), entre outros. Como os betas históricos não são tão bons preditores do risco futuro para activos considerados isoladamente como para carteiras, poderão ser considerados certos ajustamentos que permitem uma melhoria dos resultados obtidos⁴. Uma das críticas que alguns autores, como Black, Jensen & Scholes (1972), levantam ao modelo de mercado derivam de problemas dos erros de medida do beta. As acções com um beta estimado superior a um terço, em geral, um erro positivo nas estimativas de beta e todas as acções com um beta inferior a um terço, em média, um erro negativo. Este problema (económico) designa-se *problema da convergência para a média*⁵ e tem impacto na inclinação e na ordenada na origem da recta característica⁶. Agrupando os activos numa carteira bem diversificada, a maior parte deste erro de medida pode ser eliminado dado que, sendo os erros aleatórios de cada beta, terão tendência a

compensar-se com o aumento do número de activos presentes na carteira. Klemkosky-Martin (1975) examinaram as causas para a redução da dimensão dos erros face ao aumento do número de acções de carteiras construídas de forma aleatória. Estes investigadores consideraram os erros repartidos por três tipos:

- *de enviesamento*: possibilidade da estimativa sobre ou subavaliar o valor dos parâmetros;
- *de ineficiência*: possibilidade dos erros serem positivos para betas reduzidos e negativos para betas elevados e
- *aleatoriedade*: os restantes erros.

Neste contexto, os modelos de ajustamento do valor do beta mais conhecidos para minimizar erros de estimação envolvem procedimentos estatísticos mais ou menos complexos. Alguns dos ajustamentos mais simples são os correspondentes ao *método de Blume* - que mostrou que os betas tendem a mover-se ao longo do tempo para um⁷ - o *método de ajustamento Bayesiano* - que combina o beta da empresa em causa com o beta de empresas similares - e o *método dos betas fundamentais* - pelo qual os betas históricos são ajustados a factores de risco da empresa esperados para o futuro como variações no grau de endividamento, a volatilidade das vendas, etc⁸. O primeiro modelo de ajustamento tenderia a reduzir o problema da ineficiência e o segundo modelo faria reduzir o problema de enviesamento. Finalmente, o método dos betas fundamentais levaria a que o problema da "não estacionaridade do beta" fosse amortecido pela via a correcção do beta baseado em valores passados de acordo com as tendências de evolução da empresa no futuro.

Têm sido realizados testes empíricos— para o mercado financeiro dos EUA— tentando analisar o grau de estabilidade dos betas no tempo e visando averiguar, nomeadamente, até que ponto os betas passados podem ser úteis na previsão de betas

futuros. As principais conclusões desses estudos, apontam para uma estabilidade não muito satisfatória⁹ e para que os betas sejam tanto mais estáveis no tempo e o grau de confiança estatística a eles associado seja tanto maior, quanto:

- maior for a dimensão da carteira de activos para a qual foram calculados os betas;
- maior for o número de observações - o período total de observações e a segmentação do período em análise.

Mantendo-se tudo o resto constante, numa análise de regressão é sempre melhor ter mais observações do que menos, na medida em que o intervalo de confiança que inclui a estimativa efectuada terá uma amplitude inferior. Mas nem tudo se mantém igual. Em primeiro lugar, por exemplo, retornos mensais contêm menos ruído do que retornos diários. Consequentemente, é de esperar que o intervalo de confiança seja mais apertado utilizando-se um número de observações mensais igual ao número de observações diárias, como nota Smith (1978). Por outro lado, com o aumento da dimensão do período de análise, aumenta também a probabilidade do verdadeiro beta da empresa se alterar. Daves, Ehrhardt & Kunkel (1992) após examinarem uma extensa amostra e relativamente às questões do período total de análise, da segmentação e do período das observações, e do índice de mercado de referência¹⁰, retiraram as seguintes conclusões principais:

- A estimativa do beta tende a variar com diferentes períodos amostrais obtendo-se intervalos de confiança mais curtos para as estimativas com a utilização dum maior número de observações¹¹. Assim a utilização de dois ou três anos de observações diárias poderá constituir uma escolha aceitável para o analista na medida em que proporciona um largo número de observações sem incorrer em grande risco de mudança do beta do activo. No caso da utilização de dados mensais, será preferível utilizar observações referentes a três ou quatro anos¹². Por outro lado, a estimativa

dos betas para dados mensais e diários tende a revelar-se bastante diferente, mesmo para um número idêntico de observações¹³.

- A utilização de amostras com um número de observações reduzido pode gerar o fenómeno estatístico denominado de *regression-to-the-mean*. O ajustamento de Blume (1975) leva em consideração este efeito.
- Não são relevantes as questões de se ajustar o índice de mercado ao valor dos dividendos pagos no mercado ou de se ajustar o modelo de índice único através da taxa de retorno isenta de risco.
- Pelo contrário, a questão de se considerar um *value-weighted index* ou um *equal-weighted index* é importante, revelando-se como mais adequado o primeiro índice de mercado.

Uma das potencialidades do método do modelo de mercado é poder dar algumas informações adicionais para o investidor. Por exemplo, através dos *outputs* da regressão pode ser retirado de imediato uma série de indicadores que esclarecem da qualidade das estimativas - tal como o erro-padrão dos parâmetros beta e alfa que nos indica a margem de erro associada à estimação do parâmetro - e da própria regressão no seu todo - o *índice de determinação* e o *teste F*, que mostram a relevância e a significância da regressão e o *teste de Durbin-Watson*, que mostra se alguns factores explicativos importantes foram ou não omitidos.

Por outro lado, o modelo de mercado permite decompor o risco total nas suas duas componentes, risco sistemático e não sistemático, através da seguinte equação:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \times \sigma_m^2 + \sigma_\epsilon^2$$

onde:

σ_i^2 = medida do risco total do activo i em termos absolutos

$\beta_i^2 \times \sigma_m^2$ = medida do risco sistemático do activo i em termos absolutos

σ_ε^2 = medida do risco não sistemático do activo i em termos absolutos

O índice de determinação da recta característica R^2 é dado por:

$$R^2 = \frac{\beta_i^2 \times \sigma_m^2}{\sigma_i^2}$$

Assim, este índice de determinação indica, em média, a variabilidade do retorno do activo i que é explicada pela variabilidade do retorno do mercado, isto é, indica o peso do risco de mercado no risco total de um activo i ou o grau de associação entre o retorno do activo i e o retorno do mercado.

Se $S^2 = 1 - R^2$, então:

$$S^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_i^2}$$

S^2 irá reflectir o peso do risco específico no risco total do activo i , isto é, a percentagem de risco total que pode ser eliminada pela inserção do activo i numa carteira. Daí que o calculo de S^2 assume grande importância para o gestor de uma carteira de títulos, uma vez que constitui um indicador da razoabilidade da estratégia de inserção de um activo i numa carteira porque esclarece qual a percentagem de risco que pode ser eliminada pela via de uma estratégia de diversificação apropriada.

Para finalizar, parece importante notar que a estimação do beta através de dados históricos através de modelos de regressão pelo método dos mínimos quadrados tradicional - com coeficientes fixos - permite apenas obter um beta para cada período analisado. Chen (1981) mostrou que a utilização destes modelos poderia levar a uma sobreavaliação do risco não sistemático das carteiras desde que os coeficientes beta dos activos isolados flutuasse no tempo. Desta forma, Chen procedeu à eliminação da variabilidade do beta dos activos individuais e mostrou que a percentagem de risco não sistemático seria estacionária e a relação entre aquele tipo de risco e o beta seria eliminado. Contudo, apesar destes modelos dinâmicos do método dos mínimos quadrados evidenciarem alguma capacidade para eliminar alguns dos problemas associados à estabilidade dos betas, tendem, no entanto, a apresentar limitações sobretudo no que respeita à estimação dum beta para previsão de retornos futuros. Kryzanowski-Ro (1984) defenderam a ideia de que a instabilidade do beta teria a ver com o facto de se utilizarem dados históricos para testarem um parâmetro relacionado com retornos esperados. Assim, os betas estimados através de dados *ex-post* tenderiam a apresentar o fenómeno da *não estacionaridade intertemporal*, mesmo quando os retornos *ex-ante* associados são independentes e obedecem a distribuições estacionárias no tempo.

2. Apreciação Genérica do Processo de Estimação de Betas pela Bolsa de Madrid

Da análise da documentação da Bolsa de Valores de Madrid (BVM) que nos foi remetida, conclui-se que aquela instituição procede à estimação dos coeficientes beta históricos com base no modelo de índice único, a partir das taxas de retorno diárias calculadas para períodos de três meses, um ano, dois anos e quatro anos. Tal estimação é

efectuada de forma automática, considerando apenas os ajustamentos (indispensáveis) para fazer face à diluição na cotação provocada por aumentos de capital e pagamentos de dividendos.

A opção por este procedimento técnico, que nos atravemos a qualificar de genérico, julgamos que justifica a pertinência de “revisitar” algumas das questões já afloradas, não obstante a maior parte dessas mesmas questões (referenciadas na secção anterior) se reportarem a uma metodologia de estimação do valor do coeficiente beta mais elaborada.

A nosso ver, a utilização de dados diários pode conduzir a alguns problemas, apesar das vantagens inerentes ao aumento do número de observações para um mesmo período e à redução da amplitude do intervalo de confiança da estimação de cada beta.

Parece não ter sido equacionada a utilização de técnicas de “atenuação” do “ruído” que as séries temporais sempre contêm. Tal perturbação poderia ser atenuada pela utilização de dados semanais, quinzenais ou mensais que proporcionassem um alisamento das taxas de retorno e, conseqüentemente, um aumento da percentagem média de variabilidade do retorno do activo explicada pela variabilidade do retorno do índice de mercado. Este problema poderá assumir uma intensidade acrescida nos casos de empresas com “reduzida” frequência negocial, dada a adesão ao método da “cotação arrastada”, i.e., repetição de cotações anteriores no caso de ausência de cotação¹⁴.

Quanto à questão da dimensão temporal da amostra, consideramos que se justifica a limitação a um período máximo de quatro anos, excluindo objectivamente a determinação de betas para períodos superiores a seis anos. No que se refere à determinação de coeficientes beta para períodos mais curtos— *v.g.* três meses—, somos de opinião de que tal procedimento pode revestir-se de alguma utilidade, sobretudo, por permitir obter informação sobre a sensibilidade da acção face a movimentos do mercado

influenciados por eventos de especificidade bem determinada¹⁵. Neste contexto, a análise dos desvios face ao beta típico do activo pode revelar alguma capacidade explicativa da volatilidade do retorno do referido activo, suprimindo de alguma forma a não utilização de modelos mais sofisticados, como seria o caso dos modelos multifactoriais.

Finalmente, na ausência de referências quanto ao índice de mercado a utilizar pela Bolsa de Valores de Lisboa (BVL), julgamos que o índice de mercado mais adequado seria o Índice BVL-Geral, essencialmente, por motivos de dimensão, de representatividade e ainda pelo facto de ponderar cada activo de acordo com o seu valor de mercado relativamente à totalidade do mercado. Consideramos também que poderia ter alguma relevância a determinação de betas em relação a índices sectoriais.

Uma última nota para referir que reputamos de interesse a divulgação da informação quanto aos valores da variância do mercado (para cada um dos períodos temporais para que o beta é calculado), obviando dessa forma que tais valores tenham de ser determinados como implícitos nas estimativas dos betas. ■

REFERÊNCIAS

- ALEXANDER, G.; Chervany, N. 1980. *On the Estimation and Stability of Beta*. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 15: 123-38.
- BLACK, F.; FAMA, E.; SCHOLES, M. 1972. *The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests*. In M. Jensen. (Ed.), Studies in the Theory of Capital Markets: 79-121. New York: Praeger.
- BLUME, M. 1975. *Betas and Their Regression Tendencies*; Journal of Finance, 30: 785-795.
- CHEN, Son-Nan. 1981. *Beta Nonstationarity, Portfolio Residual Risk and Diversification*. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 16: 95-112.
- COPELAND, T.; WESTON, J. 1988. Financial Theory and Corporate Policy. (3rd ed.). Reading MA, Addison Wesley.
- DAVES, P.; EHRHARDT, M.; KUNKEL, R. 1992. Estimating Systematic Risk: The Choice of Return Interval and the Number of Observations. Working Paper, University of Tennessee.
- ELTON, E., GRUBER, M. 1991. Modern Portfolio Theory and Investment Analysis; (4th ed.). New York, N.Y: John Wiley & Sons.
- HARRINGTON, D. 1987. Modern Portfolio Theory, The Capital Asset Pricing Model & Arbitrage Pricing Theory: A User's Guide. (2nd ed.), Prentice-Hall.
- KLEMKOSKI, R.; Martin, J. 1975. *The Adjustment of Beta Forecasts*. Journal of Finance, 30: 1123-28.
- KRYZANOWSKI, L.; Minh, C. 1984. *The Telescopic Effect of Past Return Realizations on Ex-Post Beta Estimates*. Financial Review, 19: 1-25.

ROLL, R., *A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests*; Journal of Financial Economics, 1977: 129-76.

SMITH, K.; *The Effect of Intervaling on Estimating Parameters of the Capital Asset Pricing Model*; Journal of Financial and Quantitative Analysis 13, 1978: 313-32.

NOTAS

¹ O modelo de mercado não se baseia nos mesmos pressupostos do CAPM - *Capital Asset Pricing Model* - apenas considera que o processo de determinação dos retornos dum activo financeiro assenta numa relação linear entre os retornos do activo e os retornos do mercado.

² Relativamente a esta questão do tipo de modelo de mercado a utilizar, Harrington (1987) referiu que a utilização do modelo de mercado, considerando taxas de retorno ou prémios de risco, nem sempre conduz a valores idênticos para os parâmetros estimados. Contudo, encontrar a melhor medida do beta não seria um problema teórico mas sim prático, estando principalmente relacionado com a estabilidade da taxa de retorno isenta de risco.

³ A estimação dos betas pode ainda ser efectuada pela via da determinação dos betas a partir de estimativas de analistas profissionais ligados ao mercado financeiro em relação à evolução da economia, mercado, sectores e empresas, e o impacto que a evolução da economia e do mercado terá sobre as empresas. Geralmente, são elaborados um conjunto de cenários sobre a evolução da economia e do mercado - favorável, provável e pessimista - sendo-lhes atribuída uma determinada probabilidade.

⁴ Para se ter uma ideia das dificuldades em se estimar o beta de activos individuais, Peterson (1972) mostrou que existem diferenças substanciais para os betas estimados por instituições especializadas - como a Merrill Lynch, Value Line, etc. - em diferentes momentos do tempo. Ver Peterson, D.; *Suggests Caution in the Use of Betas*; Financial Analysts Journal 28, 1972: 104.

⁵ Mais adiante referenciado como uma componente dos erros da regressão designada de ineficiência.

⁶ Nome da recta de regressão associada à utilização de qualquer um dos modelos de mercado.

⁷ Blume (1975) mostrou que os betas variam no tempo e que têm a tendência a alancançar valores próximos da unidade. No entanto, a evolução dos diferentes activos não deverá ser efectuada sempre à mesma velocidade. Com base em observações de longa duração, Blume propôs um ajustamento pelo qual se daria um determinado peso - digamos 1/3 - e o restante ao valor histórico - neste caso 2/3.

⁸ Ver, por exemplo, Beaver, W.; Kettler, P.; Scholes, M.; *The Association Between Market Determined and Accounting Determined Risk Measures*; *Accounting Review* 45, 1970: 654-82, e Rosenberg, B.; Mckibben, W.; *The Prediction of Systematic and Specific Risk in Common Stock*; *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 8, 1973: 317-34. Por exemplo, de acordo com estes autores, um factor que influencia decisivamente a estabilidade dos betas são as variações no tempo do grau de risco do negócio e financeiro das empresas consideradas isoladamente.

⁹ Como os betas variam no tempo devido maioritariamente por variações estruturais económicas e político-sociais, McDonald (1985) sugeriu que as estimativas dos betas através de dados históricos deveria ser feita a partir duma cuidadosa selecção do período da amostra, de forma a evitar períodos de acentuada instabilidade. Ver McDonald, B.; *Making Sense Out of Unstable Betas an Alphas*; *Journal of Portfolio Management*, 1985: 19-22.

¹⁰ Até muito recentemente, os investigadores acreditavam que a escolha do índice de mercado seria um assunto pouco importante dada a presumível elevada correlação entre os diversos índices de mercado. Actualmente, é consensual a ideia de que no caso dos índices de mercado utilizados no modelo de mercado não forem completamente

diversificados, aquele modelo poderá não conseguir distinguir de forma adequada o risco diversificável e daquele não diversificável. Uma crítica especialmente bem feita sobre este tema foi desenvolvida por Roll (1977). Contudo, Harrington (1987) defende que esse tipo de problemas parece causar mais complicações a nível teórico do que a nível prático, uma vez que os índices de mercado utilizados no modelo de mercado são aqueles que são mais frequentemente utilizados como *benchmarks* pelos investidores. Sharpe (1973) sugere ainda a utilização duma combinação de índices. Ver Sharpe, W.; *Bonds vs Stocks: Lessons from Capital Market Theory*; Financial Analysts Journal 29, 1973: 74-80.

¹¹ Tal como já tinham mostrado Breen-Lerner (1973), Gonedes (1973), Baesel (1974), Alexander-Chervany (1980), entre outros. A dimensão da amostra teria, inclusivé, de incluir um número suficiente de observações que permitam o pressuposto da normalidade das observações. Ver Breen, W.; Lerner, E.; *Corporate Financial Strategies and Market Measures of Risk and Return*; Journal of Finance 28, 1973: 339-52; Gonedes, N.; *Evidence on the Information Content of Accounting Numbers: Accounting-Based and Market-Based Estimates of Systematic*; Journal of Financial and Quantitative Analysis 8, 1973: 407-43; Baesel, J.; *On the Assessment of Risk: Some Further Considerations*; Journal of Finance 29, 1974: 1491-94; e Alexander, G.; Chervany, N.; *On the estimation and Stability of Beta*; Journal of Financial and Quantitative Analysis 15, 1980: 123-38.

¹² Alexander-Chervany (1980) sugerem cinco ou seis anos de observações.

¹³ Novamente, o CAPM não sugere qualquer ideia sobre o período para as observações: observações diárias, semanais, mensais, trimestrais, semestrais ou anuais. Para mais pormenores sobre o assunto, ver por exemplo Levwary, D.; Levy, H.; *The Capital Asset*

Pricing Model and the Investment Horizon; Review of Economics and Statistics 59, 1977: 92-104 e Hawawini, G.; *Why Beta Shifts as the Return Interval Changes*; Financial Analysts Journal 39, 1983: 73-77 e Dimson, E.; *Risk Measurement When Shares Are Subject to Infrequent Trading*; Journal of Financial Economics 7: 1979: 197-226.

¹⁴ Não parece muito adequado o procedimento de efectuar cálculos desde que exista pelo menos uma variação da cotação. Seria talvez preferível excluir observações que correspondam a uma manutenção da cotação por ausência de transacções por mais do que um certo período, digamos cinco dias.

¹⁵ Referimo-nos, concretamente, a perturbações nos mercados de câmbiais e monetários, choques macroeconómicos, incidentes de índole política, etc.