UNIVERSIDADE CATÓLICA PORTUGUESA . PORTO

FACULDADE DE ECONOMIA E GESTÃO

MESTRADO

FINANÇAS

Modalidade de Trabalho

Dissertação

Tema

Value at Risk: Utilidade, Limitações e Estimação

Nome Aluno

Rafael Pedreira Certal

Data

Junho 2013

CATÓLICA

UNIVERSIDADE CATÓLICA PORTUGUESA | PORTO

Faculdade de Economia e Gestão

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao meu orientador Professor Doutor Pedro Duarte Silva por me conceder a oportunidade de escrever esta tese e, pelas contribuições e conselhos dados ao longo deste trabalho.

Gostaria de agradecer às Faculdades que ingressei pelo conhecimento que me transmitiram e pelas oportunidades que me concederam.

Também agradeço às entidades que me empregaram pelas competências e ritmo de trabalho que me foram transmitindo.

Por último, agradeço aos meus pais e amigos pelo apoio e por me tornarem numa pessoa capaz de enfrentar qualquer desafio.

Sumário

O *Value at Risk* é uma medida de risco que estima a perda máxima potencial expectável de um ativo ou de uma carteira, para um determinado período temporal, com uma determinada probabilidade de ocorrência. Existem órgãos reguladores internacionais que obrigam as instituições financeiras a reportar o valor desta medida interna e externamente, no entanto, existem inúmeras metodologias para o seu cálculo.

Neste âmbito, os objetivos desta dissertação são por um lado expor a utilidade e limitações desta medida e as razões pelas quais esta deve ser complementada com outros procedimentos e politicas tais como análises de balanços, a implementação de outros sistemas internos de controlo, e a realização de auditorias externas para uma melhor gestão de atividades financeiras e carteiras de investimentos e por outro, a realização de uma aplicação prática adequada à realidade que consiste em aferir os melhores procedimentos deste para duas carteiras, uma composta por moedas de países desenvolvidos e outra por moedas de países em desenvolvimento. A Simulação Histórica, a Aproximação Variância-Covariância e a Simulação de Monte Carlo são as metodologias usadas nesta dissertação para a comparação anteriormente referida.

As principais conclusões retiradas deste estudo indicam que a Simulação Histórica obtém melhores desempenhos para a carteira composta por moedas dos países desenvolvidos e os piores para a carteira de moedas dos países em desenvolvimento; numa base anual, as estimativas de *VaR* da carteira dos países em desenvolvimento são mais adequadas que as estimadas para a outra carteira e em 2007 todos os *VaR* obtidos subestimam o risco. Estes resultados estão em linha com o que a bibliografia relacionada com o tema tem referido.

Sugere-se que a partir desta investigação sejam exploradas outras metodologias e medidas complementares, assim como, outros critérios de avaliação, de modo a obter estimativas e avaliações de *VaR* ainda mais precisas.

Índice

Índice de tabelas

Índice de ilustrações

Lista de Abreviações

AIC – *Akaike Information Criteria*

BIC – *Bayesian Information Criteria*

BIS – *Bank for International Settlements*

CC – *Conditional Coverage Test*

EVT – *Extreme Value Theory*

EWMA – *Exponentially Weighted Moving Average*

FLF – *Firm's loss function*

FX – *Forex*

GARCH – *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

GEV – Distribuição dos valores extremos generalizada

GPD – Distribuição generalizada de Pareto

IND – Teste de independência

LR – Estatística de máxima verosimilhança (*Likelihood Ratio*)

POT – *Peaks-over-threshold*

RLF – *Regulatory loss function*

SEC – *Securities and Exchange Commission*

UC – *Unconditional Coverage Test*

VaR – *Value at Risk*

1. Introdução

Ao longo da história recente das finanças existem diversos episódios de agentes propensos ao risco que apostaram quantias avultadas dos ativos das empresas, levando-as a situações complicadas ou até à falência. Nomeadamente, um *trader* no *Daiwa Bank*, no Japão, perdeu USD1,1 biliões durante 11 anos e foi apenas descoberto quando ele confessou; *Nick Leeson* do *Barings Bank* negociou sem autorização produtos derivados e levou o seu banco a perdas enormes; a *Orange County, CA* faliu em 1994 devido a uma posição extremamente alavancada em derivados, assumida pelos responsáveis da tesouraria, que não resistiu a um movimento adverso das taxas de juro. Perante estes exemplos medir o risco era e continua a ser fundamental. A análise da *duration* (tempo médio decorrido até todos os *cash flows* de um ativo serem pagos) surgiu para esse efeito, contudo é de aplicabilidade limitada, uma vez que apenas estima o risco de mercado de ativos com rentabilidades fixas. (Ruppert, 2006) Outras medidas (*Delta, Vega, Gama*) foram propostas para descrever diferentes aspetos do risco de uma carteira de ativos. No entanto estas medidas estão limitadas pelo facto de não medirem o risco total a que a carteira está sujeita. O *Value at Risk* (*VaR*) é uma medida que ultrapassa essa limitação. (Hull, 2006)

As empresas enfrentam todos os dias riscos financeiros, categorizados como riscos de mercado ou riscos de crédito. Enquanto o primeiro tipo é influenciado pelas cotações dos diferentes mercados, como por exemplo, pelas variações das taxas de juro, câmbios ou preço das *commodities,* o segundo inclui todos os riscos associados com o crédito que as empresas têm disponível ou estão a usar, mudanças no *rating* e potencial insolvência. Os analistas financeiros fazem gestão de risco com a finalidade de identificar, quantificar e gerir os riscos de uma empresa. Portanto, eles usam novas metodologias para calcular esses tipos de riscos e obter previsões. (Lynagh, 1997) Além dos riscos de mercado e de crédito, também é preciso estar atento ao risco de liquidez. Este tem origem nos custos elevados que por vezes são exigidos para liquidar posições. Portanto, é imperativo para a gestão de topo perceber esses riscos que os gestores juniores ou *traders* assumem para a empresa. (Ruppert, 2006)

Segundo alguns autores, a era moderna da gestão de risco começou em 1973, principalmente no domínio das posições cambiais (Linsmeier e Pearson, 1996 e 2000), servindo como justificações para essa afirmação o colapso do sistema de *Bretton Woods,* um sistema em que as taxas de câmbio de qualquer país tinham um determinado valor indexado ao dólar, que por sua vez estava ligado ao valor do ouro numa base fixa; assim como a publicação do modelo de avaliação de opções de *Black-Scholes*. O primeiro fenómeno consiste na transição de um sistema de taxas de câmbio fixo para um regime flutuante, em que surgiu a necessidade dos países com maiores volumes de transação a nível internacional procederem à medida e gestão dos riscos de câmbio. Do segundo acontecimento, surgiram ideias que forneceram alguns instrumentos de base e uma estrutura conceptual da medida e gestão de risco.

Desde essa data, assistiu-se a uma proliferação dos instrumentos derivados, frequentemente utilizados na gestão de riscos, tendo ocorrido simultaneamente um aumento dos riscos financeiros nomeadamente devido ao aumento da volatilidade subjacente. As *forwards*, os futuros, os *swaps* e as opções são instrumentos válidos para o fim referido anteriormente, porém também podem ser usados para apostas especulativas, aumentando mais a volatilidade dos mercados. A facilidade e rapidez de negociação, os baixos custos de transação e a customização de alguns dos derivados faz com que sejam apetecíveis para mitigar riscos de instrumentos e posições de um *portfólio* de ativos, em que o valor e os *cash flows* mudam com variações dos restantes elementos de mercado. Então, devido à dificuldade de perceber as magnitudes dos riscos que os *portfólios* de uma empresa incorrem, aliada à facilidade de negociação de derivados, apareceram medidas que sumarizam o nível de risco do *portfólio* de forma a ser reportado e facilmente compreendido por quadros superiores. O *VaR* é uma medida com essas propriedades.

O conceito e utilização do *Value at Risk* datam do final dos anos 80. O *VaR* estima a perda máxima potencial expectável de um ativo ou de uma carteira, para um determinado período temporal, com uma determinada probabilidade de ocorrência. (Beder, 1995, pág.12) Pela sua definição, esta medida aparenta ser simples, contudo pode induzir os agentes em erro quando os parâmetros, dados, pressupostos e metodologias que lhe estão subjacentes não são ponderados com prudência. A estimação do *VaR* consente uma multiplicidade de abordagens aos agentes que a usam, colocando-lhes dúvidas sobre a escolha do horizonte temporal, do nível de confiança, da base de dados e das simulações que obtêm os melhores resultados.

O horizonte temporal e o nível de confiança dependem um do outro, sendo que a interpretação do *VaR* tem significado quando os dois são conjugados. Usualmente, os estudos são feitos para níveis de confiança de 1% e 5% e são escolhidos períodos de investimento de curta duração. No que concerne à escolha das bases de dados, as opções dividem-se pelo uso de dados históricos ou dados simulados em que ambos provêm do preço histórico dos ativos de uma carteira, num determinado período passado. A seleção da distribuição estatística que melhor se ajusta aos dados em estudo ganha importância quando se opta pela base de dados simulados. Acrescenta-se ainda o facto de existir margem para se optar por uma análise univariada ou multivariada.

A Simulação Histórica, a Aproximação Variância-Covariância e as Simulações de Monte Carlo são as mais utilizadas na estimação do *VaR*. Enquanto a primeira usa dados históricos recentes para prever retornos futuros; a segunda assume o pressuposto de que as variações de valor dos ativos assumem uma distribuição Normal Multivariada, possibilitando a estimação da distribuição dos ganhos e perdas de carteiras que consequentemente também assumem uma distribuição Normal e; a terceira baseia a sua abordagem na construção de modelos com o propósito de gerar uma distribuição de probabilidades apropriada para a variação de valor de um *portfólio* e consequente estimação do *VaR.* Pela sua substância, estas simulações devem ser comparadas segundo diversos critérios, nomeadamente a facilidade de execução e comunicação, capacidade de interpretar riscos de instrumentos financeiros complexos, possibilidade de gerar análises fiáveis quando existe incorporação de pressupostos alternativos e plausibilidade dos resultados. (Linsmeier e Pearson, 1996 e 2000) Importa salientar que existem outras técnicas e medidas que podem ser exploradas como por exemplo, a Teoria dos Valores Extremos, o *Cash Flow at Risk* e a análise de sensibilidade.

De acordo com o que foi exposto, as estimativas do *VaR* podem ser válidas num contexto e não ser aplicáveis noutros. Como tal, é importante considerar o estudo da utilidade dos agentes que lidam com esta medida e dos testes estatísticos que medem a mesma. Um *VaR* que não subestima o risco é apropriado na perspetiva dos reguladores contudo, se for muito conservador, torna-se ineficiente no contexto empresarial.

A bibliografia sobre o assunto tem indicado que o *VaR* não alcança bons resultados quando testado em mercados que apresentam muitos choques na volatilidade. Portanto, surge como matéria de interesse o estudo da adequabilidade do *VaR* em contexto real a mercados que não apresentam comportamentos tão incertos como certas classes de ativos (obrigações do tesouro, derivados), enquadrando-se o mercado cambial nesse perfil. Neste trabalho realizou-se um estudo empírico em que foram criadas duas carteiras, em que uma delas é composta por moedas de países desenvolvidos (*Portfólio 1*) e a outra é composta por moedas de países em desenvolvimento (*Portfólio 2*). A escolha de carteiras em vez de títulos individuais foi feita com a intenção de reduzir o risco específico e a escolha de carteiras pelo critério da situação económica foi realizada pela natureza dos mercados dos países que as constituem em que, à partida, os países do *Portfólio 2* indiciam a existência de mais volatilidade. A base de dados é composta pelas taxas de câmbio *spot* de final de dia registadas pela *Reuters* ao longo dos últimos 10 anos (2003-2012) para o *Portfólio 1* e dos últimos 9 anos (2004-2012) para o *Portfólio 2*. As estimativas do *VaR* foram geradas pela Simulação Histórica, Aproximação Variância-Covariância e Simulação de Monte Carlo. O objetivo deste estudo consiste em verificar, numa base anual (cerca de 260 dias com negociação de taxas de câmbio), se o *VaR* obtido para investimentos de um dia das carteiras selecionadas, para um nível de confiança de 1% e 5%, cumpre a sua função relativamente aos retornos obtidos pela mesma carteira para o mesmo período de investimento no ano seguinte.

Tendo por base os resultados deste estudo realizado, verificou-se que o *VaR* em condições extremas, ou seja, períodos em que existem grandes mudanças de volatilidade, subestima o risco, como por exemplo, no ano de 2007 devido à crise do *subprime*. Também se observou que a Simulação Histórica obteve melhor performance que as outras simulações para a carteira constituída por moedas dos países desenvolvidos e a pior para a outra carteira. Mesmo assim, foi o *Portfólio 2* que atingiu melhores resultados em termos anuais na medida em que apesar da volatilidade se manter alta, esta sofre menos impacto das perturbações provenientes de choques externos do que no caso do *Portfólio 1*.

Em suma, esta dissertação discute a utilidade, limitações e estimação do *VaR*. No capítulo 2. *Value at Risk* são expostas as condições que propiciaram o aparecimento do *VaR*. Seguidamente, as definições e conceito desta medida, assim como alguns trabalhos realizados nesta área são apresentados de modo a introduzir a sua utilidade e limitações. No capítulo 3. Pressupostos e Metodologias é feita uma exposição dos pressupostos e metodologias consideradas para a estimação do *VaR*. Ao longo da exposição discutem-se importantes aspetos metodológicos tais como escolha do período de investimento e dos percentis utilizados no cálculo do *VaR*, e a recolha de dados e estimação das suas correlações. No que concerne às metodologias, são explicitadas a Simulação Histórica, a Aproximação Variância-Covariância, a Simulação Monte Carlo, apresentando-se alguns exemplos e ainda é feita referência a outras técnicas como a Teoria dos Valores Extremos. No capítulo 4.Vantagens e Problemas do *VaR*, é abordado de um modo mais aprofundado as vantagens e problemas desta medida, fazendo menção aos pontos a ter em conta na implementação deste tipo de medidas assim como às distribuições e funções de utilidade dos gestores de risco. Também é realizada uma comparação entre as simulações anteriormente referidas assim como do *VaR* relativamente a outras medidas de risco. No capítulo 5.Aplicação Prática é feita uma aplicação a um caso real dos conhecimentos descritos ao longo do trabalho com o intuito de avaliar as suas propriedades num exemplo concreto. Por último, no capítulo 6.Conclusões são apresentadas as conclusões desta dissertação e sugeridas algumas pistas de trabalho futuro.

2. *Value at Risk*

2.1. Início e Evolução

O conceito e respetivo uso do *VaR* data do final da década de 80. (Linsmeier e Pearson, 1996, pág. 2) Começou por ser usado pelas maiores empresas financeiras e, rapidamente se alastrou para a maioria dos dealers de derivados, com o intuito de medir os riscos dos seus *portfólio*s e os de mercado. Em 1994, o *JP Morgan* contemplou o *VaR* no seu programa *RiskMetrics*, numa tentativa de estabelecer um padrão de mercado em medida de risco, fazendo com que o uso deste tivesse um elevado crescimento, passando a ser usado por investidores de menor dimensão, investidores institucionais e organizações não financeiras. Mesmo assim, de acordo com uma pesquisa da Harvard Business School, embora o *JP Morgan* tivesse distribuído cópias do *Risk Metrics* e permitido o *download* de partes do programa, outros bancos de investimento insistiram em criar os seus próprios métodos de cálculo do *VaR* e também tentaram partilhá-los. Contudo, o *Risk Metrics* acabou por ser o *standard*, não obstante da indústria continuar a procurar adotar um método único de cálculo. (Lynagh, 1997); (J.P.Morgan, 1996)

Entre os anos de 1995 e 1996, a utilização do *VaR* despertou o interesse dos reguladores, nomeadamente, do *Basle Committee on Banking Supervision*, da *US Federal Reserve*, da *US Securities and Exchange Commission.* O primeiro, em Abril de 1995, propôs que os bancos usassem os seus próprios modelos, com alguns parâmetros fornecidos por eles, para o cálculo das necessidades de capital. Concretizando, após os dealers usarem os seus métodos internos ou o *standard* do *Bank for International Settlements,* para calcular o *VaR*, os resultados teriam que ser multiplicados por um fator 3 de modo a determinar o montante de capital a ser salvaguardado (Beder, 1995). Mais tarde, a Reserva Federal sugeriu um pré-acordo em que permitia os bancos usarem os seus modelos aliada à introdução de penalidades para os casos em que as perdas excedessem as necessidades de capital. A SEC listou o *VaR* como uma das possíveis medidas de revelação de risco de mercado para o lançamento da discussão sobre uma regra de divulgação de risco corporativo, nos finais de 1995. A *European Union's Capital Adequacy Directive* teve efeito no ano seguinte e consentiu a aplicação dos modelos *VaR* para determinar necessidades de capital para posições em moedas estrangeiras, tal como o cálculo de necessidades de capital para outros riscos sistemáticos. (Basel Committee on Banking Supervision, 1996 e 2009) (Jorion, 1996 e 2007)

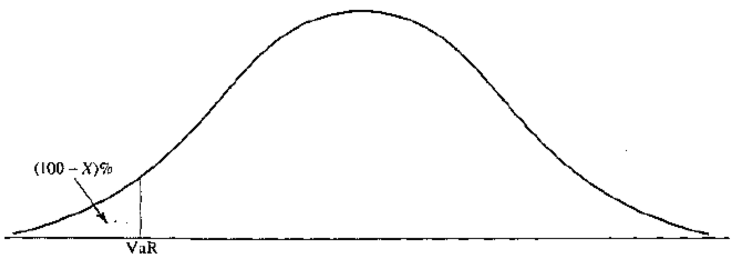
2.2. Definição

Como foi referido no capítulo introdutório, "O *VaR* estima a perda máxima potencial expectável de um ativo ou de uma carteira, para um determinado período temporal, com uma determinada probabilidade de ocorrência" (Beder, 1995). De acordo com o ponto de vista exposto por diversos autores, o *VaR* é uma medida probabilística do risco de mercado de uma carteira que quantifica, em termos monetários, a exposição que a mesma tem a futuras flutuações do mercado. (Saram, Thomas e Shah, 2003); (Ruppert, 2006)

A forma mais evidente de reportar o VaR está representada através da seguinte expressão: " Existe 5% (α) de probabilidade de um banco perder mais do que 5 milhões de dólares (V unidades monetárias) na próxima semana de negociação (nos próximos N dias) ", em que V, o *VaR* da carteira, está em função de α (nível de confiança) e N (horizonte temporal). Conclui-se então que o *VaR* manifesta simplesmente a probabilidade de uma perda. (Lynagh, 1997); (Hull, 2006)

A Ilustração 1 exemplifica o último parágrafo, em que o *VaR* corresponde ao percentil (100-X) da distribuição de variação de valores de um *portfólio* nos próximos N dias. Assumiu-se que as variações de valor do *portfólio* estão normalmente distribuídas.

Ilustração 1.
Cálculo do *VaR*, com um nível de confiança de α%, assumindo que as variações de valor de uma carteira seguem uma distribuição Normal



Fonte: (Hull, 2006)

Outro exemplo que pode ser dado, de modo a este conceito ser melhor percebido, está patente no *paper "Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk"*. (Linsmeier e Pearson, 1996) Este envolve em utilizar um contrato de futuros do mercado *Forex* que uma instituição entrou em algum momento no passado. Assumindo alguns pressupostos, tais como: a data atual é 20 de Maio; faltam 91 dias para o termo do contrato *forward* (USD/GBP); a taxa de juro a 3 meses associada ao dólar americano (USD) é r_{USD}= 5,469%; a taxa de juro a 3 meses associada à libra esterlina britânica (GBP) é r_{GBP}= 6,063%; a taxa de câmbio *spot* é 1,5335 USD/GBP; o agente, no dia em que o contrato expira, pretende receber 10 milhões de libras esterlinas a troco de 15 milhões de dólares norte americanos. Como tal, com estes dados é possível calcular o valor *mark-to-market* do *forward* para o dia 20 de Maio. No cálculo, também é importante realçar que uma das pernas do *forward* é equivalente a uma obrigação cupão zero de 91 dias denominada em libras e, a outra é equivalente a uma obrigação cupão zero de 91 dias denominada em dólares. Então:

$$Valor\ mark - to - market\ USD =$$

$$= [(taxa\ câmbio\ spot\ \frac{USD}{GBP}) \times \frac{10\ M\ GBP}{1 + r_{GBP}\left(\frac{91}{360}\right)}] - \frac{15M\ USD}{1 + r_{USD}\left(\frac{91}{360}\right)}$$

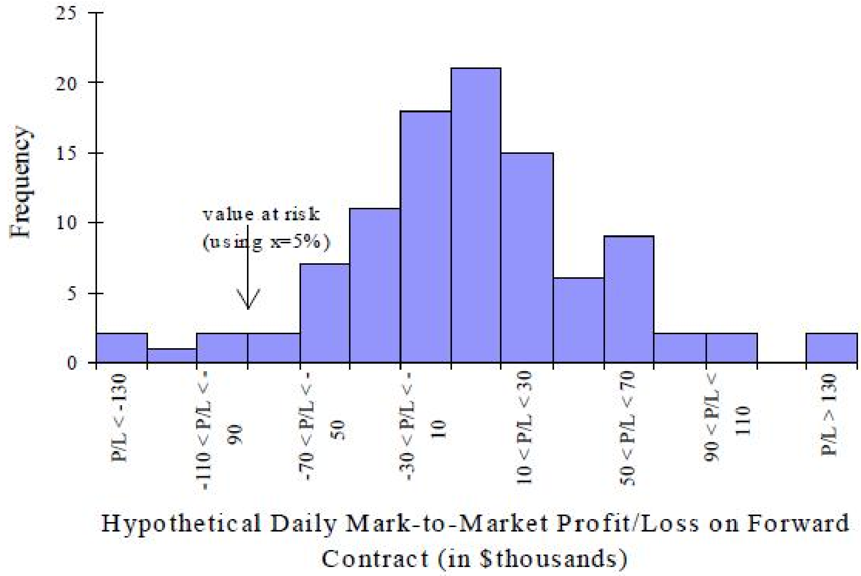
$$= [(1{,}5335\ \frac{USD}{GBP}) \times \frac{10\ M\ GBP}{1 + 0{,}06063\left(\frac{91}{360}\right)}] - \frac{15M\ USD}{1 + 0{,}05469\left(\frac{91}{360}\right)}$$

$$= 327.771\ USD$$

No dia seguinte, é natural que as taxas de juro e a taxa de câmbio se tenham alterado e, consequentemente, o valor do *forward* também. Supondo que as possíveis alterações de valor do contrato seguem uma distribuição como indicada na ilustração 2 (Linsmeier e Pearson, 1996), facilmente se percebe que a probabilidade de uma perda exceder os 130000 USD é de 2%, que uma perda esteja entre 110000 USD e 130000 USD é 1% e que uma perda esteja no intervalo 90000 USD e 110000 USD é 2%. Portanto, a probabilidade de uma perda exceder os 90000 USD é o somatório destas, isto é, 5%. Dito de outro modo, se a organização acredita que uma perda que ocorre menos do que 5% do tempo é uma perda devido a movimentos anormais do mercado, então 90000 USD é o limiar que divide as perdas de movimentos incomuns do mercado das oscilações normais. Neste caso, se a probabilidade de 5% for utilizada como a fronteira para definir uma perda derivada de movimentos normais de mercado, então 90000 USD é o *VaR*. Evidentemente, a probabilidade usada como fronteira pode ser diferente de 5%, dependendo do tipo de objetivo que diferentes tipos de instituições pretendem com esta medida. Exemplificando, se a empresa entender que 2% é a probabilidade que melhor representa os movimentos pouco usuais de mercado, então o *VaR* seria 130000 USD, uma vez que está previsto que uma perda exceda esse valor apenas 2% do tempo.

Ilustração 2.

Histograma dos ganhos e perdas mark-to-market diárias hipotéticas de um contrato forward



Fonte: (Linsmeier e Pearson, 1996)

2.3. Primeira Abordagem ao Estudo do *VaR*

Após contextualizar e definir o objeto de estudo desta tese, é imperativo fazer uma análise mais pormenorizada do mesmo, percebendo as suas potencialidades de forma a maximizar a sua utilidade assim como, compreender as suas limitações. Um aspeto que é irrefutável está relacionado com a validade e rápida aceitação que o *Value at Risk* ganhou no universo da gestão de risco. Aliás, é por este ponto que o *paper* "*VAR: Seductive but Dangerous*" (Beder, 1995) começa a sua reflexão. Esta medida é atraente, em grande parte, devido à sua simplicidade, em que o seu poder ainda hoje entusiasma os atores de mercado que rastreiam, analisam e gerem uma vasta panóplia de riscos. Tal como outras medidas de risco, o *VaR* dá a possibilidade às empresas de descobrirem quais são os negócios que dão o maior retorno arriscando menos. Importa salientar que se o seu conceito for usado ao extremo, numa simples estatística, uma organização pode medir a sua exposição aos mercados que existem no mundo. No entanto, este instrumento está dependente dos parâmetros, dados, pressupostos e metodologias usados, levando *dealers* e utilizadores finais a fazer cálculos e obter resultados significativamente diferentes para uma mesma carteira, mostrando que a utilização acrítica do *VaR* não está isenta de perigos. Como consequência, essas discrepâncias conduzem a necessidades de capital diferentes, dificultando o trabalho a nível financeiro, não só das empresas, como também dos reguladores. Serve de exemplo uma investigação que foi efetuada pela empresa de T. Beder (*Capital Market Risk Advisors Inc.*), em que testaram a proposta do *Basle Committee on Banking Supervision* de Abril de1995, concluindo que os montantes de capital recomendados eram muito altos ou muito baixos, dependendo da metodologia usada.

Tratando a problemática dos *inputs* que devem ser usados para o cálculo do *VaR*, surgem sempre dúvidas, uma vez que nenhum parâmetro, base de dados, pressuposto ou metodologia pode ser considerado como o único(a) correto(a). Desde logo, é questionado se as séries de dados a empregar devem ser as históricas ou se devem ser séries de dados simulados de acordo com algum modelo e se estas devem ser modelizadas por um conjunto específico ou por múltiplos modelos matemáticos. É importante acrescentar a plausibilidade da base de dados utilizada, assim como a definição de pressupostos, nomeadamente o horizonte temporal, que pode ser diário, mensal ou até anual, dependendo do objeto de estudo. Outra questão importante consiste em saber se a estimação deve ser feita com simulações históricas, simulações que usam variações históricas de cotações para construir uma potencial distribuição futura dos ganhos e perdas de uma carteira; ou simulações de Monte Carlo, simulações em que se escolhe uma distribuição estatística admitindo que esta é a que melhor se aproxima das variações possíveis dos fatores. Estes dois tipos de simulação utilizam métodos diferentes, em que a primeira é extremamente dependente do conjunto de dados subjacentes e, a segunda é influenciada pelos pressupostos assumidos quanto ao comportamento aleatório das variáveis chave a valores específicos da amostra. Todavia, ambas apresentam resultados em que alguns riscos de uma carteira de ativos são excecionalmente sensíveis ao tempo. Convém ainda adicionar outra problemática que se prende com a escolha de um cálculo global ou por sectores do *VaR* que algumas instituições realizam. Contextualizando esta última ideia, o *VaR* pode ser analisado e calculado de acordo com uma perspetiva multivariada ou univariada, dependendo das simulações e correlações que se pretende usar. Como tal, modelos matemáticos e distribuições estatísticas podem ser aproveitados para fazer uma avaliação individual dos instrumentos, assim como uma avaliação do *portfólio* agregado, nos tipos de simulações que o permitem realizar, como por exemplo as Simulações de Monte Carlo. Após todas estas considerações, é necessário prestar atenção aos pressupostos a ter em conta nas correlações entre as classes de ativos e os instrumentos empregues. Mesmo seguido de um estudo meticuloso de todos estes *inputs*, uma possível falha do *VaR* no objetivo de controlar o risco deve ser considerada, uma vez que esta medida por si só não é garantia da eliminação deste. Isto é contraproducente com a necessidade de estabelecer uma base comum para finalidades comparativas, em que seria fundamental encontrar uma metodologia *VaR* uniforme ou diferentes fatores multiplicativos de acordo com o tipo de *VaR*.

Na mesma linha de pensamento, o *paper "Selection of Value-at-Risk Models*" (Saram, Thomas e Shah, 2003) afirma que o conceito do *VaR* como instrumento de medida de risco tem sido bem aceite no mundo financeiro pelo facto de ser simples e atrativo, embora não exista um único caminho de implementação do mesmo. Transportando o *VaR* para a realidade, a aplicação do mesmo enfrenta a necessidade de escolha entre as alternativas, tornando-se num problema não trivial, uma vez que diferentes medidas do *VaR* para um mesmo *portfólio*, por vezes, levam a cometer erros significativos na gestão de risco. O risco que existe numa gestão de risco danosa, graças a deficiências dos modelos subjacentes é apelidado de "model risk", sendo um aspeto importante na gestão de risco. Portanto, o problema da seleção de modelos, assim como a avaliação da qualidade de implementação das diferentes alternativas do *VaR* são de interesse prioritário dos intervenientes de mercado. A realização de testes de hipóteses estatísticos ou a definição de funções de perdas que refletam as perdas das falhas de um modelo em particular são modos de tentar solucionar os problemas descritos. Enquanto o primeiro testa quais são os *VaR* que saídos de modelos alternativos continuam a manter as propriedades teóricas exigidas; o segundo foca-se no papel que a função utilidade tem para um gestor de risco, uma vez que bancos, gestores de fundos, reguladores e empresas apresentam diferentes utilidades e preferências.

Num outro prisma, o *paper "Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk*" (Linsmeier e Pearson, 1996) tem um capítulo em que destaca a identificação dos fatores de mercado importantes para o estudo e o cálculo da medida em apreço. Embora reconheça que existem inúmeras medidas quantitativas de risco de mercado, prefere direcionar-se para o estudo de um número limitado de fatores básicos de mercado, como preços e taxas básicas de mercado, sob pena de enveredar por um estudo mais complexo em que não seja possível retirar conclusões. Então, o valor de instrumentos, como *forwards, swaps*, empréstimos obrigacionistas, opções e opções exóticas, expressos em termos de um número limitado de fatores básicos de mercado é um importante passo para manter o problema manuseável. Como tal, a dependência de um número limitado de fatores básicos de mercado deve manter-se implícita nas simulações históricas e de Monte Carlo, porém deve ser explícita na metodologia Variância-Covariância, metodologia em que se assume que as rendibilidades são aproximadas pela distribuição normal multivariada e variam linearmente com as variações nos fatores de risco e os parâmetros são estimados a partir das observações históricas. O processo de explicitar essa dependência é conhecido como *"risk mapping*".

Em termos práticos, os fatores de mercado são identificados quando o "*risk mapping*" entra em ação, ou seja, quando os instrumentos de uma determinada carteira são decompostos em instrumentos mais simples diretamente relacionados com fatores básicos de risco de mercado, interpretando os atuais instrumentos como *portfólios* de instrumentos mais simples. Um exemplo clássico das finanças é a decomposição de um contrato *FX forward* em três fatores básicos de mercado, isto é, na taxa de câmbio *spot* e nas taxas de juro, para o período de duração do *forward*, dos dois países em questão. Estas decomposições conduzem a uma fórmula, que expressa o valor de um instrumento e, o mesmo procedimento e respetiva formulação devem ser obtidos para todos os outros instrumentos de uma determinada carteira, fazendo com que uma parte chave da problemática da quantificação de risco seja resolvida. Após isto, a determinação e estimação das distribuições estatísticas do valor futuro potencial dos fatores de mercado, assim como a possível variação de valor das diferentes posições de um *portfólio* e o cruzamento dessas posições para perceber as futuras variações do *portfólio* como um todo vão de encontro ao que já foi dito por outros autores sobre este tema. Mesmo assim, importa salientar mais uma vez que é óbvio que o valor de um *portfólio* está exposto a imensos fatores de mercado.

3. Pressupostos e Metodologias

3.1. *Holding Period* e Coeficiente de Confiança

A estimação da medida em apreço é, numa fase inicial, dependente de dois pontos. As dúvidas que um analista tem nesta fase prendem-se com a escolha do horizonte temporal do investimento e o coeficiente de confiança, em que estes são de certa forma interdependentes. A prática mais comum consiste em definir um *holding period* (N) de um dia, devendo-se ao facto de não existirem dados suficientes para estimar diretamente o comportamento de variáveis de mercado para períodos mais longos que um dia. Uma fórmula que é assumida para este caso é:

$$Nday\, VaR = 1day\, VaR \times \sqrt{N}$$

Em muitos casos é uma aproximação, no entanto, quando as variações de valor de um *portfólio* em dias sucessivos têm distribuições normais idênticas e independentes com média zero, esta fórmula é exatamente verdadeira. Pegando no exemplo do *Basle Committee on Banking Supervision*, os reguladores requerem que o capital de um banco seja pelo menos três vezes o 10-day 1% *VaR*. Após o cálculo do 10-day *VaR*, aplicando a fórmula, o nível de capital mínimo exigido seria $3 \times \sqrt{10} = 9{,}49$ vezes o 1-day 1% *VaR.* (Hull, 2006)

Continuando o estudo destes parâmetros, para *holding periods* mais pequenos, de um dia por exemplo e, um coeficiente de confiança grande (pequeno X, $\alpha = 1 - X$), as perdas frequentemente ultrapassariam o *VaR* estimado. Então, se $\alpha = 0{,}05$, existiria aproximadamente uma perda por mês em que o valor do V*aR* era excedido, considerando que existem 20 dias de negociação num mês. (Ruppert, 2006)

Perante isto, está patente a discussão relativamente à escolha do *holding period*. Existem opções de escolha relativamente ao horizonte temporal a ser escolhido, em que uma similar distribuição de ganhos e perdas diárias, de dez dias ou até períodos maiores pode ser construída. Uma vez que os ganhos e perdas de dez dias são tipicamente maiores que as de um dia, as distribuições apresentam resultados mais dispersos e, como tal, a perda que é excedida α% do tempo será maior, implicando um *VaR* também maior. Sendo assim, os *holding periods* mais escolhidos são 1, 2, 10 dias de negociação ou 1 mês. Este parâmetro é determinado pelo horizonte que a entidade pretende. As empresas financeiras que estão constantemente a negociarem carteiras de ativos escolhem frequentemente o período de 1 dia. Por outro lado, empresas não financeiras e investidores institucionais podem usar períodos maiores. Um pressuposto implícito no manuseamento do *VaR* prende-se com a ideia que o *portfólio* atual se mantém inalterado durante esse horizonte temporal, um pressuposto pouco realista no mundo financeiro, principalmente para grandes *holding periods*.

Explorando o outro ponto, os valores usados normalmente para α são 1, 2.5 e 5%. Existe alguma teoria que estuda a escolha do α, em que este é determinado pela forma como o utilizador do sistema de avaliação de risco pretende interpretar o número que provém do *VaR*. Por outras palavras, depende do critério do avaliador em definir o que é uma perda anormal, ou seja, se é aquela que ocorre com 5% ou 1% de probabilidade, sendo óbvio que uma perda que ocorre com a probabilidade de 1% é superior aquela que ocorre com 5% de probabilidade. Utilizando o exemplo em que as variações de valor do *portfólio* estão normalmente distribuídas, a escolha entre uma outra probabilidade resulta numa perda 1,41 vezes maior para a probabilidade de 1%. Na prática, o sistema *Risk Metrics* utiliza 5% enquanto um relatório anual da *Mobil Oil* de 1994 usa 0,3%, demonstrando o grande espectro de valores que o α pode tomar.

Como foi dito anteriormente, estes dois pontos dependem um do outro e, a interpretação do *VaR* depende desses pressupostos que foram escolhidos. Como consequência, se é desconhecida a probabilidade α ou o horizonte temporal t, os valores resultantes do *VaR* são desprovidos de qualquer significado. Portanto, duas empresas com o mesmo *portfólio* de ativos podem apresentar diferentes estimativas do *VaR.* (Linsmeier e Pearson, 1996)

3.2. Dados e Correlações

Um ponto importante no estudo do *VaR,* que acaba por originar uma das suas limitações, está assente na seleção dos dados a usar. Qualquer método de cálculo do *VaR* baseia-se em dados que provêm do preço histórico dos ativos de uma carteira, num determinado período passado. A escolha da duração desse período influencia a modelização e este pode apenas utilizar os últimos 100 dias ou pode prolongar-se por muitos anos. Cada uma das escolhas tem os seus pontos fortes dependendo do propósito que se pretende. Isto significa que a preferência por um grande período de dados históricos inclui grandes choques para a economia, no modelo, por um longo período; da mesma maneira que, para um período pequeno, o modelo rapidamente despreza grandes choques. De qualquer modo, importa destacar que no mundo financeiro retornos passados não significam retornos futuros, daí a grande limitação de utilizar dados históricos, dado que os métodos a utilizar avaliam os *portfólios* para o período futuro. (Lynagh, 1997)

Para além da importância do histórico dos dados, também é necessário ponderar as estimativas de correlação, especialmente relevantes para a simulação de Monte Carlo. Um bom exemplo disto é a diferença entre as estimativas de correlação usadas pelo *Risk Metrics* e pela proposta do *BIS / Basle*. O primeiro permite a correlação entre todas as classes de ativos, usando observações históricas diárias exponencialmente ponderadas. O segundo adota uma metodologia diferente produzindo, em qualquer circunstância, maiores estimativas do *VaR,* dado que apenas permite a existência de correlação dentro das classes de ativos e, não entre as diferentes classes, forçando a que a correlação entre distintas classes assuma os valores 1 ou -1 (Beder, 1995).

3.3. Distribuições de Probabilidade

Os gestores de risco comparam o valor futuro de um *portfólio* com o valor atual. Como consequência, é evidente que as avaliações futuras, alcançadas através de qualquer um dos métodos de cálculo, só podem ocorrer se o valor atual do *portfólio* estiver estabelecido e, se é possível modelizar realisticamente o seu comportamento futuro. Essa diferença entre valor futuro e atual é a base do *VaR*, sendo este um determinado valor na distribuição de possíveis variações de valor da carteira, tal como já foi referido noutros capítulos.

No seguimento daquilo que foi dito, o cálculo do *VaR* implica o conhecimento da distribuição de resultados para um período no futuro e a maneira mais simples de o fazer passa por tentar obter a distribuição dos possíveis resultados dos fatores de risco subjacentes aos ativos do *portfólio*. Estes são considerados as primeiras fontes de risco, tais como taxas de juro ou de câmbio. Com a obtenção da distribuição dos fatores de risco, é fácil obter a distribuição de valor dos ativos dado que são calculados a partir do intervalo dos fatores de risco. Exemplificando o processo, com o espectro de resultados de uma taxa de juro, é possível calcular o intervalo de valores em que pode variar uma obrigação de cupão zero. Finalizando, a distribuição do *portfólio* é dada após se ter em conta o peso que cada ativo tem nele, precedida da agregação das distribuições de ativos. (Lynagh, 1997)

O problema do conhecimento da distribuição de rendimentos de cada ativo ganha particular importância na modelização paramétrica. Usualmente, a distribuição Normal é utilizada pela facilidade que apresenta na sua implementação. Porém, o seu uso também é questionado na medida em que na realidade as distribuições de rendimentos são assimétricas e apresentam caudas mais pesadas, isto é, os eventos extremos ocorrem com mais frequência do que aqueles que a distribuição Normal indica. Concretizando, esta distribuição estatística por vezes subestima o risco que uma carteira de ativos evidencia dado que podem existir mais e maiores perdas que as indicadas pela mesma. Surge então espaço para a discussão de outras distribuições estatísticas que apresentem caudas mais pesadas de modo a reduzir o risco de estimação e permita uma melhoria na performance dos modelos.

A distribuição *t-Student* aparece como uma das principais alternativas à distribuição Normal. Apresenta o inconveniente de também ser simétrica e pode admitir que a variância é constante ao longo do tempo, no entanto demonstra caudas mais pesadas, captando a curtose em excesso das distribuições obtidas na realidade. Esta distribuição tem um parâmetro adicional, chamado de graus de liberdade, que controla a sua curtose e peso das duas caudas. Quanto menor for o número de graus de liberdade de uma distribuição t, maior a probabilidade atribuída às sua caudas e a disparidade entre esta e a distribuição Normal. Segundo (Jorion, 2001), o número ótimo de graus de liberdade varia entre 4 e 8 para séries relacionadas com instrumentos financeiros. Tal como a distribuição Normal, a distribuição t admite versões univariadas e multivariadas, e todos os seus parâmetros podem ser estimados pelo método da máxima verosimilhança. (Mateus, 2008); (Jorion, 1996, 2001 e 2007)

Existem outros exemplos de distribuições com caudas mais pesadas que a Normal frequentemente utilizados em finanças, nomeadamente a *Cauchy*, a Logística e a Inversa Gaussiana, que serão discutidos no capítulo 5 onde será apresentada a aplicação prática estudada nesta dissertação.

3.4. Simulação Histórica

A simulação histórica é um método de estimação do *VaR*, sendo um dos mais populares e mais usados atualmente. O facto de esta aproximação usar dados históricos recentes para prever retornos futuros dos fatores de risco, em vez de assumir que estes apresentam uma distribuição Normal, confere-lhe maior generalidade. Existem alguns procedimentos base que um gestor de risco usa na implementação desta metodologia, que seguidamente passarão a ser explicitados. Em primeiro lugar, deve-se reunir as cotações históricas dos ativos que compõem o *portfólio*, para um determinado período que se pretende analisar, como por exemplo, recolher informações sobre o preço e yields de uma obrigação do tesouro registados nos últimos 250 dias de negociação. Depois, deve-se medir as variações percentuais diárias, isto é, se um ativo registou na observação do primeiro dia a cotação 5,50% e no segundo dia 5,45%, registou uma variação de -0,91% e este cálculo deve ser feito para todos os outros intervalos diários, do dia 2 para o 3, do 3 para o 4 e assim sucessivamente. Após este processo, vai-se assumir que o historial de variações registado volta a acontecer, em que a última cotação registada é a base e os valores obtidos são o valor futuro do título, ou seja, se 6,00% foi a última cotação registada, aplica-se a primeira variação, neste caso -0,91% e, o valor futuro do título no primeiro caso é 5,94%. Analisando o impacto que este ativo tem na carteira, deve-se em seguida subtrair o valor futuro do *portfólio* pelo valor atual e verificar qual o montante perdido de acordo com esse fator de risco se os movimentos de mercado voltarem a repetir. Posteriormente, o processo deve ser repetido para todos os outros dias do período em análise, criando-se assim uma distribuição de resultados possíveis para a carteira. Este procedimento conclui-se quando os resultados obtidos são ordenados da menor para a maior perda e o coeficiente de confiança é escolhido. Exemplificando, se o nível de confiança escolhido for 95%, numa simulação que contenha 100 dias de negociação, deve-se escolher o quinto pior resultado (quinta maior perda); se a amostra tem 1000 dias deve-se escolher para esse nível o quinquagésimo pior resultado e assim em diante. Obviamente que esta análise apresenta diferentes conclusões de acordo com o nível de confiança escolhido. (Mateus, 2008); (Hull, 2006); (Lynagh, 1997)

Importa acrescentar que por vezes é necessário considerar mais um passo inicial na implementação da simulação histórica. Existem posições de ativos que por vezes um investidor pretende tomar na sua carteira, no entanto, não existe no mercado uma oferta diretamente compatível com a sua intenção. Então, este deve tentar replicar as cotações *market-to-market* da posição pretendida através de uma fórmula cujos *inputs* sejam fatores básicos de mercado que estejam em negociação. Este aspeto já foi aludido anteriormente, quando se falou do *risk mapping*.

Outro ponto que também importa salientar prende-se com a análise de *portfólios* com muitos instrumentos. Um *portfólio* deste tipo é o mais realista e pode incluir opções. Este tipo de ativo financeiro pode introduzir muitos erros na análise do risco da carteira, principalmente se a volatilidade for assumida como uma volatilidade constante, um pressuposto muito contraproducente com a natureza deste instrumento financeiro, que é particularmente sensível à volatilidade dos ativos subjacentes. Como tal, a volatilidade dos ativos subjacentes às opções deve ser considerada como um fator de mercado adicional e deve ser recolhida e estimada com base nos registos do período que estiver em estudo, de modo a reduzir os erros da estimação. Por outro lado, foi constatado num dos passos da simulação histórica que os ganhos e perdas *market-to-market* de cada ativo da carteira devem ser calculados e somados em cada dia de modo a descobrir o resultado total da carteira e, só depois, é que esses resultados devem ser ordenados. Portanto, está implícito que esse tipo de carteiras está mais diversificado na medida em que os ganhos de certos ativos compensam as perdas de outros. Todavia, se o investidor tem na sua carteira instrumentos que possuem uma elevada correlação positiva, pode considerar a ordenação dos ganhos e perdas de cada instrumento individualmente antes da soma para conhecer o resultado do *portfólio*. Com este procedimento, o indivíduo assume implicitamente essa correlação positiva e o *VaR* resultante dessa operação embora assuma um valor que possa parecer exagerado, provavelmente está mais adequado a essa realidade.

Em suma, esta simulação é uma aproximação que requer poucos pressupostos nas suas distribuições, em que toma o valor atual de uma determinada carteira e sujeita-a a movimentos que os seus fatores de mercado constituintes experimentaram num passado recente. Esta e as outras metodologias subsequentemente explicadas dependem sempre de alguns determinantes. O *VaR* é determinado com base na magnitude das variações passadas dos ativos de uma carteira, no número de ativos que a constituem, na dimensão dos mesmos, na sensibilidade dos valores *market-to-market* desta face a variações diárias dos seus ativos e pelo co movimento entre as variações de cotação diária dos próprios ativos. (Linsmeier e Pearson, 1996 e 2000)

3.5. Simulações - Modelos Paramétricos

A Aproximação Variância-Covariância é uma alternativa de cálculo do *VaR* que é a base de várias alternativas que hoje são conhecidas e utilizadas no mundo financeiro. Contudo, esta aproximação, embora seja usada na prática, tem muitas limitações graças ao pressuposto que a sustenta. Essa condição prévia compreende que as variações de valor dos fatores de mercado subjacentes assumem uma distribuição Normal Multivariada. Sendo assim, através deste método analítico, nome pelo qual também é conhecida esta aproximação, é possível determinar a distribuição *mark-to-market* dos ganhos e perdas de *portfólios*, em que também assumem distribuição Normal. No entanto, sabe-se que em finanças assumir que os retornos seguem a normalidade não é correto. Esta situação já foi explicada anteriormente nesta tese. Além disso, esta alternativa, enquanto se baseia num conjunto de fórmulas provenientes de bibliografia estatística, captura os elementos determinantes do *VaR*. Entende-se como apreensão desses elementos a identificação de noções intuitivas de variabilidades e movimentos com conceitos estatísticos de desvio padrão e correlação, que por sua vez levam à determinação da matriz variância-covariância da distribuição Normal assumida para variações dos fatores de mercado.

Para compreender esta metodologia é conveniente dividir o processo em vários passos e, além disso, é preciso ter em consideração o tipo de *portfólio* que se tem em mãos. Então, numa primeira fase será exposto o modo de abordar uma carteira com um único instrumento e, de seguida, a abordagem para uma carteira com múltiplos instrumentos, ou seja, uma mais próxima da realidade. (Linsmeier e Pearson, 1996 e 2000); (Lynagh, 1997)

O pack *J.P. Morgan's RiskMetrics* serve de exemplo relativamente ao uso desta aproximação para modelizar o *VaR.* Segundo este método, o primeiro passo indica que se devem usar os dados históricos de cada ativo da carteira para calcular a respetiva média, variância e correlação, em que cada um deles assume uma distribuição Normal dos retornos, com a sua própria média e variância. Por vezes, para este passo é necessário realizar *risk mapping* pelas razões que já foram expostas noutros capítulos.

Os passos seguintes (tabela 1) alertam para o peso que cada ativo tem no *portfólio*, sendo que a soma deve igualizar 1 e seguidamente, o peso deve ser multiplicado pelo retorno do respetivo ativo, dando o retorno da carteira. A variância do *portfólio* de ativos é calculada através da variância de cada ativo que o constitui e das relações existentes entre os fatores de risco.

Tabela 1.

Peso, média e desvio padrão de um *portfólio* com 2 ativos para o cálculo do *VaR* pela Aproximação Variância-Covariância

$\sum_{i}^{\infty} X_i = 1$
$R(portfólio) = X_1 R_1 + X_2 R_2$
$\sigma^2(portfólio) = {X_1}^2 {\sigma_1}^2 + {X_2}^2 {\sigma_2}^2 + 2 X_1 X_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$
X – Peso do ativo na carteira
R – Retorno
σ – Desvio padrão
ρ – Correlação

Fonte: Elaboração própria

Por último (tabela 2), assume-se que os retornos do *portfólio* são normalmente distribuídos, com a média e variância anteriormente calculadas, obtendo-se essa distribuição. O *VaR* acaba por ser o valor do *portfólio* escolhido para determinado nível de probabilidade.

Tabela 2.

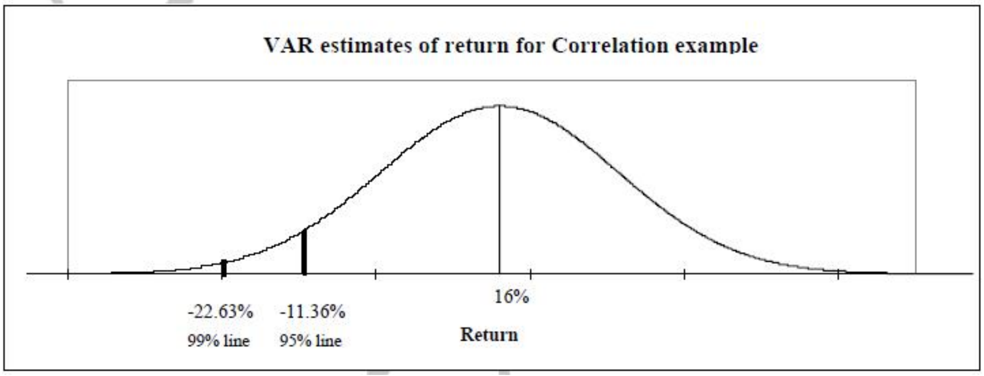
VaR para qualquer nível de confiança obtido através da Aproximação Variância-Covariância

$Value\ at\ Risk = \Phi^{-1}(q) \times \sigma_{portfólio}$
q – quantil da distribuição normal estandardizada N(0,1)
σ – Desvio padrão

Fonte: Elaboração própria

Exemplificando, vai-se supor que uma carteira contém dois ativos, com igual peso na mesma, o retorno e variância de um deles é 20% e 0,04 e do outro é 12% e 0,03, a covariância entre eles é 0,02. Então o retorno esperado é: 0.5*0.2+0.5*0.12=16%; a variância é: 0.5^2*0.04+0.5^2*0.03+2*0,5*0,5*0,02=0,0275 e; o desvio padrão é: $\sqrt{0{,}0275}$=16,58%. Se o nível de confiança pretendido for 99%, o percentil 1% de acordo com a distribuição Normal está distante da média: 2.33*0.1658=38.63%, concluindo-se que o *VaR* para esse nível de confiança é: 0.16-0.3863=-22.63% (ilustração 3).

Ilustração 3.
Resultado do exemplo do cálculo do *VaR* através da Aproximação Variância-Covariância, para um nível de confiança de 95% e 99%



Fonte: (Lynagh, 1997)

No caso de a carteira ser constituída por múltiplos instrumentos, basta ter a média e matriz de covariâncias dos retornos de todos os ativos que a constituem e a única barreira que este método coloca, é nas fórmulas de cálculo de variância que têm que incorporar mais variáveis. Além disso, importa referir uma situação que ocorre quando se lida com carteiras deste tipo. Por exemplo, no mercado, as taxas de juro com duração de 1, 3, 6 e 12 meses são as escolhas habituais para os fatores de risco uma vez que a maioria dos depósitos interbancários ativos, assim como as obrigações governamentais líquidas que incidem sobre as diferentes moedas, negociam com esses prazos e são estas as taxas que aparecem cotadas. Então, se é pretendida a avaliação do mesmo *forward* que foi abordado no capítulo da definição do *VaR*, porém com a diferença que a sua duração é de 4 meses, o que é que se deve fazer uma vez que não existe um mercado interbancário ativo para esse prazo? Face a esta questão é que o *risk mapping* assume contornos decisivos, pois oferece um método para contornar este problema. Este *forward* deve ser dividido nos três fatores básicos de mercado, isto é, na taxa de câmbio *spot* e nas taxas de juro, para o período de duração do *forward*, dos dois países em questão, contudo com a nova duração. Posto isto, estes fatores que foram obtidos devem ser novamente mapeados para instrumentos com durações estandardizadas, em que neste exemplo consiste num *portfólio* de obrigações cupão zero com duração de 3 e 6 meses. O objetivo desta última operação reside em que este novo *portfólio* tenha o mesmo valor de mercado e risco que as obrigações que lhe deram origem, em que o risco é representado pelo desvio padrão das variações de valor *mark-to-market*, sendo proporcional ao *VaR*. Então, cada *cash flow* deve ser mapeado com as posições *standard* mais próximas do mesmo. Esta lógica de procedimento também exige o uso de taxas de juro para o período em consideração e, que tipicamente são obtidos por interpolação, contudo é preciso ter em atenção que as medidas de *VaR* calculadas através destes modelos de avaliação teóricos dependem apenas de um número limitado de fatores de mercado. No entanto, se este mapeamento for bem executado, o número de ativos que uma carteira tem não dificulta muito a tarefa do avaliador. Este apenas tem que estimar os desvios padrões e coeficientes de correlação para todos os fatores de mercado inerentes às posições tomadas. Mais uma vez convém referir que as opções ou produtos estruturados podem dificultar muito a implementação e eficácia desta aproximação devido à não linearidade dos seus *payoffs*.

Nos casos explicitados anteriormente assumiu-se que todas as observações têm a mesma ponderação no cálculo da matriz variância-covariância. No entanto, o cálculo dos desvios padrão das variações de valor de uma carteira que leva a determinação da volatilidade do *portfólio* podem ser obtidos por modelos estatísticos dinâmicos, em que servem de exemplo o modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e o EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*). Estes modelos têm como principal característica o facto de permitirem a incorporação de volatilidades variáveis ao longo do tempo, o que constitui uma característica recorrente dos mercados financeiros. (Mateus, 2008)

3.6. Simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo é um exemplo proveniente da abordagem de construção de modelos com o propósito de gerar uma distribuição de probabilidades apropriada para a variação de valor de uma carteira e consequente estimação do *VaR*. Esta metodologia possui algumas semelhanças relativamente à Simulação Histórica, contudo tem uma grande diferença no que concerne ao tratamento das variações de valor dos fatores de mercado. Explicitando melhor, enquanto o primeiro tipo de simulação utiliza as variações observadas dos fatores de mercado durante um período recente para criar ganhos ou perdas hipotéticas de um *portfólio*, o método em apreço permite escolher uma distribuição estatística que se crê que seja a mais adequada a prever as possíveis variações de valor dos fatores de mercado de acordo com as características e o conhecimento prévio sobre os dados do investidor. Portanto, o *VaR* é determinado através de uma distribuição de possíveis ganhos e perdas de um *portfólio*, que tem como base, um gerador de valores pseudoaleatório que concebe dezenas de milhares de variações de valor hipotéticas de fatores de mercado que, por sua vez, produz milhares de resultados hipotéticos do *portfólio* em análise, utilizados para a conceção dessa mesma distribuição. Existe a opinião de que este tipo de simulação é mais rigoroso e melhor compreendido que a Simulação Histórica na medida em que este método tem maior consideração sobre o potencial dos choques de mercado, assim como o uso da modelização matemática para a previsão de choques futuros. Por isso, tal como noutras aproximações, um gestor de risco deve seguir alguns procedimentos para o manuseamento desta simulação.

De modo análogo às outras formas de estimação do *VaR*, o primeiro passo consiste na identificação dos fatores básicos de mercado. Neste tipo de simulação, a modelização das variações de valor dos fatores de risco torna-se essencial relativamente à variação dos ativos individualmente uma vez que a simulação neste caso exige uma intensidade computacional muito mais elevada que as outras. O facto das variações de uma taxa de juro poder ser aplicado para qualquer ativo que seja afetado por esta, assim como a evidência de que o número de fatores de risco é inferior ao número de ativos que um investidor pode estar interessado em modelizar, suportam a utilidade que este passo tem na estimação através deste método.

Em seguida, dispondo-se dos valores atuais, da equação e da distribuição de números aleatórios que prevê valores futuros, deve-se simular os comportamentos que os fatores de risco mostram, com base nesses pressupostos, para o período seguinte, calculando um possível valor futuro para os mesmos. Quando essa simulação é repetida inúmeras vezes, dá origem a uma distribuição de possíveis valores futuros. Outra forma de explicitar esta etapa passa por afirmar que depois de se ter escolhido a distribuição, deve-se utilizar o gerador pseudoaleatório (a equação, por exemplo) de modo a criar variações hipotéticas de valor dos fatores de mercado. Normalmente, o número de cenários hipotéticos gerados ultrapassa os 10000 cenários.

Visto que cada um dos valores criados tem uma probabilidade de ocorrência associada, baseada na distribuição aleatória escolhida para gerar a nova distribuição, o passo seguinte implica calcular os inúmeros hipotéticos valores *mark-to-market* do *portfólio*, em que as variações de valor do mesmo são obtidas pela subtração entre os valores hipotéticos e o valor atual, procedimento idêntico às outras simulações. Por último, também conforme as outras simulações, os ganhos e perdas da carteira devem ser ordenadas do maior ganho para a maior perda, emparelhados com a respetiva probabilidade de ocorrência e a perda que coincidir com o nível de significância selecionado pelo gestor é a que deve ser escolhida.

Importa salientar que para um *portfólio* que seja composto por muitos ativos, existem alguns cuidados a ter nalguns passos. Em primeiro, mais ativos implica a identificação e tratamento de mais fatores de mercado e a respetiva formulação. Caso opções façam parte da constituição da carteira, estas devem ser tratadas da mesma maneira que na Simulação Histórica. Além disso, a escolha de uma distribuição que represente as variações de todos os fatores de mercado acarreta mais dúvidas e trabalho para o gestor, em que a volatilidade das opções deve entrar nas contas, caso estas façam parte da carteira e é estabelecido que a volatilidade pode variar. A última precaução é comum à da Simulação Histórica, ou seja, todos os ganhos e perdas de todos os instrumentos devem ser calculados e somados para cada cenário, antes de serem ordenados do maior ganho para a maior perda do *portfólio.* (Lynagh, 1997); (Linsmeier e Pearson, 1996 e 2000)

3.7. Outras Técnicas – Teoria Valores Extremos

Uma problemática que se tem enfrentado no cálculo do *VaR* prende-se com a questão do comportamento das caudas das distribuições, ou seja, na medida e gestão dos eventos extremos que ocorrem. A *Extreme Value Theory* (EVT) estuda esse comportamento, sendo um tópico clássico da teoria das probabilidades, em que desafia o ramo da gestão de risco a implementar modelos com raros eventos graves em que as suas consequências podem ser quantificadas. Por outras palavras, a EVT fornece as melhores estimativas possíveis para a área que corresponde às caudas das distribuições, associadas aos eventos extremos, de modo a serem manuseados com precaução. De um modo geral, existem dois grupos de modelos para os valores extremos. O mais antigo modeliza as maiores observações recolhidas em grandes amostras de observações identicamente distribuídas e é apelidado de *block maxima*. O outro grupo entende-se por *peaks-over-threshold* (POT), sendo uma classe de modelos focada para todas as grandes observações que excedem um patamar elevado. Este grupo permite uma utilização mais eficiente dos poucos dados que existem nas zonas extremas e dentro desta classe, pode ser dividida entre as aproximações semiparamétricas construídas em torno do estimador de Hill e os modelos parametrizados baseados na distribuição generalizada de Pareto. (Todorova, 2009), (Barbosa, 2005)

Para este tipo de simulação ser melhor entendida, deve-se começar por descrever os seus fundamentos. Embora a distribuição exata dos extremos seja desconhecida, o comportamento assintótico do máximo de uma função é objeto de estudo. O teorema de Fisher e Tippet (1928) é o primeiro que se foca no estudo desse comportamento:

$$y = (Y_n - \beta_n)/\eta_n$$

Em que o máximo da variável Y_n é padronizada, após a subtração do parâmetro de localização β_n e da divisão pelo parâmetro de escala η_n, de modo a obter uma distribuição de extremos estandardizados não degenerada. Posteriormente Gnedenko (1943) demonstrou que à medida que a dimensão das amostras tende para infinito, a distribuição dos seus extremos estandardizados tende para uma de três distribuições: a distribuição de Gumbel, a distribuição de Weibull ou a distribuição de Fréchet. As primeiras duas têm os momentos da distribuição bem definidos em que a cauda da distribuição decresce exponencialmente no caso de Gumbel ou é finita no caso de Weibull. Na última, a cauda decresce através de uma função polinomial e existe um parâmetro k que define a ordem máxima do momento. Estas três distribuições podem ser unificadas num modelo com um único parâmetro, através de uma reparametrização de Jenkinson (1955), que é conhecido como a distribuição dos valores extremos generalizada (GEV). Isto abre espaço para a introdução de funções de caudas pesadas nesta modelização como a t Student, Pareto, Cauchy, entre outras, visto que é importante analisar os comportamentos de grandes observações. Posto isto, surgem as aproximações paramétricas em que, segundo Balkema de Haan (1974) e Picklands (1975), para um limite alto, a função da distribuição dos excessos pode ser aproximada pela distribuição generalizada de Pareto (GPD) dado que estas tendem a convergir. Por outro lado, Picklands (1975) também desenvolveu com Hills (1975) estimadores do índice da cauda k em que assumem que as observações dos extremos não seguem exatamente uma distribuição assimptótica. Jansen e De Vries (1991) declararam que esses estimadores eram mais eficientes que os de máxima verosimilhança e, em alguns casos também são consistentes. (Todorova, 2009); (Barbosa, 2005); (Danielson e de Vries, 2000); (Hill, 1975); (Pickands, 1975); (Balkema e de Haan, 1974)

4. Vantagens e problemas do *VaR*

4.1. Aspetos a Ter em Conta na Apreciação da Implementação de uma Medida de Avaliação de Risco

Para qualquer elemento que seja objeto de estudo torna-se necessário definir alguns critérios de avaliação, com o intuito de conhecer as qualidades e defeitos do mesmo e, o *VaR* não é exceção. Por um lado, importa saber se esta medida de avaliação é uma boa alternativa relativamente a outras e, por outro lado, torna-se essencial perceber qual o método de estimação que torna o *VaR* mais credível. Não existe uma resposta única, nem fácil, para estes problemas. Relativamente aos métodos de cálculo, a escolha do melhor vai depender da importância que o gestor de risco dá às diferentes perspetivas de análise. Entende-se como perspetivas de análise a habilidade de estes capturarem riscos de instrumentos financeiros complexos; a facilidade de implementação; a simplicidade de explicação aos quadros superiores; a flexibilidade de cada um deles face aos efeitos da alteração de pressupostos e; a plausibilidade dos resultados. A escolha do *holding period*, assim como a liquidez dos ativos no mercado que contém uma carteira ou, a exposição a um número reduzido de fatores de mercado também são pormenores a ter em conta.

Após a definição de critérios e sequente implementação, é perentório avaliar a performance da medida. O *VaR* é uma medida simples, portanto naturalmente a avaliação dos seus *outputs* não levanta grandes dificuldades. Isto significa que a plausibilidade da medida é determinada comparando os valores obtidos pelas diferentes metodologias do *VaR* com as variações de valor realmente verificadas no mercado. Resultam duas questões que devem ser empregues após a recolha de amostras de valores de *VaR* e variações atuais *mark-to-market* da carteira em análise. Uma delas remete-nos para a definição do *VaR*, ou seja, as perdas atuais excedem o *VaR* com a frequência que era prevista? A outra questão a colocar é se a distribuição dos ganhos e perdas *mark-to-market* atuais parece semelhante à distribuição que deu origem à determinação dos valores *VaR*? A validação dos resultados desta avaliação deve ser feita para uma amostra relativamente grande de valores de *VaR* e variações de valor atuais de modo a tornar uma inferência mais credível e, por outro lado, devido à natureza desta medida, os testes devem ser efetuados para períodos de investimento de curto prazo. (Linsmeier e Pearson, 1996)

4.2. Distribuições e Funções de Utilidade dos Gestores de Risco

Para perceber de que modo é que as distribuições de resultados influenciam funções de perda, que por sua vez afetam a evolução dos modelos *VaR*, é imperativo descrever sucintamente alguns trabalhos desenvolvidos sobre os testes estatísticos que foram realizados para a modelização dessas funções. Estes testes são importantes na medida em que avaliam a precisão estatística dos diversos modelos *VaR*, aspeto que será mais pormenorizado nos seguintes parágrafos deste trabalho. O Erro Absoluto Médio, o *Unconditional Coverage Test*, teste proposto por Kupiec em 1995 e o *Conditional Coverage Test*, teste proposto por Christoffersen em 1998 são exemplos de trabalhos realizados nesse âmbito. Uma intenção destes testes passa por identificar quais são os modelos que falham na identificação das dinâmicas da volatilidade, isto é, aqueles que registam demasiadas exceções nos resultados comparando com as respetivas previsões ou aqueles que embora consigam um número aceitável, demonstram uma concentração de resultados que não corresponde à realidade, apelidado de *volatility clustering.* (Todorova, 2009); (Mateus, 2008)

O Erro Absoluto Médio é a estatística mais simples e consiste no cálculo da média do erro absoluto entre a estimativa *VaR* e os valores registados, em que a primeira surge de modelos e a segunda de séries de resultados históricos. Noutra perspetiva, o trabalho de Kupiec implica o registo do número de vezes em que uma rendibilidade é inferior ao *VaR*, comparando o rácio entre o número de vezes em que isso ocorre e número total de registos com o nível de significância escolhido. Logicamente, se o valor desse rácio for muito elevado, o *VaR* está subestimado e quando o rácio é muito baixo, ocorre o oposto, fazendo com que muitos modelos à partida sejam rejeitados. Contudo, segundo o autor a performance é baixa mas tende a ser melhor quando existem mais observações. O teste de Kupiec não tem em conta o grau de concentração de um determinado tipo de observações, lacuna que o teste de Christoffersen resolve, avaliando se os casos em que as observações anormais acontecem são independentes entre si. Então, este teste faz o mesmo que o teste anterior e ainda verifica se determinada observação mantém ou não um estado semelhante à observação anterior. Concretizando em termos de testes estatísticos, no *Unconditional Coverage Test* (UC), a hipótese nula consiste no número de exceções ser *p* contra a hipótese alternativa de ser diferente de *p*; no teste da independência (IND) a hipótese das exceções serem distribuídas de forma independente é testada contra a alternativa de as exceções seguirem um processo de Markov de primeira ordem; no *Conditional Coverage Test* (CC) a hipótese nula de as exceções serem independentes e com porbabilidade *p* de ocorrerem é testada contra a hipótese de as exceções seguirem um processo de Markov de primeira ordem com uma diferente matriz de transição de probabilidades. Todos estes testes são modelizados através da estatística de máxima verosimilhança (LR), em que $LR_{CC} = LR_{UC} + LR_{IND}$. (Todorova, 2009); (Christoffersen, 2008 e 1998); (Jorion, 2007); (Kupiec, 1995)

O *Conditional Coverage Test* pode ser visto como condição necessária para aprovar um bom modelo de estimação do *VaR*. No entanto, na realidade verifica-se que muitos modelos conseguem passar este teste e, neste ponto, a teoria das decisões e consequentemente as funções de utilidade ganham um papel importante nas previsões e gestão de risco através do *VaR*. (Todorova, 2009); (Mateus, 2008)

Após a aprovação estatística dos modelos, é imperativo definir algumas funções de perdas que dependem das funções de utilidade dos gestores de risco. Neste processo, o propósito de encontrar os melhores modelos assenta na perspetiva de maximizar a utilidade dos reguladores ou das empresas. Enquanto a função de perda dos reguladores dá expressão aos objetivos dos mesmos, a função de perda das empresas acresce ainda a possibilidade de medir o custo de oportunidade do capital que esta enfrenta. Um aspeto importante que as funções de utilidade apresentam concerne ao facto de elas serem assimétricas, uma vez que os eventos em que as perdas ultrapassam o *VaR* merecem particular atenção nas análises quer dos reguladores, quer das empresas. Existem autores como West et al. (1993) que neste contexto de seleção de modelos, adaptando-os para modelização da volatilidade das taxas de câmbio, a teoria das decisões torna-se relevante dado que as funções de utilidade apresentam assimetria. De qualquer modo, as funções de perda são definidas com uma orientação negativa, em que dá maiores resultados quando as perdas ocorrem, fazendo com que um modelo que minimize as perdas seja preferido aos outros modelos.

Exemplificando o parágrafo anterior, como ponto de partida pode-se ter em consideração a função de perdas binomial, em que se atribui 0 pontos se o *VaR* é bem-sucedido e 1 caso aconteça o evento oposto, em que o melhor procedimento é o que apresenta um resultado mais baixo. Facilmente se deduz que perante esta abordagem, os momentos em que o *VaR* falha são todos penalizados na mesma magnitude, independentemente da gravidade da falha. Perante esta dedução, compreende-se que especificar uma função de utilidade, na realidade, para um gestor de risco, é extremamente complicado. Acrescenta-se ainda o facto de que existem elementos de arbitrariedade quando se produz uma função de utilidade, tal como noutras aplicações da teoria das decisões na estatística. Então, as próximas funções de perda que serão imediatamente apresentadas aproximam-se mais da realidade que a função de perdas binomial, contudo estas são suscetíveis de terem problemas de má especificação, como anteriormente foi explicitado.

A função de perda dos reguladores deve ter em conta a magnitude da falha. Então esta deve ser similar à *magnitude loss function* de Lopez (1998). O termo quadrático desta função penaliza de forma diferente as falhas, em que as maiores são claramente mais afetadas que as mais pequenas. Enquanto na função binomial, I_t = 0 se o evento era bem-sucedido e I_t = 1caso fosse mal sucedido, nesta RLF (*Regulatory loss function*) sucede-se o seguinte resultado:

$$I_t = \begin{cases} (r_t - v_t)^2 \; se \; r_t < v_t \\ 0 \; se \; r_t \geq v_t \end{cases}$$

Em que r_t é o resultado verificado; v_t é o *VaR*.

A função de perda das empresas é um pouco mais complexa que a dos reguladores visto que apresenta um conflito entre o objetivo da sustentabilidade e o da maximização dos lucros. Um *VaR* muito alto faz com que a empresa tenha que guardar muito capital, o que faz perder oportunidades de investimento, incorrendo num custo de oportunidade do capital. Portanto, esta função penaliza as falhas de modo semelhante à função anterior, todavia também aplica uma penalidade ao custo de capital sofrido nos outros dias. A FLF (*Firm's loss function*) define-se do seguinte modo:

$$I_t = \begin{cases} (r_t - v_t)^2 \; se \; r_t < v_t \\ -\alpha v_t \; se \; r_t \geq v_t \end{cases}$$

Em que r_t é o resultado verificado; v_t é o *VaR*; α é o parâmetro que mede o custo de oportunidade do capital.

Por último, na eventualidade de existir algum modelo *VaR* que se acredita que possa ser melhor que os outros, pode-se fazer um teste de superioridade *vis-à-vis* desse modelo face a outro em termos de uma função de perda. Existindo o modelo i e o modelo j, a superioridade de um relativamente ao outro de acordo com uma função de perda pode ser testada através de um teste de significância unilateral, em que a hipótese nula é:

H_0: $\{\theta = 0\}$ e a hipótese alternativa é:

H_1: $\{\theta < 0\}$

Em que θ é a mediana da distribuição z_t. A distribuição z_t é conhecida como o diferencial da perda entre os modelos i e j no tempo t, sendo definida como $z_t = l_{it} - l_{jt}$, em que l_{it} e l_{jt} são valores de uma qualquer função de perda gerada pelos modelos i e j no dia t. Conclui-se que o modelo i é superior ao j quando z_t indica valores negativos. (Todorova, 2009); (Lopez, 1998)

4.3. Confronto Entre as Simulações

A Simulação Histórica assume que os preços passados são bons previsores dos preços futuros. Assim sendo, esta metodologia permite determinar a distribuição de probabilidade conjunta das variáveis de mercado através desses dados históricos, tornando desnecessário fazer o mapeamento de *cash-flows*. Por outro lado, a Aproximação Variância-Covariância é o método menos complexo dos que foram expostos, assente nos pressupostos da normalidade dos retornos e correlações constantes entre os fatores de risco. A Simulação de Monte Carlo é a mais completa das aproximações conhecidas, fazendo com que possua características diferentes e consequentemente sejam retirados benefícios das mesmas, dando ao investidor muitas perspetivas de análise. Porém, essas qualidades têm um custo inerente a elas que se prende com a complexidade e morosidade desta abordagem, levando empresas a desistirem do seu uso no sentido em que é contraproducente com o objetivo inicial do *VaR*, que pretende ser uma medida simples. A perspetiva oposta dada pela simplicidade do segundo método exposto tem os seus pontos fortes, contudo existem muitos inconvenientes que também estão obviamente associados a este tipo de aproximação. Portanto, surge a necessidade de confrontar todos os procedimentos de cálculo do *VaR* de modo a expor as vantagens e limitações destes perante diferentes cenários de análise.

Abona a favor da Simulação Histórica o facto de esta conseguir apreender os riscos de instrumentos financeiros mais complexos, como por exemplo, as opções. Esta simulação funciona bem independentemente da presença desse tipo de instrumentos em carteira na medida em que o valor dessa carteira é recalculado cada vez que qualquer fator de mercado assuma novos comportamentos. Como tal, é estimada uma nova e correta distribuição de valores da carteira. Ainda dentro da temática das opções, esta metodologia pode incorporar as variações de preço destas com variações aleatórias da volatilidade das mesmas, se as volatilidades forem incluídas como fatores adicionais e recolhidos os respetivos dados para o período da simulação em questão. Esta vantagem é comum à Simulação Monte Carlo uma vez que, tal como a simulação anterior, a presença de opções é indiferente, dado que cada movimento de valor dos fatores de mercado origina um novo valor do *portfólio* que é considerado na modelização da distribuição estatística das variações de valores. Portanto, o facto de o preço das opções variarem com a aleatoriedade da sua volatilidade não prejudica o funcionamento desta simulação pois, é flexível ao ponto de se acrescentar uma nova distribuição representativa dessas volatilidades, caso não tenha sido incluída na estimação inicial. Contrastando com estas simulações está a Aproximação Variância-Covariância, que resulta numa aproximação com pior qualidade quando o *portfólio* em análise tem na sua constituição uma grande quantidade de produtos financeiros complexos. Isto sucede-se na medida em que nesta metodologia, as opções são substituídas ou mapeadas nas posições *spot* *"delta equivalentes"*. Por outras palavras, é criada uma aproximação linear de funções que não são lineares, o que encaminha o avaliador para taxas e preços subjacentes que podem estar desfasados da realidade. Esta problemática pode ser parcialmente contornada se o horizonte temporal do investimento for de muito curto prazo dado que a linearização funciona bem para pequenas variações das taxas subjacentes e, nesse espaço temporal, é muito pouco provável que o cenário de grandes mudanças aconteça. Todavia, é relevante voltar a afirmar que este modelo não é compatível com um grande conteúdo de opções ou instrumentos financeiros dessa categoria, piorando a simulação se o horizonte temporal de investimento for de médio a longo prazo.

Uma das vantagens da Aproximação Variância-Covariância é a relativa facilidade e eficiência computacional da sua implementação. Se os instrumentos financeiros de um determinado *portfólio* têm disponibilizados os dados, existe *software* que muito facilmente calcula o *VaR* através deste método, produzindo resultados muito rapidamente, permitindo gerar relatórios num curto espaço temporal. A facilidade de implementação, em certos casos, pode também ser considerada vantajosa na Simulação Histórica. Mais uma vez, se os dados passados dos fatores de mercado estão disponíveis, esta simulação é conceptualmente simples e pode ser modelizada através de uma *sheet* em Excel, uma vez que os modelos de avaliação dos produtos financeiros estão disponíveis como funções *add in* dessas *sheets*. No entanto, a implementação da Simulação Histórica nem sempre é fácil e eficiente, em que por vezes pode ser computacionalmente lenta e, por outro lado, ela torna-se difícil no momento em que o utilizador necessita de algumas séries temporais de fatores de mercado que não estão facilmente disponíveis no mercado. Este problema ganha relevância para entidades com operações financeiras em muitos países ou cuja carteira contenha ativos de diversos mercados cambiais e financeiros, isto é, torna-se muito complicado encontrar séries temporais de taxas de juro diárias, com diferentes maturidades, de países em que o mercado de capitais não está bem desenvolvido. Tal como na Simulação Histórica, a Aproximação Variância-Covariância torna-se um pouco difícil de implementar no momento em que uma carteira tem instrumentos financeiros não contemplados nos sistemas disponíveis. Estimativas do desvio padrão e correlações dos fatores de mercado são sempre necessárias nesta abordagem contudo, torna-se complicado calculá-los se não existir informação viável para o efeito. A Simulação de Monte Carlo é a que apresenta maiores problemas no que concerne à complexidade de implementação, principalmente devido ao tempo que é imprescindível despender com o próprio, assim como o nível de especialização e capacidade de julgamento que é requerido ao utilizador. Apesar disso, também já existe *software* não customizado para modelizar esta metodologia. Nos casos em que uma carteira tem ativos que não constam nesse *software*, a Simulação Monte Carlo por vezes pode ser mais fácil de ser implementada do que a Aproximação Variância-Covariância. Isto sucede-se pois nesta simulação não é necessário mapear os instrumentos nas suas posições *standard*, embora se complique quando é se obrigado a selecionar a distribuição que encaixe com a orientação dos vetores pseudoaleatórios e estimar os parâmetros da distribuição. Mesmo assim, essa parte é atualmente mais fácil de executar na medida em que existem geradores de números pseudoaleatórios disponíveis como funções *add in* de *sheets*. A ideia que deve ficar retida neste ponto resume-se à simples evidência que todas as simulações requerem que os modelos de avaliação e cotações estejam disponíveis para todos os instrumentos de uma carteira.

No entanto, a grande vantagem da Simulação Histórica relativamente às outras concerne no facto de ser muito fácil de explicar a não especialistas, devido à sua simplicidade conceptual. A comunicação dos resultados no caso em que a audiência não detém conhecimentos matemáticos e estatísticos sobre a distribuição Normal ou Normal Multivariada é encarada como limitação na Aproximação Variância-Covariância. Dada a sua complexidade, a Simulação Monte Carlo é sem dúvida a mais difícil de comunicar. Os passos chaves para a escolha de uma distribuição aliada a um gerador de amostras pseudoaleatórias são claramente mais difíceis de comunicar a agentes não especializados.

A Aproximação Variância-Covariância apresenta uma liberdade muito grande em incluir alternativas de análise. Isto significa que as análises do tipo *what-if* são facilmente realizadas, dado que os registos históricos são apenas usados para estimar parâmetros da distribuição assumida e, como tal, o gestor pode substituir essas estimativas históricas por outro conjunto de parâmetros que considere que sejam mais adequados. Em suma, este modelo apresenta como qualidade a junção da rapidez de produção de resultados com a possibilidade de atualizar as volatilidades. No entanto, a Simulação Monte Carlo destaca-se neste aspeto, apresentando a liberdade de ensaiar diferentes panoramas como o ponto mais forte uma vez que os dados históricos são incorporados com as restrições estatísticas num modelo matemático que pode assumir uma grande gama de pressupostos alternativos. Essa liberdade, apesar de ser muito conveniente, também pode se tornar um problema. A distribuição estatística assumida e as estimativas dos parâmetros são os *inputs* que originam a distribuição de variações de valor de uma carteira obtidas pela Simulação de Monte Carlo em que, se qualquer um dos dois for mal compreendido pelo analista, encaminha-o para erros no cálculo do *VaR*. No outro quadrante está a Simulação Histórica que não se baseia em pressupostos. Essa ligação forte e direta aos dados históricos impossibilita uma análise "*what-if*" ser realizada, estudo em que permite a integração de cenários alternativos. Contudo, uma vez que a Simulação Histórica não se baseia em pressupostos, tem maior facilidade em se adaptar aos dados efetivamente observados, podendo no entanto necessitar de bases de dados mais longas para dar resultados razoavelmente precisos.

Além disso, também todas as metodologias possuem uma desvantagem em comum, designadamente a plausibilidade dos resultados, em que a sua origem está no facto de todas elas dependerem de dados históricos. No que diz respeito à Simulação Histórica, esta baseia-se diretamente na cotação histórica dos dados, o que deixa sempre alertado o analista para o caso em que as últimas observações podem não ser usuais e representativas dos ativos em questão. A título exemplificativo, se as cotações de determinada taxa ou ativo demonstraram pouca volatilidade nas últimas observações, então o *VaR* estimado vai minimizar o risco de um *portfólio* que contenha essa taxa ou ativo. Se o gestor de risco estiver perante um *portfólio* com títulos do mercado cambial, deve estar atento ao evento em que uma taxa mantém um determinado comportamento de evolução durante as observações do período mais recente, no sentido em que um dos lados vai apresentar um *VaR* sobreavaliado e consequentemente, o outro mostra um *VaR* subavaliado. Isto pode fazer com que um *trader* tenha subjetividade para julgar que o *VaR* não está correto e colocar a sua instituição em posições financeiras mais arriscadas do que aquela que ela tinha intenção de estar. Aliás, outro prisma que assume grande protagonismo nesta temática está patente na Aproximação Variância-Covariância, que é precisamente o pressuposto de que existe normalidade das variações de valor das variáveis de mercado, na medida em que é conhecido que raramente isso se verifica. Obviamente que isso vai afetar a plausibilidade dos resultados. Por outro lado, o facto de as estimativas dos parâmetros da distribuição basear-se em dados históricos influenciados por um período atípico pode ser um problema melhor contornado por este método do que pela Simulação Histórica uma vez que, se assumir que os retornos assumem uma distribuição Normal com média zero, a probabilidade de ocorrer uma queda é de 50% independentemente da evolução histórica registada, uma previsão à partida mais realista. Então, como foi indicado, apesar de a hipótese da normalidade ser uma aproximação razoável, é um pouco arriscada no sentido em que as distribuições reais possuem caudas mais pesadas, ou seja, existem mais ocorrências distantes da média do que aquelas que a distribuição Normal indica. Finalizando, a plausibilidade dos dados na Simulação Monte Carlo depende muito do bom senso de quem está a desenvolver o processo no sentido em que a liberdade de escolha pode levar a opções erradas e consequentemente conclusões desastrosas. (Hull, 2006); (Bams, Lehnert e Wolft, 2005); (Brooks e Persand, 2002); (Lynagh, 1997); (Linsmeier e Pearson, 1996 e 2000)

4.4. *VaR* Face a Outras Medidas

Nalgumas circunstâncias é provável que o *VaR* seja preterido por outra medida de avaliação de risco, uma vez que esta obviamente também tem limitações. A primeira prende-se com o *holding period* dos investimentos, aspeto que já foi abordado neste relatório, mas assume particular relevância nesta secção. Diversas vezes, é calculado o *VaR* para uma carteira com um determinado valor de perda, assumindo que o investimento é mantido durante 30 dias. Todavia, esta medida no mundo financeiro, embora estatisticamente correta, acaba por perder relevância na medida em que os investidores dificilmente mantêm a constituição do seu *portfólio* constante nesse período de tempo. Sendo assim, uma carteira com uma nova constituição conduz o gestor financeiro a um novo valor para o *VaR*, fazendo com que esta medida para um longo período de investimento não seja congruente com os acontecimentos futuros. Este problema também se aplica a empresas não financeiras no sentido em que os seus projetos e objetivos não se focam em períodos diários, mas sim em trimestrais ou anuais. Isto é, uma empresa desse tipo está mais interessada em gerir as operações inerentes ao setor de atividade em que está inserida e preocupada com as distribuições trimestrais do seu *cash flow* durante os anos subsequentes de atividade e a forma como estas são afetadas pelas transações de instrumentos financeiros, o que é contraproducente com a natureza de curto prazo do *VaR*. O *Cash Flow at Risk* é a sugestão de uma medida que pode ser usada para cobrir a lacuna que o *VaR* apresenta nestes casos. (Linsmeier e Pearson, 1996 e 2000)

Outro caso em que o *VaR* pode não ser a melhor opção ocorre quando uma determinada entidade está exposta a um número reduzido de fatores de mercado. Perante esta situação, uma análise de sensibilidade pode transmitir as mesmas conclusões que o *VaR*, com menor esforço e tempo dedicado.

Importa acrescentar outro detalhe muito importante nesta temática que se prende com a influência que a liquidez dos instrumentos financeiros tem no *VaR* de uma carteira. Significa isto que o *VaR* deixa de fazer sentido se o gestor de risco não consegue liquidar o seu investimento ou se as perdas aumentam à medida que a liquidação ocorre. O espetro de atuação do *VaR* fica muito limitado quando se assumem pressupostos implausíveis, nomeadamente quando se estima esta medida para um período de investimento equivalente a um dia tendo como garantia que é possível liquidar qualquer posição de risco nesse imediato momento ou que o respetivo abandono desse investimento não tem efeito nos preços dos ativos constituintes para futuras liquidações. Esta lacuna pode ser parcialmente resolvida se o investidor estiver ciente do tempo e custo de liquidação de posição do ativo em que está interessado. Quer isto dizer que o agente deve calcular o *VaR* para um horizonte temporal em que ele tenha a certeza que pode realizar alterações na sua carteira sem incorrer em grandes custos de transação. Exemplificando, a estimação do *VaR* com um horizonte temporal de um dia pode ser considerado se o ativo estiver presente em mercados com muita liquidez. De outro modo, se o ativo só está presente em mercados com pouca liquidez, provavelmente será melhor estimar o *VaR* com um *holding period* de uma semana. (Lynagh, 1997)

5. Aplicação Prática

5.1. Contextualização e Descrição das Comparações Empíricas

Após uma exposição teórica assente numa revisão bibliográfica, surge a necessidade de testar esta medida em contexto real. A atualidade compreende alguns episódios que têm sido marcos na história financeira, nomeadamente a crise do *subprime* e a crise das dívidas soberanas. O foco da parte desta tese concentra-se na análise de comportamentos das diferentes classes de ativos face à evolução histórica recente e respetiva adequação do *VaR* relativamente a esse histórico de registos. Entende-se que estes fenómenos geralmente têm impacto no mercado bolsista, cambial, obrigacionista e derivados.

De acordo com as notícias dos últimos meses, surge o interesse de analisar a adequação do *VaR* perante a evolução das cotações das obrigações do tesouro. Contudo, a elevada volatilidade recente subjacente a esta classe de ativos que contrasta com uma reduzida volatilidade do período de 2004 a 2007 aliada ao facto de o *VaR* baseado em modelos estáticos normalmente apresentar conclusões desadequadas da realidade quando existem *clusters* de volatilidade é a razão pela qual este tipo de cotações não será usado neste estudo. Do mesmo modo, o estudo das ações não é feito porque normalmente as suas cotações também apresentam *volatility clustering.* No entanto, um tema de estudo interessante no teste do *VaR* seria analisar uma carteira de ações cuja correlação entre a evolução da sua cotação com a das cotações do mercado seja muito reduzida na medida em que poderão existir indícios do desaparecimento dessas concentrações de volatilidade. Os derivados também não são tratados nesta secção por razões explicitadas noutros capítulos. Por outro lado, a observação da adequação do *VaR* tendo em conta as taxas de câmbio surge como matéria de interesse nesta tese porque, por um lado não apresentam comportamentos tão incertos como as outras classes de ativos referidas e, por outro, porque a situação económica e financeira dos países podem influenciar as suas próprias moedas.

Países desenvolvidos e em desenvolvimento apresentam características diferentes e como tal, o comportamento das suas moedas tem tendência a mostrar menos volatilidade nos primeiros. Salienta-se então a pertinência de testar o *VaR* para carteiras compostas por moedas dos dois tipos de países, de modo a verificar se por um lado a premissa anterior é verdadeira e, por outro, se o *VaR* consegue ser imune aos períodos turbulentos relativamente a este tipo de ativos. A carteira dos países desenvolvidos inclui pares de moedas como o Euro/Dólar, Euro/Libra, Euro/Iene, Euro/Franco Suíço e Euro/Dólar Australiano. A dos países em desenvolvimento contém os pares Euro/Real, Euro/Rublo, Euro/Rupia, Euro/Quanza, Euro/Peso Mexicano e Euro/Yuan (tabela 3).

Tabela 3.
Correspondência das moedas em apreço ao seu país e respetiva designação

Moeda	País	Designação
Dólar	Estados Unidos da América	USD
Libra	Reino Unido	GBP
Iene	Japão	JPY
Franco Suíço	Suíça	CHF
Dólar Australiano	Austrália	AUD
Real	Brasil	BRL
Rublo	Rússia	RUB
Rupia	Índia	INR
Quanza	Angola	AOA
Peso	México	MXN
Yuan	China	CNY

Fonte: Elaboração Própria

Decidiu-se que todos os pares teriam o mesmo peso na carteira, na primeira 1/5 e na segunda 1/6. A maior parte das moedas foram escolhidas pela notoriedade e fácil reconhecimento destas por qualquer pessoa. Outro critério na escolha das moedas prende-se com a proximidade que certos países têm a nível cultural com Portugal conjugado a um grande potencial de crescimento económico, em que Brasil (BRL) e Angola (AOA) servem de exemplo. Então, a carteira das moedas dos países desenvolvidos será denominada por *Portfólio* 1 e a dos países em desenvolvimento por *Portfólio* 2 (tabela 4).

Tabela 4.

Composição das carteiras

Portfólio 1	EUR-USD; EUR-GBP; EUR-JPY; EUR-CHF; EUR-AUD
Portfólio 2	EUR-BRL; EUR-RUB; EUR-INR; EUR-AOA; EUR-MXN; EUR-CNY

Fonte: Elaboração própria

Após a definição das carteiras de investimento, é necessário definir os horizontes temporais do investimento. Para este estudo, decidiu-se testar o modelo para investimentos com duração de 1 dia pelo facto de um *portfólio* poder ser facilmente alterado em termos da sua constituição ou no peso que cada ativo tem no mesmo. Então, calcularam-se as variações diárias das cotações das respetivas carteiras de modo a obter um grande número de cenários. Relativamente aos coeficientes de confiança, as comparações foram realizados para 1% e 5% por razões explicadas no respetivo capítulo.

Neste teste foram utilizadas as taxas de câmbio *spot* de final de dia registadas pela *Reuters* ao longo dos últimos 10 anos (2003-2012) para a carteira das moedas de países desenvolvidos e dos últimos 9 anos (2004-2012) para a carteira das moedas dos países em desenvolvimento. Para o segundo *portfólio* foram extraídos taxas de câmbio correspondentes aos últimos 9 anos pelo facto de apenas existirem registos de cotações EUR-AOA (Quanza) a partir de 12 de Janeiro de 2004.

Tendo em conta os últimos fatores, o *VaR* destas carteiras será obtido pela Simulação Histórica, Aproximação Variância-Covariância e Simulação Monte Carlo e posteriormente será testado anualmente. Portanto, este estudo consiste em verificar, numa base anual (cerca de 260 dias com negociação de taxas de câmbio), se o *VaR* obtido para investimentos de um dia das carteiras selecionadas cumpre o seu objetivo relativamente aos retornos obtidos pela mesma carteira para o mesmo período de investimento no ano seguinte. Tendo em conta as bases de dados usadas, significa que serão feitos 9 testes para a carteira dos países desenvolvidos e 8 testes para a carteira dos países em desenvolvimento.

A Simulação Histórica destas carteiras foi realizada de acordo com o exemplo explicitado no respetivo capítulo desta simulação. Neste caso, ordenaram-se os retornos diários das carteiras por ordem crescente e escolheu-se o *VaR* de acordo com o coeficiente de confiança. Uma vez que um ano tem cerca de 260 observações, para 1% foi escolhida a observação de ordem 3 e para 5% a observação de ordem 13.

A simulação feita pela Aproximação Variância-Covariância também foi feita de acordo com o exemplo descrito ao longo desta dissertação. Para este método foi calculada a média e desvio padrão anuais das variações dos *portfólios* de acordo com as médias, desvios padrões e covariâncias das variações moedas que as constituem e o percentil da distribuição normal e que equivalem aos coeficientes de confiança.

A estimação do *VaR* pelo método de Monte Carlo baseia-se na comparação de 4 distribuições através dos critérios de informação BIC (*Bayesian Information Criteria*) e AIC (*Akaike Information Criteria*).

$$AIC = -2lnL(\theta, x_1, \dots, x_n) + 2p$$

$$BIC = -2lnL(\theta, x_1, \dots, x_n) + \ln(n)\, p$$

onde ln L(.) representa o logaritmo da função de verosimilhança da amostra com n observações, x1,…,xn ,avaliada para a estimativa de máxima verosimilhança de um vetor de parâmetros θ com p elementos.

É ainda de referir que ambos os critérios devem ser minimizados, e podem ser decompostos numa componente (-2ln L(.) comum aos dois critérios) que mede a qualidade de ajustamento, e numa segunda componente (2p para o AIC e ln(n)p para o BIC) que penaliza o numero de parâmetros do modelo.

Como tal, estes critérios são vulgarmente utilizados para a seleção de modelos estatísticos. A estimação de parâmetros, cálculo dos critérios de informação e geração de valores simulados foi feita com auxílio do *software* R. Então, a distribuição que obtiver o valor mais baixo em qualquer um destes dois critérios é considerada a distribuição que melhor se ajusta ao conjunto de dados originais.

As distribuições Normal, *Cauchy*, Logística e Inversa Gaussiana foram selecionadas para verificar qual delas é a que obtém melhor ajustamento. A distribuição Normal, cujos parâmetros são a média e desvio padrão, é a referência principal da teoria estatística tradicional e, embora não seja usual dar bons ajustamentos, deve ser incluída para confirmar se resulta ou não nos melhores ajustamentos. A função Logística é uma distribuição clássica e bastante conhecida para este tipo de modelização pelo que foi tida em conta pelo facto de ter caudas mais pesadas que a distribuição normal. A função *Cauchy* é uma distribuição com caudas muito pesadas cuja média e variância são infinitas, atribuindo probabilidades não negligenciáveis para valores extremos, o que constitui uma vantagem em aplicações financeiras. Os parâmetros que as duas funções referidas anteriormente usam são a localização e a escala. A distribuição Inversa Gaussiana foi escolhida pois é usada para modelizar variáveis que têm trajetórias descontínuas, situação que acontece com regularidade em finanças. Ao contrário das funções referidas anteriormente, esta tem 4 parâmetros em vez de 2, sendo eles a localização, a escala, o peso das caudas e a assimetria. Outras distribuições como a *Weibull*, a *Gamma* ou a Log-Normal não foram consideradas neste estudo na medida em que só são aplicáveis a variáveis estritamente positivas, o que não se sucede com as variações dos fatores de risco que podem ser positivas ou negativas (tabela 5).

Tabela 5. Função densidade das distribuições estatísticas e respetivos parâmetros

Distribuição Normal $$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, x\epsilon R$$ µ – Média σ – Desvio padrão
Distribuição *Cauchy* $$f(x) = \frac{1}{\pi}\frac{\gamma}{\gamma^2 + (x-\delta)^2}, x\epsilon R$$ γ – Parâmetro de localização δ – Parâmetro de escala
Distribuição Logística $$f(x) = \frac{\delta e^{-\delta(x-\gamma)}}{(1+e^{-\delta(x-\gamma)})^2}, x\varepsilon R, \gamma\varepsilon R, \delta > 0$$ γ – Parâmetro de localização δ – Parâmetro de escala
Distribuição Inversa Gaussiana $$f(x) = \frac{\alpha}{\pi}\exp\left\{\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2} + \beta(x-\mu)\right\}\frac{K_1(\alpha\delta\sqrt{1+\left(\frac{x-\mu}{\delta}\right)^2})}{\sqrt{1+\left(\frac{x-\mu}{\delta}\right)^2}}, x\epsilon R$$ K_1 – Função Bessel do terceiro tipo com índice 1 μ – Parâmetro de localização α – Peso das caudas β – Assimetria δ – Parâmetro de escala

Fonte: (Iacus 2011)

Por último, geraram-se 10.000 variações simuladas que tiveram origem nos parâmetros estimados com melhor ajustamento face aos dados iniciais e posteriormente foram ordenadas por ordem crescente. O *VaR* é determinado em função da ordem correspondente aos coeficientes de confiança.

5.2. Conclusões das Comparações Empíricas

Nesta secção serão expostas todas as conclusões dos testes efetuados. Antes de comparar os resultados da estimação através das simulações descritas no capítulo anterior, é importante conhecer os resultados que levaram à escolha dos parâmetros necessários para a execução da Simulação de Monte Carlo.

Os resultados que indicam a distribuição que melhor se adequa anualmente à estimação de variações são os seguintes (tabelas 6 e 7):

Tabela 6.
Seleção das distribuições que melhor se ajustam às bases de dados *(Portfólio 1)*

Período	BIC	Distribuição	AIC	Distribuição
2012	-2.163,43	Normal	-2.170,70	Inversa Gaussiana
2011	-2.118,29	Normal	-2.126,56	Inversa Gaussiana
2010	-2.030,60	Normal	-2.037,71	Normal
2009	-2.096,54	Logística	-2.104,73	Inversa Gaussiana
2008	-2.067,55	Logística	-2.074,67	Logística
2007	-2.435,46	Logística	-2.442,56	Logística
2006	-2.418,50	Logística	-2.425,60	Logística
2005	-2.312,14	Normal	-2.319,24	Normal
2004	-2.256,97	Logística	-2.264,09	Logística
2003	-2.197,15	Normal	-2.206,68	Inversa Gaussiana

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 7.
Seleção das distribuições que melhor se ajustam às bases de dados *(Portfólio 2)*

Período	BIC	Distribuição	AIC	Distribuição
2012	-2.089,88	Normal	-2.096,98	Normal
2011	-1.940,60	Normal	-1.947,71	Normal
2010	-1.928,05	Logística	-1.938,31	Inversa Gaussiana
2009	-1.919,67	Logística	-1.931,01	Inversa Gaussiana
2008	-1.827,05	Logística	-1.837,19	Inversa Gaussiana
2007	-2.172,14	Logística	-2.179,23	Logística
2006	-2.039,00	Logística	-2.046,10	Logística
2005	-1.970,64	Normal	-1.977,75	Normal
2004	-1.841,29	Logística	-1.848,35	Logística

Fonte: Elaboração Própria

Os dois critérios mostram para os dois *portfólios* que a distribuição logística é mais adequada para os anos em que se verificou maior instabilidade na volatilidade dos mercados, isto é, entre 2006 e 2008. Para os anos em que se verificou um nível de volatilidade estável, o critério BIC determina que a distribuição normal é a que melhor se ajusta aos dados originais enquanto o critério AIC se divide entre a distribuição normal e a inversa gaussiana. Esta diferença poderá estar relacionada com o facto de o critério AIC ser mais adequado para previsões do que para a escolha de modelos. Por outro lado, o critério BIC penaliza mais fortemente o excesso de parâmetros do que o AIC e, como tal, o critério AIC selecionou a Inversa Gaussiana como a distribuição que melhor se ajusta nalguns períodos que o BIC não selecionou uma vez que esta distribuição tem mais parâmetros que as outras.

Em seguida, apresentam-se os *VaR* máximo, mínimo, a amplitude entre os dois valores e o *VaR* médio estimados pelas diferentes simulações supracitadas para os coeficientes de 1% e 5% para as duas carteiras (tabelas 8, 9, 10 e 11):

Tabela 8.

Mínimo, máximo, amplitude e média dos *VaRs* estimados do *Portfólio 1* para o coeficiente de confiança de 1%

1%	S. Histórica	Ap. Var-Cov	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
VaR mínimo	-1,42%	-1,14%	-1,19%	-1,15%
VaR máximo	-0,46%	-0,47%	-0,51%	-0,51%
Amplitude *VaR*	0,96%	0,67%	0,68%	0,64%
Média *VaR*	-0,91%	-0,80%	-0,84%	-0,86%

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 9.

Mínimo, máximo, amplitude e média dos *VaRs* estimados do *Portfólio 1* para o coeficiente de confiança de 5%

5%	S. Histórica	Ap. Var-Cov	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
VaR mínimo	-0,87%	-0,82%	-0,81%	-0,81%
VaR máximo	-0,34%	-0,33%	-0,31%	-0,31%
Amplitude *VaR*	0,52%	0,50%	0,50%	0,50%
Média *VaR*	-0,59%	-0,56%	-0,56%	-0,56%

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 10.

Mínimo, máximo, amplitude e média dos *VaRs* estimados do *Portfólio 2* para o coeficiente de confiança de 1%

1%	S. Histórica	Ap. Var-Cov	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
VaR mínimo	-2,30%	-1,68%	-1,68%	-1,91%
VaR máximo	-0,85%	-0,80%	-0,91%	-0,91%
Amplitude *VaR*	1,46%	0,89%	0,77%	1,01%
Média *VaR*	-1,37%	-1,28%	-1,38%	-1,36%

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 11.

Mínimo, máximo, amplitude e média dos *VaRs* estimados do *Portfólio 2* para o coeficiente de confiança de 5%

5%	S. Histórica	Ap. Var-Cov	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
VaR mínimo	-1,09%	-1,18%	-1,08%	-1,11%
VaR máximo	-0,57%	-0,56%	-0,57%	-0,57%
Amplitude *VaR*	0,52%	0,62%	0,52%	0,54%
Média *VaR*	-0,86%	-0,91%	-0,90%	-0,88%

Fonte: Elaboração Própria

Como era esperado, os *VaR* em média e em termos absolutos estimados com o coeficiente de confiança de 1% são maiores que os estimados com 5%. Além disso, também se constata que as amplitudes entre o *VaR* mínimo e *VaR* máximo são maiores para a estimação a 1%. Este facto é explicado pelo facto de que a probabilidade de o *VaR* máximo estimado a 1% ser um *outlier* é muito maior do que o *VaR* máximo obtido a 5%.

Por outro lado, os *VaRs* correspondentes às simulações feitas para o *Portfólio 2* apresentam média e amplitudes maiores do que os apresentados pelo *Portfólio 1*. Este comportamento também era expectável na medida em que as moedas com origem nos países em desenvolvimento apresentam maiores flutuações.

Posto isto, importa analisar os resultados obtidos pelas diferentes simulações para cada ano de análise (tabelas 12, 13, 14 e 15):

Tabela 12.

VaRs estimados do *Portfólio 1* por período de análise, para o coeficiente de confiança de 1%

1%	S. Histórica	Ap. Var-Cov	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
2011	-1,02%	-0,95%	-0,94%	-1,08%
2010	-1,18%	-1,14%	-1,15%	-1,15%
2009	-1,26%	-0,98%	-1,19%	-1,12%
2008	-1,42%	-1,05%	-1,11%	-1,11%
2007	-0,61%	-0,47%	-0,51%	-0,51%
2006	-0,46%	-0,48%	-0,53%	-0,53%
2005	-0,62%	-0,64%	-0,66%	-0,66%
2004	-0,83%	-0,71%	-0,76%	-0,76%
2003	-0,77%	-0,76%	-0,75%	-0,82%

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 13.

VaRs estimados do *Portfólio 1* por período de análise, para o coeficiente de confiança de 5%

5%	S. Histórica	Ap. Var-Cov	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
2011	-0,75%	-0,67%	-0,66%	-0,71%
2010	-0,87%	-0,82%	-0,81%	-0,81%
2009	-0,68%	-0,70%	-0,75%	-0,70%
2008	-0,76%	-0,74%	-0,69%	-0,69%
2007	-0,35%	-0,33%	-0,31%	-0,31%
2006	-0,34%	-0,34%	-0,33%	-0,33%
2005	-0,44%	-0,46%	-0,47%	-0,47%
2004	-0,49%	-0,50%	-0,49%	-0,49%
2003	-0,65%	-0,53%	-0,52%	-0,57%

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 14.

VaRs estimados do *Portfólio 2* por período de análise, para o coeficiente de confiança de 1%

1%	S. Histórica	Ap. Var-Cov	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
2011	-1,32%	-1,26%	-1,27%	-1,27%
2010	-1,33%	-1,37%	-1,67%	-1,23%
2009	-1,61%	-1,44%	-1,47%	-1,59%
2008	-2,30%	-1,68%	-1,68%	-1,91%
2007	-0,97%	-0,80%	-0,91%	-0,91%
2006	-0,85%	-1,05%	-1,12%	-1,12%
2005	-1,20%	-1,27%	-1,30%	-1,30%
2004	-1,42%	-1,40%	-1,59%	-1,59%

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 15.

VaRs estimados do *Portfólio 2* por período de análise, para o coeficiente de confiança de 5%

5%	S. Histórica	Ap. Var-Cov	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
2011	-0,92%	-0,89%	-0,88%	-0,88%
2010	-0,84%	-0,97%	-1,04%	-0,88%
2009	-0,93%	-1,02%	-0,97%	-0,96%
2008	-1,00%	-1,18%	-1,08%	-1,11%
2007	-0,57%	-0,56%	-0,57%	-0,57%
2006	-0,72%	-0,73%	-0,71%	-0,71%
2005	-0,84%	-0,92%	-0,93%	-0,93%
2004	-1,09%	-0,99%	-1,00%	-1,00%

Fonte: Elaboração Própria

Os *VaR* obtidos para as duas carteiras comprovam que a partir de 2008 existe maior volatilidade nos mercados financeiros dado que os valores em termos absolutos apresentados a partir dessa data são maiores do que os apresentados antes dessa data.

No *Portfólio 1*, para o coeficiente de confiança de 1%, verifica-se que os *VaR*, em módulo, resultantes da Simulação Histórica geralmente são os mais elevados que os das outras simulações e os resultantes da Aproximação Variância-Covariância são os mais baixos. Os valores mais baixos apresentados pela segunda justificam-se pela distribuição que lhe está subjacente apresentar caudas mais leves. As exceções para este comportamento são apresentadas no ano de 2005 e 2006 na medida em que os *VaR* provenientes da Simulação

Histórica são os mais baixos e os obtidos pelas Simulações Monte Carlo são os mais altos. Importa referir que a amplitude dos resultados obtidos pela Simulação Histórica é mais elevada do que nas outras simulações. Estes resultados comprovam que as Simulações de Monte Carlo são menos influenciadas pelas bases de dados que as originaram uma vez que apresentam resultados mais uniformes. Além disso, de acordo com estes resultados, os investidores mais conservadores ou reguladores devem escolher como medida para períodos mais turbulentos os *VaR* estimados pela Simulação Histórica e para os períodos mais calmos os *VaR* resultantes das Simulações de Monte Carlo uma vez que são os que apresentam uma maior perda máxima potencial expectável.

Para o coeficiente de confiança de 5%, os *VaR* obtidos pela Simulação Histórica são tendencialmente maiores que os das outras simulações. Contudo, as exceções para este comportamento não coincidem com as exceções verificadas para o coeficiente de confiança de 1%. Os valores obtidos pela Simulação de Monte Carlo são usualmente os mais baixos. Em termos de amplitude dos resultados, não existem diferenças significativas entre as simulações, comportamento que se justifica pelo facto de neste intervalo de confiança existirem menos *outliers* do que no anterior. Uma vez que não existe regularidade nos resultados apresentados pelas simulações, não é possível indicar apenas com estes dados, qual é a medida que os investidores conservadores ou mais propensos ao risco devem escolher.

No *Portfólio 2*, para o coeficiente de confiança de 1%, as conclusões que se retiram são relativamente semelhantes às do *Portfólio 1*, isto é, os *VaR* estimados com a Simulação Histórica são geralmente os maiores em termos absolutos e os que apresentam maior amplitude e os gerados pela Aproximação Variância-Covariância são os menores. As diferenças face aos resultados da outra carteira são por um lado, o número de exceções superior em que a Simulação Histórica não apresenta em módulo a maior perda expectável (2005, 2006 e 2010). A razão para esta diferença é justificada pela origem da crise das dívidas soberanas que foi nos países desenvolvidos (2010) e acabou por causar impacto apenas no ano seguinte para os países em desenvolvimento. Por outro lado, as Simulações Monte Carlo apresentam valores diferentes entre si para o período de 2008 a 2010. Os resultados da Simulação de Monte Carlo escolhida pelo critério AIC apresentam uma amplitude maior do que a escolhida pelo critério BIC. Como tal, as conclusões da Simulação escolhida pelo critério BIC são semelhantes às conclusões tiradas para as Simulações de Monte Carlo do

Portfólio 1 enquanto as do critério AIC são diferentes para o ano de 2010. As características da distribuição que melhor se ajusta aos dados de 2010 segundo o critério AIC explicam a diferente conclusão gerada pelos dados provenientes da simulação.

Para o coeficiente de confiança de 5%, não existe nenhum padrão para os *VaR* na medida em que não existe nenhuma simulação que tendencialmente apresente maiores ou menores *VaR*. No que concerne à amplitude dos resultados, a Aproximação Variância-Covariância apresenta a maior amplitude e isso está relacionado com as cotações de base desta carteira que para este coeficiente de confiança ainda apresentam muitos *outliers* nos períodos mais turbulentos.

Por último, é apresentado o número de vezes que o *VaR* foi ultrapassado (Tabelas 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23):

Tabela 16.
Resumo por metodologia do número de vezes que o *VaR* subavaliou o risco no *Portfólio* 1 para o coeficiente de confiança de 1%

Risco subavaliado (1%)	S. Histórica	Ap. Var-Cov	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
NÂO	6	4	5	5
SIM	3	5	4	4

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 17.

Resumo por períodos do número de vezes que o *VaR* subavaliou o risco no *Portfólio 1* para o coeficiente de confiança de 1% *

Período	1%	S. Histórica	Apróx. Var-Covariância	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
2011	***VaR***	-1,02%	-0,95%	-0,94%	-1,08%
	Nº de vezes ultrapassado	0	1	1	0
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2010	***VaR***	-1,18%	-1,14%	-1,15%	-1,15%
	Nº de vezes ultrapassado	1	1	1	1
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2009	***VaR***	-1,26%	-0,98%	-1,19%	-1,12%
	Nº de vezes ultrapassado	1	8	2	5
	Risco subavaliado	NÃO	SIM	NÃO	SIM
2008	***VaR***	-1,42%	-1,05%	-1,11%	-1,11%
	Nº de vezes ultrapassado	1	5	5	5
	Risco subavaliado	NÃO	SIM	SIM	SIM
2007	***VaR***	-0,61%	-0,47%	-0,51%	-0,51%
	Nº de vezes ultrapassado	20	32	29	29
	Risco subavaliado	SIM	SIM	SIM	SIM
2006	***VaR***	-0,46%	-0,48%	-0,53%	-0,53%
	Nº de vezes ultrapassado	4	4	4	4
	Risco subavaliado	SIM	SIM	SIM	SIM
2005	***VaR***	-0,62%	-0,64%	-0,66%	-0,66%
	Nº de vezes ultrapassado	1	1	0	0
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2004	***VaR***	-0,83%	-0,71%	-0,76%	-0,76%
	Nº de vezes ultrapassado	1	1	1	1
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2003	***VaR***	-0,77%	-0,76%	-0,75%	-0,82%
	Nº de vezes ultrapassado	4	4	4	3
	Risco subavaliado	SIM	SIM	SIM	NÃO

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 18.

Resumo por metodologia do número de vezes que o *VaR* subavaliou o risco no *Portfólio 1* para o coeficiente de confiança de 5%

Risco subavaliado (5%)	S. Histórica	Ap. Var-Cov	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
NÂO	7	7	6	6
SIM	2	2	3	3

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 19.

Resumo por períodos do número de vezes que o *VaR* subavaliou o risco no *Portfólio 1* para o coeficiente de confiança de 5% **

Período	5%	S. Histórica	Apróx. Var-Covariância	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
2011	***VaR***	-0,75%	-0,67%	-0,66%	-0,71%
	Nº de vezes ultrapassado	4	8	8	7
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2010	***VaR***	-0,87%	-0,82%	-0,81%	-0,81%
	Nº de vezes ultrapassado	8	10	10	10
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2009	***VaR***	-0,68%	-0,70%	-0,75%	-0,70%
	Nº de vezes ultrapassado	22	20	17	20
	Risco subavaliado	SIM	SIM	SIM	SIM
2008	***VaR***	-0,76%	-0,74%	-0,69%	-0,69%
	Nº de vezes ultrapassado	10	11	12	12
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2007	***VaR***	-0,35%	-0,33%	-0,31%	-0,31%
	Nº de vezes ultrapassado	40	46	47	47
	Risco subavaliado	SIM	SIM	SIM	SIM
2006	***VaR***	-0,34%	-0,34%	-0,33%	-0,33%
	Nº de vezes ultrapassado	13	13	16	16
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	SIM	SIM
2005	***VaR***	-0,44%	-0,46%	-0,47%	-0,47%
	Nº de vezes ultrapassado	4	2	2	2
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2004	***VaR***	-0,49%	-0,50%	-0,49%	-0,49%
	Nº de vezes ultrapassado	9	9	9	9
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2003	***VaR***	-0,65%	-0,53%	-0,52%	-0,57%
	Nº de vezes ultrapassado	5	9	10	6
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 20.

Resumo por metodologia do número de vezes que o *VaR* subavaliou o risco no *Portfólio 2* para o coeficiente de confiança de 1%

Risco subavaliado (1%)	S. Histórica	Ap. Var-Cov	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
NÂO	7	7	7	6
SIM	1	1	1	2

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 21.

Resumo por períodos do número de vezes que o *VaR* subavaliou o risco no *Portfólio 2* para o coeficiente de confiança de 1% *

Período	1%	S. Histórica	Apróx. Var-Covariância	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
2011	***VaR***	-1,32%	-1,26%	-1,27%	-1,27%
	Nº de vezes ultrapassado	1	1	1	1
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2010	***VaR***	-1,33%	-1,37%	-1,67%	-1,23%
	Nº de vezes ultrapassado	2	2	0	6
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	SIM
2009	***VaR***	-1,61%	-1,44%	-1,47%	-1,59%
	Nº de vezes ultrapassado	1	1	1	1
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2008	***VaR***	-2,30%	-1,68%	-1,68%	-1,91%
	Nº de vezes ultrapassado	2	2	2	2
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2007	***VaR***	-0,97%	-0,80%	-0,91%	-0,91%
	Nº de vezes ultrapassado	14	29	18	18
	Risco subavaliado	SIM	SIM	SIM	SIM
2006	***VaR***	-0,85%	-1,05%	-1,12%	-1,12%
	Nº de vezes ultrapassado	3	1	0	0
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2005	***VaR***	-1,20%	-1,27%	-1,30%	-1,30%
	Nº de vezes ultrapassado	0	0	0	0
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2004	***VaR***	-1,42%	-1,40%	-1,59%	-1,59%
	Nº de vezes ultrapassado	1	1	1	1
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 22.

Resumo por metodologia do número de vezes que o *VaR* subavaliou o risco no *Portfólio 2* para o coeficiente de confiança de 5%

Risco subavaliado (5%)	S. Histórica	Ap. Var-Cov	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
NÃO	6	7	7	7
SIM	2	1	1	1

Fonte: Elaboração Própria

Tabela 23.

Resumo por períodos do número de vezes que o *VaR* subavaliou o risco no *Portfólio 2* para o coeficiente de confiança de 5% **

Período	5%	S. Histórica	Apróx. Var-Covariância	S. Monte Carlo (BIC)	S. Monte Carlo (AIC)
2011	***VaR***	-0,92%	-0,89%	-0,88%	-0,88%
	Nº de vezes ultrapassado	5	5	5	5
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2010	***VaR***	-0,84%	-0,97%	-1,04%	-0,88%
	Nº de vezes ultrapassado	16	10	9	13
	Risco subavaliado	SIM	NÃO	NÃO	NÃO
2009	***VaR***	-0,93%	-1,02%	-0,97%	-0,96%
	Nº de vezes ultrapassado	10	8	9	10
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2008	***VaR***	-1,00%	-1,18%	-1,08%	-1,11%
	Nº de vezes ultrapassado	11	7	10	9
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2007	***VaR***	-0,57%	-0,56%	-0,57%	-0,57%
	Nº de vezes ultrapassado	42	42	42	42
	Risco subavaliado	SIM	SIM	SIM	SIM
2006	***VaR***	-0,72%	-0,73%	-0,71%	-0,71%
	Nº de vezes ultrapassado	5	5	5	5
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2005	***VaR***	-0,84%	-0,92%	-0,93%	-0,93%
	Nº de vezes ultrapassado	3	2	2	2
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
2004	***VaR***	-1,09%	-0,99%	-1,00%	-1,00%
	Nº de vezes ultrapassado	6	6	6	6
	Risco subavaliado	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO

Fonte: Elaboração Própria

* Dado o número de observações existentes por ano (cerca de 260), o *VaR* não deve ser ultrapassado mais do que 1% dessas observações, ou seja, não deve ser ultrapassado mais do que 3 vezes por ano.

** Dado o número de observações existentes por ano (cerca de 260), o *VaR* não pode ser ultrapassado mais do que 5% dessas observações, ou seja, não pode ser ultrapassado mais do que 13 vezes por ano.

Considerando o *Portfólio 1*, é de salientar que a comparação apresenta melhores resultados para o coeficiente de confiança de 5% do que para o de 1%.

Nesta carteira existem 4 períodos em que todas as metodologias têm um número de violações inferior ao que o *VaR* prevê e 2 períodos em que todas as simulações subestimam o risco para o coeficiente de confiança de 1%. Os períodos em que a comparação funcionou coincidem com anos em que a volatilidade se mantém constante ou diminui. É necessário ter em atenção que esta comparação não consegue medir o custo de oportunidade de ter uma medida demasiado cautelosa pelo que, quando a volatilidade diminui, é natural que esta medida tenha boa performance pois foi influenciada no ano anterior por condições mais extremas. Importa acrescentar que os *VaR* estimados pela Simulação Histórica teve melhor desempenho que as outras simulações para a comparação nestas condições enquanto a Aproximação Variância-Covariância foi a que deu piores resultados. Portanto, de acordo com estas condições, a Simulação Histórica é a que deve ser usada por qualquer tipo de entidade, seja ela mais ou menos propensa ao risco. Nos períodos em que todas as simulações subavaliaram o risco, as Simulações de Monte Carlo foram as que erraram menos, pelo que deve ser a partir destas que alguma adaptação deve ser feita para obter melhores medidas de avaliação de risco nestas circunstâncias.

Para o coeficiente de 5%, todas as simulações medem corretamente o risco em 6 períodos e incorretamente em 2. De modo semelhante ao caso anterior, registou-se um bom desempenho em anos com pouca variação na volatilidade. Neste caso, a Simulação Histórica e a Aproximação Variância-Covariância são as que menos violam os pressupostos. Como tal, estas são as que devem ser utilizadas pelas entidades para obter os *VaR* mais corretos. Da perspetiva de um agente mais conservador, a Simulação Histórica deve ser usada pois fornece tendencialmente valores mais altos enquanto a Aproximação Variância-Covariância deve ser usada por entidades mais propensas ao risco pois funcionou o mesmo número de vezes que a Simulação Histórica com um *VaR* médio inferior, ou seja, foi mais eficiente. Para os períodos em que nenhuma funciona, não existe uma simulação que seja superior às outras.

No *portfólio 2*, comparando os resultados relativos aos dois coeficientes de confiança, não há nenhum que se superiorize nas comparações realizadas.

Para o coeficiente de 1%, existem 6 períodos em que todas as simulações cumpriram a finalidade do *VaR* e apenas houve um ano (2007) em que todas subestimaram o risco pela razão que já foi referida na análise dos resultados dos testes ao *Portfólio 1*. Constatou-se que a Simulação Monte Carlo com base no critério AIC foi a que mais violou os princípios do *VaR*. Face a estes resultados, as entidades mais conservadoras devem realizar Simulações Históricas para períodos com maior volatilidade e Simulações Monte Carlo escolhidas pelo critério BIC para períodos mais calmos. Por outro lado, a Aproximação Variância-Covariância obteve o mesmo número de resultados positivos que as outras duas simulações, acrescentando ainda que a média dos *VaR* estimados é inferior, fazendo com que seja uma metodologia interessante para agentes mais propensos ao risco obterem os seus *VaR* na medida em que é mais eficiente.

Tendo em atenção as comparações realizadas com um coeficiente de confiança de 5%, o desempenho das simulações foi o mesmo que o do outro nível de confiança. No entanto, neste caso foi a Simulação Histórica a que subavaliou o risco em mais períodos. Relativamente às outras simulações, todas apresentam valores médios do *VaR* muito semelhantes pelo que não há nenhuma que gere medidas mais prudentes ou mais eficientes que as restantes.

Em suma, comparando os resultados das comparações empíricas às duas carteiras ressaltam algumas conclusões gerais. O *VaR* em condições extremas, como por exemplo em 2007, período que regista grande alteração na volatilidade, subavalia o risco. De outro modo, a Simulação Histórica usualmente é a que apresenta melhor desempenho para o *Portfólio 1* e a pior performance para o *Portfólio 2*. A baixa volatilidade verificada nos mercados dos países desenvolvidos faz com que as observações passadas se ajustem relativamente bem a simulações de observações futuras. O contrário aplica-se ao *Portfólio 2* que pela natureza incerta das suas economias e mercados produz variações mais altas e consequentemente as observações passadas não se adequam para simulações de retornos futuros. Por outro lado, foi o *Portfólio2* teve melhor desempenho nas comparações que o *Portfólio 1* mesmo sabendo que a volatilidade dos retornos da carteira 1 é maior do que a da 2. Isto ocorre pois apesar de os países em desenvolvimento apresentarem variações elevadas, apresentam-nas com bastante regularidade, pelo que existem poucos choques na sua volatilidade. O oposto ocorre na volatilidade das cotações dos países desenvolvidos que nos últimos anos tem sofrido mais choques que abalam o desempenho do *VaR*. Acrescenta-se ainda o facto de que numa grande parte dos anos foi escolhida a distribuição Normal como a que se ajusta melhor às Simulações de Monte Carlo pois as outras distribuições apenas ganham mais importância quando fenómenos não usuais (crise do *subprime*, crise das dívidas soberanas) ocorrem. Isto significa que na maior parte dos anos em análise não houve grandes choques e quando estes não ocorrem a distribuição normal acaba por se impor face às outras distribuições.

6. Conclusões

O mundo financeiro reconhece grande utilidade ao *VaR* na medida em que consegue facilmente medir o risco total de um ativo ou carteira, apresentando com grande simplicidade os resultados estimados. Todavia, esta medida não está isenta de limitações uma vez que depende dos parâmetros, dados, pressupostos e metodologias usados, que consequentemente resultam em *outputs* significativamente diferentes para uma mesma carteira. A dificuldade em manter a constituição de uma carteira por um período de tempo médio-longo e as condições de liquidação de um investimento também deturpam a finalidade do *VaR*.

A interpretação do *VaR* exige a especificação de um horizonte temporal e nível de confiança bem definidos. Por conseguinte, o avaliador é responsável por definir o que é uma perda anormal, ou seja, se é aquela que ocorre com α% de probabilidade para um período de investimento t.

O cálculo do *VaR* baseia-se em dados que provêm do preço histórico dos ativos, pelo que a escolha da duração desse período passado influencia a modelização. Um período curto rapidamente despreza grandes choques na economia enquanto um período mais longo tende a incorporá-los com maior frequência.

A estimação do *VaR* é regularmente efetuada pela Simulação Histórica, pela Aproximação Variância-Covariância ou pelas Simulações de Monte Carlo. O segundo destes métodos assume uma distribuição Normal e é regularmente escolhido pela sua facilidade de implementação. No entanto na realidade, as distribuições de rendimentos são assimétricas e apresentam caudas mais pesadas do que a distribuição Normal. A simulação Monte Carlo permite assumir distribuições alternativas e mais realistas como, por exemplo, a distribuição *t-Student*, *Cauchy*, Logística e Inversa Gaussiana. A distribuição *t-Student* admite versões univariadas ou multivariadas, o que permite uma decomposição do *VaR* em factores de risco, de uma forma análoga à Aproximação Variância-Covariância. A Simulação Histórica não pressupõe nenhuma distribuição teórica, maximizando a flexibilidade de ajustamento aos dados observados.

Pela sua natureza, a Aproximação Variância-Covariância é a que apresenta menor capacidade de incorporar riscos de instrumentos financeiros complexos contudo, é a que apresenta maior facilidade de execução. A Simulação Histórica, além de ser conceptualmente simples, consegue incorporar os riscos de instrumentos financeiros complexos. No entanto, esta simulação não se baseia em parâmetros o que dificulta a análise de cenários alternativos. Por último, a Simulação de Monte Carlo é a mais completa e possibilita a realização de diferentes tipos de análise com o custo da complexidade da sua implementação e difícil comunicação. A plausibilidade dos resultados afeta todas as simulações dado a sua origem depender de dados históricos.

A validade das estimativas depende do âmbito da análise que está a ser realizada. Portanto, o estudo da utilidade dos agentes que lidam com esta medida e dos testes estatísticos que avaliam a precisão estatística dos diversos modelos *VaR* devem ser considerados. Os testes estatísticos propostos por Kupiec e Christoffersen visam identificar quais são os modelos que falham na identificação das dinâmicas da volatilidade. Por sua vez, os modelos aprovados são selecionados através de funções de perda (RLF e FLF) cujo objetivo é maximizar a utilidade dos reguladores ou das empresas. Importa salientar que na perspetiva empresarial é necessário considerar o custo de oportunidade do capital para além da avaliação do risco.

Com o objetivo de avaliar as propriedades do *VaR* num exemplo concreto, criou-se uma carteira composta por moedas de países desenvolvidos (*Portfólio 1*) e outra por moedas de países em desenvolvimento (*Portfólio 2*); obtiveram-se as taxas de câmbio *spot* de final de dia de 2003 a 2012 para o *Portfólio 1* e de 2004 a 2012 para o *Portfólio 2*; estimou-se o *VaR* diário a 1% e 5% por Simulação Histórica, Aproximação Variância-Covariância e Simulação de Monte Carlo, e averiguou-se se estas estimativas avaliavam corretamente o risco dos retornos da carteira no ano seguinte.

Tendo em conta as condições referidas, para a execução da Simulação de Monte Carlo, os critérios de informação BIC e AIC evidenciam que para as duas carteiras, a distribuição Logística é a que melhor se ajusta à base de dados entre 2006 e 2008, período em que se verificou maior instabilidade na volatilidade dos mercados. Para os anos em que se verificou um nível de volatilidade estável, o critério BIC determina que a distribuição Normal é a que melhor se ajusta aos dados originais enquanto o critério AIC se divide entre a distribuição Normal e a Inversa Gaussiana. Este comportamento justifica-se pelo facto de o critério BIC penalizar mais o excesso de parâmetros do que o AIC, e a distribuição Inversa Gaussiana se basear em 4 parâmetros ao contrário das restantes distribuições utilizadas que necessitam apenas de 2 parâmetros.

Os *VaRs* correspondentes às simulações feitas para o *Portfólio 2* apresentam média e amplitudes maiores do que os apresentados pelo *Portfólio 1*. Este comportamento era expectável na medida em que as moedas dos países em desenvolvimento apresentam maiores flutuações. Também se confirma que os *VaRs* estimados com o nível de confiança de 1% apresentam média e amplitudes maiores que os estimados com confiança de 5%. Os *VaR* obtidos para as duas carteiras comprovam que a partir de 2008 existe maior volatilidade nos mercados financeiros uma vez que os valores em termos absolutos apresentados a partir dessa data são maiores do que os apresentados antes dessa data.

De qualquer modo, o *VaR* em condições extremas subavalia o risco, nomeadamente em 2007, período que regista grande alteração na volatilidade do mercado financeiro. Este facto é confirmado pelo fraco desempenho que todas as simulações apresentam para os diferentes níveis de confiança nesta comparação. Mesmo assim, a Simulação de Monte Carlo foi a que apresentou melhores resultados pela maior independência que expõe relativamente à base de dados original quando comparada com as outras simulações.

A Simulação Histórica geralmente é a que apresenta melhor desempenho para o *Portfólio 1* e o pior para o *Portfólio 2*. A baixa volatilidade verificada nos mercados dos países desenvolvidos faz com que as observações passadas se ajustem relativamente bem a simulações de observações futuras enquanto a natureza incerta das economias e mercados dos países do *Portfólio 2* produz variações mais altas e consequentemente as observações passadas não se adequam para simulações de retornos futuros.

Apesar de os países em desenvolvimento apresentarem variações elevadas, estas surgem com bastante regularidade, pelo que existem poucos choques na sua volatilidade. Em sentido oposto, nos últimos anos, a volatilidade das cotações dos países desenvolvidos tem sofrido mais choques que abalam o desempenho do *VaR*. Portanto, foi o *Portfólio2* que evidenciou melhor desempenho em mais períodos temporais testados que o *Portfólio 1*

Perante estes resultados, é recomendado que seja feito um acompanhamento contínuo da evolução da performance destas simulações com a finalidade de perceber se estas conclusões se mantêm. Por outro lado, existem outros métodos de avaliação de modelos que não foram abordados nesta dissertação e podem apresentar conclusões diferentes das obtidas. Em relação à estimação, sugere-se que seja considerado o uso da distribuição *t-student* para a modelização paramétrica destas carteiras; o cálculo da volatilidade das carteiras por modelos estatísticos dinâmicos, em que servem de exemplo o modelo GARCH e o EWMA; o uso de outros pressupostos de correlação de dados nomeadamente, os sugeridos pelo *Risk Metrics* ou *Basle Committee e;* a análise do comportamento das carteiras para diferentes períodos de investimento do considerado nesta comparação. Por último, seria interessante testar o desempenho das estimativas de *VaR* numa carteira de ações de um sector que registe uma baixa correlação com o restante mercado.

Bibliografia

Balkema, A.A. e L. de Haan. 1974. Residual life time at great age. Annual of Probability 2, 792-804.

Bams, D.; Lehnert, T. e Wolft C. C. P. 2005. An Evaluation for Alternative VaR-Models. Journal of International Money and Finance, Vol. 24, 944-958.

Barbosa, P. 2005. Measuring Portfolio Value-at-Risk Beyond the Gaussian Assumption: Tese de Mestrado em Finanças. Faculdade de Economia e Gestão da Universidade Católica Portuguesa: Porto.

Basle Committee on Banking Supervision. 1996. Supervisory Framework for the Use of 'Backtesting' in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements. Manuscript, Bank for International Settlements.

Basel Committee on Banking Supervision. 2009. Revisions to the Basel II Market Risk Framework. Bis.org. http://www.bis.org/publ/bcbs148.htm

Beder, T.S. 1995. VAR: Seductive but Dangerous. Financial Analysts Journal Sept.–Oct.

Brooks, C. e Persand, G. 2002. Model Choice and Value-at-Risk Performance. Financial Analysts Journal, vol.8, nº 5 (September/October):87-97.

Campbell, S. 2005. A Review of Backtesting and Backtesting Procedures, Journal of Risk. Federalreserve.gov. http://www.federalreserve.gov/pubs/feds/2005/200521/200521pap.pdf.

Christoffersen, P.F. 1998. Evaluating Interval Forecasts, McGill Management. Mcgill.ca. http://web.management.mcgill.ca /peter.christoffersen/CHRISTOP/research/PAC1.PDF.

Christoffersen, P.F. 2008. Backtesting, McGill Management. Mcgill.ca. http://web.management.mcgill.ca/peter.christoffersen/CHRISTOP/research/ChristoffersenBacktesting_3June2008.pdf.

Danielson, J., and De Vries C. 2000. Value-at-Risk and Extreme Returns. Working Paper, London School of economics Financial Markets Group.

Hill, B. M. 1975. A Simple General Approach to Inference about the Tail of a Distribution. Annual of Statistics, 1163–1173.

Hull, J. C. 2006. Options, Futures and Other Derivatives. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

Iacus, S. M., 2011. Option Pricing and Estimation of Financial Models. R. John Wiley & Sons, Ltd.

J.P. Morgan. 1996. Riskmetrics Technical Document. New York: J.P. Morgan.

Jorion, P. 1996. “Risk: Measuring the Risk in Value at Risk.” Financial Analysts Journal, vol 52, nº 6 (November/December): 46-47.

Jorion, P. 2001. Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk. New York: McGraw-Hill.

Jorion, P. 2007. Value at Risk. New York: McGraw-Hill.

Kupiec, P. 1995. Technique for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. Journal of Derivatives, 2. 73 -84.

Linsmeier, T. J. and Pearson, N. D. 1996. Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk. Working Paper, Urbana-Champaign: University of Illinois.

Linsmeier, T. J. and Pearson, N. D. 2000. Value at Risk. Financial Analysts Journal, vol 56, nº 2 (March/April): 47-67.

Lopez, A.J. 1998. Methods for Evaluating Value-at-Risk Estimates. Paper no 9802, Federal Reserve Bank of New York.

Lynagh, S. 1997. Value-At-Risk. Working Paper 9-297-069, Boston: Harvard Business School.

Mateus, A. S. A. M. 2008. Afectação de carteiras no âmbito da metodologia Value-at-Risk: Tese de Mestrado em Finanças. Instituto Superior de Ciências do Trabalho e da Empresa Business School: Lisboa.

Pickands, J. 1975. Statistical Inference Using Extreme Order Statistics. Annual of Statistics 3,119–131.

Ruppert, D. 2006. Statistics and Finance An Introduction. New York: Springer Science + Business Media, LLC.

Saram, Thomas and Shah. 2003. Selection of Value at Risk Models. Journal of Forecasting, 22: 337–358.

Todorova, D. 2009. Avaliação da Performance de Modelos de Value-at-Risk em Mercados Emergentes: Tese de mestrado em Finanças. Instituto Superior de Ciências do Trabalho e da Empresa Business School: Lisboa.

Anexo

1. As simulações foram feitas com base nas taxas de câmbio das moedas referidas durante a tese do período entre 2003 e 2012.

Após o cálculo dos retornos diários, os dias em que a variação de todos os ativos foi 0% foram retirados da base de dados uma vez que foi assumido que seria um erro da mesma.

2. Comandos utilizados em R para o ajustamento e simulação de dados através da função de distribuição Normal***

```
library(fBasics)

RiskF1 <- as.numeric(read.table("De2012.txt")[[1]])

n1 <- length(RiskF1)

nSimul <- 10000

NParE <- fitdistr(RiskF1,"normal")

npar <- 2

cat("\nEstimativas de Maxima Verosimelhanca dos parametros da distribuicao Normal\n")

print(coef(NParE))

cat("Maximo da Log-Verosimelhanca =",NParE$loglik,"  --  AIC =",-2*NParE$loglik+2*npar,"
BIC =",-2*NParE$loglik+log(n1)*npar,"\n")

Normal_Simul_Data <- rnorm(nSimul,mean=coef(NParE)["mean"],sd=coef(NParE)["sd"])

write.table(Normal_Simul_Data,row.names=FALSE,col.names=FALSE,file="NormalSimulData
De2012.txt")
```

3. Comandos utilizados em R para o ajustamento e simulação de dados através da função de distribuição *Cauchy****

```
library(fBasics)

RiskF1 <- as.numeric(read.table("De2012.txt")[[1]])

n1 <- length(RiskF1)

nSimul <- 10000

CParE <- fitdistr(RiskF1,"cauchy")

npar <- 2

cat("\nEstimativas de Maxima Verosimelhanca dos parametros da distribuicao de Cauchy\n")

print(coef(CParE))

cat("Maximo da Log-Verosimelhanca =",CParE$loglik,"  --  AIC =",-2*CParE$loglik+2*npar," BIC =",-2*CParE$loglik+log(n1)*npar,"\n")

Cauchy_Simul_Data <- rcauchy(nSimul,loc=coef(CParE)["location"],scale=coef(CParE)["scale"])

write.table(Cauchy_Simul_Data,row.names=FALSE,col.names=FALSE,file="CauchySimulDataDe2012.txt")
```

4. Comandos utilizados em R para o ajustamento e simulação de dados através da função de distribuição Logística***

```
library(fBasics)

RiskF1 <- as.numeric(read.table("De2012.txt")[[1]])

n1 <- length(RiskF1)

nSimul <- 10000

LParE <- fitdistr(RiskF1,"logistic")
```

```
npar <- 2

cat("\nEstimativas de Maxima Verosimelhanca dos parametros da distribuicao logistica\n")

print(coef(LParE))

cat("Maximo da Log-Verosimelhanca =",LParE$loglik,"   --   AIC =",-2*LParE$loglik+2*npar,"   BIC =",-2*LParE$loglik+log(n1)*npar,"\n")

Logistic_Simul_Data <- rlogis(nSimul,loc=coef(LParE)["location"],scale=coef(LParE)["scale"])

write.table(Logistic_Simul_Data,row.names=FALSE,col.names=FALSE,file="LogisticSimulDataDe2012.txt")
```

5. Comandos utilizados em R para o ajustamento e simulação de dados através da função de distribuição Inversa Gaussiana***

```
library(GeneralizedHyperbolic)

RiskF1 <- as.numeric(read.table("De2012.txt")[[1]])

n1 <- length(RiskF1)

nSimul <- 10000

IGParE <- nigFit(RiskF1)

npar <- 4

cat("\nEstimativas de Maxima Verosimelhanca dos parametros da distribuicao Gaussiana Invertida\n")

print(coef(IGParE))

cat("Maximo da Log-Verosimelhanca =",IGParE$maxLik,"   --   AIC =",-2*IGParE$maxLik+2*npar,"   BIC =",-2*IGParE$maxLik+log(n1)*npar,"\n")

InvGauss_Simul_Data <- rnig(nSimul,mu=coef(IGParE)["mu"],delta=coef(IGParE)["delta"],alpha=coef(IGParE)["alpha"], beta=coef(IGParE)["beta"])
```

```
write.table(InvGauss_Simul_Data,row.names=FALSE,col.names=FALSE,file="InvGaussianSimulData De2012.txt")
```

*** O mesmo procedimento foi repetido para todos os anos e também para o *Portfólio 2.*