

UNIVERSIDADE CATÓLICA PORTUGUESA

GEOMETRIA SERIAL:
UM MODELO COMPOSITIVO PARA COMPOSIÇÃO ALGORÍTMICA
ASSISTIDA POR COMPUTADOR

Tese apresentada à Universidade Católica Portuguesa
para obtenção do grau de Doutor em Ciência e Tecnologia das Artes,
especialidade em Informática Musical

por

José Telmo Rodrigues Marques

Escola das Artes

Abril de 2015



UNIVERSIDADE CATÓLICA PORTUGUESA

GEOMETRIA SERIAL:
UM MODELO COMPOSITIVO PARA COMPOSIÇÃO ALGORÍTMICA
ASSISTIDA POR COMPUTADOR

Tese apresentada à Universidade Católica Portuguesa
para obtenção do grau de Doutor em Ciência e Tecnologia das Artes,
especialidade em Informática Musical

por

José Telmo Rodrigues Marques

sob orientação do Professor Doutor Paulo Ferreira-Lopes

Escola das Artes

Abril de 2015

Dedicação de um trabalho de horas, dias, meses, anos ...

Ao Pai pelas saudades que ainda tenho

À Mãe pelo carinho que sempre teve

À Janeca pela paciência que foi tendo e apoio que foi dando

Ao Tomás e à Inês pela continuação do que eu vou sendo

À Ni pela irmã atenta que sempre foi

Ao cunhado Manel pelo apoio incondicional que sempre deu

À Elisa e ao Manel pelos sogros que eu – tão bem – soube escolher.

AGRADECIMENTOS

“I am easily satisfied with the very best.”

Winston Churchill

Esta tese é o resultado de quase trinta anos de luta intrapessoal entre dois afectos: O estudo do Piano e da Composição por um lado, e as novas tecnologias emergentes por outro. A extrema paixão desenvolvida pelas particularidades que o estudo profundo da música nos concede vinha sendo acumulada desde os nove anos, altura em que fui iniciado nas *artes de bem tocar o teclado* e das teorias musicais. Quando cerca de dez anos mais tarde me deparo com alguns dos aparelhos dedicados (sequenciadores MIDI, instrumentos de síntese sonora como o Roland SH09 ou o Jupiter 8, o Yamaha DX7, ou computadores como o Atari e o Macintosh com software capaz de gravar 24 pistas como o Steinberg Pro24), percebi que a criação musical se podia expandir para lá dos universos tradicionais da composição “assistida” ao piano (o piano, ou teclado, foi desde cedo o laboratório para grande parte dos compositores). Havia, em raras ocasiões, a possibilidade de aceder a estúdios profissionais. Em pouco tempo percebi que ter um estúdio semiprofissional no quarto ou no sótão era uma realidade ao alcance de qualquer um com algum (não muito) dinheiro no bolso e, – ainda mais interessante – conseguir algum (dinheiro) no bolso de alguma forma graças à utilização dessas mesmas ferramentas. Tornava-se assim numa pluralidade estilística o percurso musical iniciado no momento em que a *música* passou a ocupar grande parte da minha vida.

Chegado ao momento presente é reconhecida a ajuda suportada por muitos. Assim, o meu maior agradecimento deve partir pelos meus pais que na devida altura souberam iniciar-me no estudo da arte dos sons, da criação e da performance. Apoiar alguém que queria seguir uma carreira artística em conjunturas preconceituosas, onde à época profissão *a sério* era a de médico, engenheiro ou advogado, foi sem

dúvida um risco. Num período decisivo da minha vida em que desesperadamente tentava conciliar os estudos musicais com a engenharia mecânica, o apoio da mãe – nessa altura já a assumir toda a responsabilidade paternal – foi decisivo. Foi também deveras relevante o apoio da minha irmã Carolina e do meu cunhado Manel. A mulher e os filhos souberam estar presente nas alturas de partilha, e *desaparecer* quando percebiam que eu a isso estava necessitado (o meu reconhecido *mau feitio* devia transpirar essa necessidade...).

A todos os meus colegas da ESMAE um *Muito Obrigado* geral, em especial a todos os *coleguinhas* do departamento de Composição, de PTM, de Jazz, e da área de Teoria. Agradeço ao IPP na pessoa da sua presidente Dra. Rosário Gamboa pelo apoio financeiro na participação em grande parte das propinas, e à Esmae na figura do seu antigo presidente Prof. Francisco Beja pela ajuda na condução de todo o processo. Um muito obrigado a Julien Vincenot por todo o ensinamento que me deu na programação com LISP e com PWGL.

Termino com um agradecimento último e especial – os últimos são os primeiros, como sempre – ao meu orientador Prof. Doutor Paulo Ferreira-Lopes que me foi iluminando a escuridão do caminho ao longo destes (muitos) anos de estudo.

Perdoem-me aqueles de quem me fui esquecendo, mas a memória já me vai sendo pesada...

Telmo Marques

Porto, Abril de 2015.

RESUMO

Este trabalho desenvolve um novo modelo teórico com implementação na prática pré-compositivo, estando na sua base relacionado com dois sistemas que revelam duas perspectivas bem diferenciadas: o *Serialismo* de Schoenberg e a *Twelve-Tone Tonality* de George Perle. Embora ambos de alicerce serialista, Schoenberg via a sua série dodecafónica a funcionar como *motivo*, e é esta polarização linear (horizontal) que deve trazer toda a unidade da obra; por outro lado, a *Twelve-Tone Tonality* de Perle resulta em progressões de simultaneidade harmónica (vertical) com base na interpolação e concatenação de séries cíclicas simétricas.

Perle, compositor e teórico norte-americano, conhece o serialismo de Schoenberg nos anos 30. Entusiasmado com o sistema procura extrair simultaneidades duma matriz dodecafónica, mas logo percebe que essas simultaneidades resultam de modo fortuito, ao acaso e com pouca ou nenhuma relação¹. A exceção estava nas séries com base em ciclos simétricos. Ernst Krenek, confrontado com a primeira tentativa serialista de Perle num esboço para quarteto de cordas, disse-lhe que tinha interpretado de um modo errado o sistema dodecafónico, mas ao mesmo tempo tinha feito aquilo que apelidou de ‘uma descoberta’. As séries baseadas na conjunção de intervalos cíclicos e inversões simétricas são as únicas que possibilitam extrair simultaneidades de uma matriz dodecafónica de forma consistente e previsível. A constatação da existência destes ciclos simétricos tinha já começado com o estudo levado por Perle sobre a música de Alban Berg, visível em vários livros e artigos. Perle vê-se assim conduzido a uma teoria que enfrenta exatamente a problemática da simultaneidade, a que viria a chamar de início *Twelve-*

¹ Em muitas circunstâncias, os estudos levados a cabo na escolha da série tinham o objectivo de reduzir estes resultados fortuitos através do estudo das invariâncias. Estas séries com características especiais, ao apresentar resultados iguais depois de sofrer as transformações normais do sistema (R, I e RI), vão no sentido de minimizar o que Perle percebeu como deficiência do sistema.

Tone Modality, mais tarde com a colaboração de Paul Lansky com a designação de *Twelve-Tone Tonality*.

Este estudo revela um serialismo de Schoenberg essencialmente estruturado na perspectiva linear, enquanto os ciclos simétricos de Perle são essencialmente estruturados em progressões verticais. Surge aqui a necessidade de desenvolver um novo modelo compositivo decidido a beneficiar duma articulação específica entre os sistemas de Schoenberg e de Perle, extrapolando e definindo as suas mais valias idiossincráticas. Este modelo teórico de nome *Geometria Serial*, apoia-se na direccionalidade motívica de Schoenberg e na sistematização estrutural harmónica de Perle, mas pretende-se mais aglutinador na dicotomia melodia/harmonia, assumindo uma abordagem interativa entre os planos horizontal e vertical, e cimentando as suas premissas nos princípios de simetria e de geometria, centros de apoio poderosos, como se verá ao longo do presente estudo.

Como a base deste modelo é a interação entre uma dada série e o constrangimento das possíveis soluções harmónicas à luz do sistema, recorreu-se à informática musical de forma a acelerar o processo de cálculo. O desenvolvimento da sua implementação e a sua associação à *Composição Algorítmica Assistida por Computador* (CAAC) é determinante na escolha da aplicação PWGL para essa mesma implementação.

Perto do final, a composição de um número substancial de obras musicais resultam exatamente do processo de identificação de anteriores modelos e de transformação com o novo modelo desenvolvido. Afigura-se a sua análise e discussão de resultados. As conclusões finais dão por terminado o processo metodológico, abrindo no entanto portas a novas questões e perspectivas para futuros trabalhos relacionados com as matérias abordadas e com o atual desenvolvimento desta teoria.

ABSTRACT

The development of a pre-compositional model is proposed in this study based on two systems with two design perspectives: Schoenberg's Serialism and Perle's Twelve-Tone Tonality. Schoenberg's perspective reveals a linear design where the set has functions like those of a *motive*; on the other hand, Perle's design result in harmonic simultaneities based on symmetric cycles.

Perle met the serialism of Schoenberg in the 30s. Excited with the system, he tries to draw simultaneities of a twelve-tone matrix, but soon he realizes that these actions result fortuitously at random and with little or no relation at all. The exception was with sets based on symmetric cycles. Ernst Krenek, confronted with Perle's first serialistic attempt – a sketch for a string quartet – told him he had misinterpreted the twelve-tone system, but at the same time he had made what he called 'a discovery'. This misinterpretation is the symmetrical cycle. A set based on symmetric cycles offers consistent and predictable simultaneities to be extracted from a twelve-tone matrix². The finding of the existence of symmetric cycles had already begun with the studies on Alban Berg's music, evident in several Perle's books and articles.

This study reveals that Schoenberg's serialism is more structured in the linear perspective, while Perle's symmetrical cycles are more structured in vertical progressions. It opens the possibility of developing a new compositional model determined by a specific relationship between Schoenberg's motive and Perle's harmonic structure. This theoretical model named *Serial Geometry*, is sustained by a motivic directionality, and by a harmonic structure based on symmetrical geometrical objects, becoming more cohesive in the horizontal/vertical (melody/harmony), dichotomies.

² In many circumstances, the process of selection of the twelve-tone set is a constraint of these incidental findings by studying the invariance. These sets, showing similar features after suffering the usual transformations of the system (R, I, RI), minimize what Perle perceived as some weaknesses of the system.

As the basis of this model is the interaction between a given set and several possible harmonic solutions, using computer applications becomes inevitable. Once immersed in the universe of *Computer-Aided Algorithmic Composition* (CAAC), the selection of the PWGL application for that development and implementation was decisive.

In the end, the composition of a substantial number of musical works identifies previous models and the new one with analysis and discussion of results. The final conclusions accomplish the methodological process, opening however new questions and perspectives for future work related to the topic covered, and the current development of this theory.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	iii
RESUMO	v
ABSTRACT	vii
ÍNDICE	ix
LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE TABELAS	xiv
LISTA DE ABREVIATURAS E ACRÓNIMOS	xv
GLOSSÁRIO	xvii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Propósito e Objectivos	1
1.2. Problemática	5
1.3. Âmbito da Investigação	7
1.4. Conteúdos	9
1.5. Metodologia	11
PARTE 1 – ESTADO DA ARTE.....	17
2. SIMETRIA E GEOMETRIA COMO DETERMINANTE MUSICAL.....	19
2.1. Generalizações	19
2.2. Simetria no Sistema Tonal.....	24
2.3. Simetria e Geometria no Sistema dodecafónico	33
2.4. Outros Modelos de Alicerce Simétrico e Geométrico	37
2.4.1 Sieves.....	37
2.4.2 Sistema de Eixos	42
2.4.3 Modos de Transposição Limitada e Rítmicos Não-Retrogradáveis	46
2.4.4 Simetria Sonora	53
2.4.5 Tonnetz, Orbifolds, K-Nets e outras Geometrias.....	57

3. COMPOSIÇÃO ALGORÍTMICA ASSISTIDA POR COMPUTADOR – CAAC.....	61
3.1. Composição: Criatividade e Cognição.....	61
3.2. Algorítmica: Sequência de Operações.....	63
3.3. Assistida por Computador: Tendência.....	65
PARTE 2 – O MOTIVO DE SCHOENBERG E A HARMONIA TTT DE PERLE:	
DISCUSSÃO	71
4. CONTEXTUALIZAÇÃO.....	73
4.1. O <i>Motivo</i> de Schoenberg: Polarização Horizontal.....	79
4.2. A <i>TTT</i> de Perle: Polarização Vertical.....	87
4.3. Desenvolvimentos Exteriores.....	100
4.4. Algumas Conclusões Preliminares	105
PARTE 3: TEORIA.....	
5. GEOMETRIA SERIAL: UM MODELO COMPOSITIVO	111
5.1. Geometria Harmónica – GH	116
5.1.1 GH – Tricordes em Hexágono.....	118
5.1.2 GH – Tetracordes em Estrela	123
5.1.3 GH – Tetracordes em Cruz	127
5.1.4 GH – Pentacordes em Pentagonais.....	132
5.1.5 GH – Hexacordes em 4 Círculos.....	136
5.2. EC – Elementos Comuns.....	140
5.3. Geometria Motívica – GM.....	141
5.4. Geometria Serial – GS.....	144
PARTE 4 –EMPÍRICA.....	
6. PRÁTICA DOS SISTEMAS.....	159
6.1. Obra 1: <i>Four Case Studies</i>	161
6.2. Obra 2: <i>Inclinado en las Tardes</i>	163
6.3. Obra 3: <i>Dodecabrätsche</i>	168
6.4. Obra 4: <i>87.658,13H</i> para Banda Sinfónica	170
6.5. Obra 5: <i>Disgrace</i> para Saxofone Soprano e Overdubbing.....	174
6.6. Obra 6: <i>MBA Short Programme</i> para Ensemble de Metais.....	181

7. CONCLUSÕES	191
APÊNDICE 1.....	205
APÊNDICE 2	257
APÊNDICE 3	279
APÊNDICE 4	295

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Design Metodológico	15
Figura 2: Simetria em estruturas modais.....	24
Figura 3: Modelo de Sintaxe Tonal.....	25
Figura 4: Resoluções Enarmónicas do acorde de Sétima Diminuta.....	27
Figura 5: Motivo do Desejo.....	29
Figura 6: Duplo eixo de simetria.	30
Figura 7: Análise harmónica geométrica do <i>Motivo do Desejo</i>	31
Figura 8: Relativos Maior/menor.....	43
Figura 9: Sistema de eixos.	44
Figura 10: Geometria dos Modos de Transposição Limitada.	49
Figura 11: Ritmos não-retrogradáveis simples.....	50
Figura 12: Exemplos de <i>Danse de la fureur, pour les sept trompettes</i>	51
Figura 13: Simetria dos Primos em <i>Neumes Rythmiques</i>	52
Figura 14: Progressão harmónica – simetria sonora.	55
Figura 15: <i>Tonnetz</i> de Leonhard Euler.	58
Figura 16: Alban Berg – Estudo dos ciclos de intervalos.	89
Figura 17: Adjacências.	91
Figura 18: Ciclo Simétrico de intervalo 7.	93
Figura 19: Intervalos de Soma Constante.....	94
Figura 20: Cognatização dos dois ciclos com base no mesmo eixo.	95
Figura 21: Relação dos subconjuntos A e B.....	96
Figura 22: Relação harmónica de Trítono.....	96
Figura 23: Reordenação pré-compositiva.	97
Figura 24: <i>Abertura em Forma de Pena</i>	99
Figura 25: Modelo melódico/harmónico da <i>Geometria Serial</i>	114
Figura 26: Modelo de Geometria Serial.	115
Figura 27: Tricordes em Hexágono.	118
Figura 28: Totalidade de soluções para os tricordes em Hexágono.	119
Figura 29: Tetracordes em Estrela.	123

Figura 30: Patch em PWGL para os tetracordes em Estrela.....	124
Figura 31: Tetracordes em Cruz: Soma 18 a 26.	127
Figura 32: Tetracordes – Cruz.	129
Figura 33: Pentacordes em figuras pentagonais.	132
Figura 34: Pentacordes – pentágonos.	134
Figura 35: Hexacordes a partir das intersecções de quatro círculos.....	136
Figura 36: Hexacordes – Quatro Círculos.	139
Figura 37: Geometria Motívica – GM.	141
Figura 38: Dez soluções GM.	143
Figura 39: Geometria Serial – página inicial do <i>patch</i> em PWGL.....	145
Figura 40: Secção 1 – Universo GH.	146
Figura 41: Código – Hexacordes 4 Círculos.....	147
Figura 42: Extensão de Regras.	148
Figura 43: Exemplo para Tricordes Hexágono.....	149
Figura 44: Distribuição de regras motivo/harmonia.	149
Figura 45: Centro do processamento – constrangimentos.	150
Figura 46: Secção 4 e 5 – Introdução de dados.....	151
Figura 47: Secção 6 – Resultados.	152
Figura 48: Distribuição dos resultados.....	153
Figura 49: Score Editor.	154
Figura 50: Secções 7 e 8 – Redução de Invariâncias e transformação linear....	154
Figura 51: Exemplo de Redução de Invariância.	155
Figura 52: Transformação Linear.	156
Figura 53: Matriz dodecafónica da obra <i>Four Case Studies II</i>	161
Figura 54: <i>Four Case Studies</i> – parte II.	162
Figura 55: Ciclos simétricos pop5 e iii8.	164
Figura 56: <i>Inclinado en las Tardes</i> – plano harmónico inicial.....	165
Figura 57: <i>Inclinado en las Tardes</i> – estrutura inicial.....	166
Figura 58: Segmentos triádicos combinados – a, b, c.	167
Figura 59: <i>Dodecabrätsche</i> – primeira página.	168
Figura 60: Estudo pré-compositivo e estrutura formal das frases iniciais.....	169
Figura 61: Série dividida em dois segmentos melódicos.....	170
Figura 62: Segmento melódico S1.....	171

Figura 63: <i>87.658,13H para Banda Filarmónica</i> – compassos 19 a 23.....	172
Figura 64: <i>87.658,13H</i> – compassos 24 a 30.	173
Figura 65: Construção Motívica.	177
Figura 66: <i>Disgrace</i> – análise macroestrutural.	178
Figura 67: <i>Disgrace</i> – análise do processo de construção melódica.....	179
Figura 68: <i>Disgrace</i> – articulação horizontal/vertical.	180
Figura 69: Seleção 700 e Elementos comuns – EC.....	181
Figura 70: EC – elementos comuns.....	182
Figura 71: Hexacorde motívico e tetracordes harmónicos resultantes.....	184
Figura 72: Estrutura 700a/01.....	184
Figura 73: Tema – 700a+b+c+d.....	185
Figura 74: Intro – compassos 1 a 7.....	185
Figura 75: Intro – compassos 8 a 14.....	186
Figura 76: Intro – compassos 15 a 20.....	187
Figura 77: Intro – compassos 15 e 16.....	188
Figura 78: Intro – compassos finais.....	189

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Rotação cíclica.	100
Tabela 2: Transposição.	100
Tabela 3: Quadro comparativo das dimensões vertical e horizontal.....	106
Tabela 4: Distribuição sequencial dos tricordes.	121
Tabela 5: Distribuição sequencial dos seis tetracordes.....	125
Tabela 6: Distribuição sequencial dos quatro tetracordes.....	129
Tabela 7: Distribuição sequencial dos pentacordes.	133
Tabela 8: Distribuição sequencial dos quatro hexacordes.....	136

LISTA DE ABREVIATURAS E ACRÓNIMOS

CAC	Computer-Aided Composition
CAAC	Computer-Aided Algorithmic Composition
CM	Computer Music
EC	Elementos Comuns
GH	Geometria Harmónica
GM	Geometria Motívica
GS	Geometria Serial
GUI	Graphical User Interface
UI	User Interface
HTML	Hyper Text Markup Language
HCI	Human-Computer Interaction
ICMA	International Computer Music Association
ICMC	International Computer Music Conference
MIDI	Musical Instrument Digital Interface
OpenGL	Open Graphics Library
PWGL	Patch Work OpenGL
(t.l.a.)	Tradução livre do autor
TTT	Twelve-Tone Tonality

GLOSSÁRIO

Agregado: Conjunto de 12 notas formadas pela progressão simultânea dos primeiros ou dos segundos hexacordes extraídos de duas séries com conteúdo hexacordal complementar.

Brute Force: Técnica de resolução de problemas informáticos com base num método de prova matemática exaustiva.

Composição Algorítmica Assistida por Computador (CAAC): Expressão Híbrida avançada por Martin Supper (2001) e desenvolvida por Christopher Ariza (2005a) que visa reforçar e especificar a Composição Assistida por Computador (CAC) com a Composição Algorítmica. Se por um lado a CAC não especifica o uso de algoritmos generativos, por outro a Composição Algorítmica não especifica o uso do computador (ver Cope, 1993, p. 24). O Modelo propõe sete descritores:

1. *SCALE* – Micro and Macro musical structure level;
2. *PROCESS MODEL* – Real-Time and Non-Real-Time processing;
3. *IDIO-AFFINITY* – Singular and Plural affinity with a certain musical style;
4. *EXTENSIBILITY* – Closed and Open. Ability of a software system to be extended;
5. *EVENT PRODUCTION* – Generation and Transformation. Generation of events from indirect music representation, and Transformation of events from direct music representation.
6. *SOUND SOURCE* – Internal, External, Imported, and Exported;
7. *USER ENVIRONMENT* – Language, Batch and Interactive. Forma Primária em que um sistema CAAC expõe as suas abstrações ao utilizador.

Constraints: Restrições e/ou condicionalismos. Quando aplicado à prática compositiva ou pré-compositiva identifica um conjunto de regras com a intensão de reduzir o espaço musical.

Constraints Programming: Aplicação de restrições e/ou condicionalismos em programação e aplicações informáticas.

Díade: Acorde ou intervalo de duas notas. Também chamado *bicorde* (*double stop*). Quando a referência é exclusivamente melódica podemos (devemos) falar de "intervalo"; quando a referência é harmónica é preferível falar de "bicorde" ou "díade".

Hexacorde: Grupo de seis notas. Metade duma série dodecafónica.

Invariância: Propriedade de um subset (tricorde, tetracorde ou hexacorde) que resulta em manter algumas notas – por vezes todas – em certas permutações (transposição, inversão, retrógrado, etc.).

Inversão (I): permutação da série em que toda a estrutura intervalar é transformada no seu inverso como se de um espelho horizontal se tratasse (*mirror*). Exemplo: Se do primeiro elemento para o segundo existe uma relação intervalar de +3 (três meios-tons ascendentes) na sua inversão essa relação será de -3 (três meios-tons descendentes).

Layering: Dispor em camadas. Exposição linear e simultânea de dois ou mais materiais seriais ou segmentos de série.

Matriz: Quadrado de 12 X 12 elementos onde uma série e todas as suas permutações (P, R, I e RI) estão manifestamente expostas.

Pentacorde: Grupo de cinco notas.

Pitch: Nota. Altura de nota.

Pitch Class (pc): Conjunto de todas as notas de nome igual e de enarmónicos equivalentes. Exemplo: a nota Fá# central pertence à *pitch class* "6"; A nota Si, clave de fá segunda linha pertence à *pitch class* "11" (ou "e" [eleven] na nomenclatura utilizada neste trabalho).

Prime Form (P): Série Original. Alguns autores utilizam a letra "O" para identificar a série original ou *Prime Form*.

Retrógrado (R): Série original lida de trás-para-a-frente, do último elemento para o primeiro. Lida no sentido *retrógrado* (*cancrizan*).

Retrógrado da Inversão (RI): A inversão da série lida no sentido retrógrado. Conforme explicado no capítulo sobre simetria geral, não é o mesmo que a *inversão do Retrógrado*, pois este processo, apesar de resultar numa série com a mesma organização estrutural intervalar, será sempre uma transposição do RI.

Segmentação: Divisão da série em porções ou subgrupos de menor dimensão com propósitos rítmicos, harmónicos, orquestrais, contrapontísticos ou simplesmente para serem tratados como séries (subséries) independentes.

Simultaneidades (*simultaneities*): Em algumas referências dodecafónicas as notas que soam juntas são chamadas de *simultaneidades*. Consistem em qualquer organização vertical de um qualquer número de notas da série. As *simultaneidades* acontecem quando notas de uma multiplicidade de linhas coincidem ritmicamente ou quando um segmento da série é tocado como um acorde. Na segmentação vertical a ordem linear pode ser preservada de modo ascendente ou descendente embora esta condição não seja um requerimento. Todas as simultaneidades são racionalizadas em termos da série, mas a série pode ser manipulada de forma a produzir virtualmente toda e qualquer combinação de notas (ver Dallin, 1974, p. 198).

Tetracorde: Grupo de quatro notas. Um terço da série dodecafónica.

Tétrade: Acorde de quatro notas. Quatro notas simultâneas.

Triade: Acorde de três notas. Três notas simultâneas.

Tricorde: Grupo de três notas. Um quarto da série dodecafónica.

Verticalização: Momento simultâneo de todas as notas de um segmento da série adquirindo a funcionalidade de um acorde.

1. INTRODUÇÃO

“Une question n’est vraiment une bonne question que si elle est plus juste que toute réponse qu’on lui connaît.”

E. Klein

1.1. Propósito e Objectivos

A relação dicotómica melodia/harmonia é um assunto longe de se esgotar na técnica compositiva dodecafónica ou serial. No seu início, seria mesmo matéria a evitar ser abordada, tal a sua relação direta com o funcionalismo tonal, onde a relação entre uma polarização horizontal (início de frase/cadência) e uma outra vertical (contraponto soprano/baixo) é uma realidade estrutural necessária. Impunha-se nesse tempo, por um lado, romper a ligação com um passado recente desse funcionalismo tonal e de estética condizente; por outro lado, mesmo que fosse esse o desejo do compositor, a série dodecafónica não deixava de apresentar uma direção linear motívica, evidentemente mais horizontal que vertical na sua prescrição.

Schoenberg (1975, p. 219) via a sua série dodecafónica a funcionar como *motivo*. Tal como no sistema tonal (baseado na polarização de um eixo harmónico central), era este perfil linear de polarização horizontal do *motivo* que deveria trazer toda a unidade da obra. No entanto, a gestão da simultaneidade vertical (da harmonia), para além da sobreposição de linhas, muitas das vezes com desfechos fortuitos e não estruturados, a verticalização passa pela segmentação da série. Com exceção da textura monódica, o compositor é confrontado mais tarde ou mais cedo com a questão da *harmonia* (o termo *harmonia*, tendo uma conotação direta com o

funcionalismo tonal, também parece necessitar de ser substituído). Essa simultaneidade resulta essencialmente de três factores de processamento:

1. Sobreposição de linhas derivadas da série original (e.g. Schoenberg op.25 no.1, Dallapiccola *Goethe Lieder* no.2);
2. Segmentação e verticalização da série (e.g. Schoenberg op.33a, op.37);
3. Liberdades processuais compositivas (e.g. Berg's *Violin concert*).

A questão da relação linear-harmónica ou das dimensões horizontal/vertical reside fundamentalmente no facto de aparentar não estar presente no sistema dodecafónico. Este assunto, substancialmente tratado no capítulo 4, é reconhecido por vários autores e compositores como um dos problemas iniciais de base do sistema (Kowalski, 1987; Lansky, Perle, & Headlam, 2001; Martino, 1961; Rosenhaus, 1995; Westergaard, 1966).

George Perle, compositor e teórico norte-americano, foi um desses exemplos que sistematizou e teorizou o problema da organização da simultaneidade de sons na composição musical com doze notas. Perle é o autor de um sistema de composição baseado na conjunção de intervalos cíclicos e inversões simétricas. A constatação da existência destes ciclos simétricos começou com o estudo da música de Alban Berg. Partindo dum erro de cálculo, vê-se conduzido ao estudo teórico que enfrenta exatamente a problemática da simultaneidade. Esse erro de interpretação viria a traduzir-se num sistema com base em séries cíclicas de intervalo fixo em alternância com as suas inversões que, por via de cogação com outras séries da mesma ordem de simetria cíclica darão origem à teoria TTT – *Twelve-Tone Tonality* (Perle, 1977b). As séries baseadas em ciclos simétricos são as únicas que possibilitam extrair simultaneidades de uma matriz dodecafónica de forma consistente e previsível, ao contrário de outras séries onde essa simultaneidade se relaciona de modo fortuito, ao acaso e com pouco ou nenhum sentido³.

A sua teoria não se apresenta simples. O seu autor concede que o sistema é de leitura e interpretação difíceis (Perle, 1996, p. xiii). Na prática, com as possibilidades de concatenação das séries e da manipulação das mesmas à luz do tonalismo de Perle,

³ Em muitas circunstâncias, os estudos levados a cabo na escolha da série tinham o objectivo de reduzir estes resultados fortuitos através do estudo das invariâncias. Estas séries com características especiais, ao apresentar resultados iguais depois de sofrer as transformações normais do sistema (R, I e RI), vão no sentido de minimizar o que Perle percebeu como deficiência do sistema.

ganha uma dimensão de rigor e controlo de difícil concretização, revelando-se ainda mais obscuro no exercício analítico (Foley & Cusack, 2006).

Autores vários (Lansky, 1973), (Carrabré, 1993), (Rosenhaus, 1995), (Foley, 1999), (Headlam, 2008), (Winders, 2008), propuseram novas abordagens e extrapolações ao sistema de forma a torná-lo mais acessível, mais compreensível, mais abrangente, sendo claro que o assunto está longe de esgotar pela sua riqueza teórica. Alguns autores desenvolveram software relacionado com este sistema: James Carr (1995) desenvolveu uma aplicação a que deu o nome “12-tt 2.0” que fornece uma ‘enciclopédia’ de listas de vectores e de matrizes; Gretchen Foley (Foley & Cusack, 2006) desenvolveu uma aplicação a que deu o nome “T3RevEng” para análise assistida; Dave Headlam (2008) criou uma série de programas para identificação de matrizes e Christopher Winders (2008) desenhou uma aplicação que permite fazer deslizar uma série cíclica sobre outra de modo a produzir todos os alinhamentos verticais possíveis. A maioria destas aplicações não existem ou foram simplesmente descontinuadas por trabalharem em plataformas operativas desatualizadas. Não é no entanto proposta deste trabalho a reconstrução do modelo teórico apoiado no desenvolvimento de programação para composição assistida, mas o facto tornaria a sua prática com certeza mais acessível e funcional pois o sistema não é fácil de pôr em prática. O próprio Perle não deixa de referir que alguns dos seus amigos revisores da sua obra *Twelve-tone Tonality* admitem achá-la de leitura muito difícil⁴.

Se por um lado a teoria de Perle já se assume singular em abstrações numéricas organizadas em infindáveis listas (*arrays*), as extrapolações e ligações a esta teoria que se têm vindo a desenvolver concentram ainda mais a sua complexidade por vezes transformando o *complexo* em *complicado*. Acresce a este facto a pouca aquiescência, ou mesmo um desinteresse generalizado, no universo que se movimenta em torno do processo compositivo (compositores, analistas, melómanos). O sistema *Twelve-Tone Tonality* de George Perle (Perle, 1977b, 1996) aparenta ser uma matéria remetida ao esquecimento na prática compositiva e analítica musical tal é o desinteresse, em parte devido à pouca organização da informação. É difícil entender as razões pelas quais este sistema não é ensinado

⁴ “Some of my friendliest reviewers admitted that they found *Twelve-Tone Tonality* “very tough reading.” It is not, however, a book for “reading” in any ordinary sense, any more than a traditional harmony textbook would be” (Perle, 1996, p. xiii).

mundialmente e com consistência em escolas de música e conservatórios. Como é referido por Rosenhaus (1995) “apenas uns poucos músicos conhecem o sistema e estão em posição de ensinar a sua utilização a outros”⁵. Para muitos, esta situação resulta simplesmente do facto de Perle ter decidido juntar os termos *twelve-tone* e *tonality* (Carrabré, 1993, p. 1), aparentemente uma mistura explosiva. Apesar de tudo, continua a existir um grupo regular de estudiosos empenhados em dar suporte a esta matéria. Conforme escreve Carrabré, “os resultados finais alcançados na sua própria obra confirmam que a consistência da estrutura musical providenciada pela *twelve-tone tonality* permitiu a Perle criar música de grande sofisticação e profundidade emocional”⁶.

Naturalmente, quando falamos de música falamos de notas, de durações, de timbre, de dinâmica, de performance, enfim, de um universo rico em relações morfológicas e semânticas como só a música pode contextualizar. Apesar disso esta investigação focaliza-se exclusivamente na altura das notas e na sua contextualização linear do gesto motivico e da análise redutiva do imediatismo vertical da harmonia. Tem como propósito inicial contrapor a teoria de Perle *Twelve-tone Tonality*, no contexto com outras teorias e sistemas que apresentem nos seus princípios uma perspectiva unívoca de relações simétricas na sua base.

Num momento posterior e oportuno surge a possibilidade de desenvolver um novo modelo compositivo decidido a beneficiar duma específica articulação entre os sistemas de Schoenberg e Perle extrapolando e definindo as suas mais valias idiossincráticas. Este modelo de nome *Geometria Serial*, apoia-se na direccionalidade motivica de Schoenberg e na sistematização harmónica de Perle, mas pretende-se mais aglutinador nas dicotomias horizontal/vertical, melodia/harmonia. Como a base deste modelo é a interação entre uma dada série e as possíveis soluções harmónicas, o recurso à informática musical torna-se inevitável. O desenvolvimento da sua implementação e a sua associação à Composição Algorítmica

⁵ “Only a few musicians know the system and are in a position to teach others its use” (Rosenhaus, 1995, p. 1).

⁶ “There can be little that the consistency of musical structure provided by twelve-tone tonality has allowed Perle to create music of great sophistication and emotional depth” (Carrabré, 1993, pp. 232-233).

Assistida por Computador (CAAC) é determinante na escolha da aplicação PWGL⁷ para essa mesma implementação.

O software PWGL foi escolhido devido às suas características específicas na manipulação de listas: é baseado no *Common Lisp* - perfeitamente apropriado para processar listas de números inteiros, e especialmente vocacionado para *constraints* e CAAC. Perto do final, a composição de um número substancial de obras musicais resultam exatamente do processo de identificação de anteriores modelos e de transformação para o novo modelo desenvolvido. Impõe-se a sua análise e discussão de resultados. As conclusões finais dão por terminado o processo metodológico, abrindo no entanto portas a novas questões e perspectivas para futuros trabalhos relacionados com as matérias abordadas.

1.2. Problemática

São vários os sistemas com base na escala cromática que se nos afiguram fruto de um desenvolvimento aparentemente previsível que tem como ponto de partida o estabelecimento universal enraizado do temperamento. O cromatismo exacerbado ao permitir as ambiguidades da modulação extrema e levar ao limite a funcionalidade do sistema tonal diatónico, conduz este a um desmoronamento colossal e conseqüente rotura paradigmática que perdurará por algumas gerações. Os vários sistemas que se seguem com base nestas conseqüências – temperamento e o desagregar do sistema tonal – agarram-se à evidência de uma escala de 12 notas que afinal é o que resta após esta desfocagem do alicerce diatónico. Os modelos como os de Joseph Hauer (Tropes), de Schoenberg e de Milton Babbitt entre outros, apoiam-se nesta evidência material de 12 notas equilibradas entre si, de carácter inócuo na sua relação hierárquica semitónica. Para Schoenberg a série funciona como um motivo, e é esta polaridade linear do motivo que deve transmitir unidade para o trabalho musical. No

⁷ Para uma abordagem direta ao PWGL (*PatchWork OpenGL*) visite o site: <http://www2.siba.fi/PWGL/pwgl.html> (consultado em 2014-01-12).

entanto, o enorme universo de 479 001 600 possíveis permutações da série transforma o ato de seleção na etapa fundamental nos trabalhos de preparação e pré-composição da obra.

A razão pela qual o modelo de Schoenberg se tornou universal e preponderante na cultura ocidental por algumas gerações não é a razão desta tese. No entanto, essa indicação de preponderância e universalidade por si só, faz-nos refletir no ‘porquê’ dessa hegemonia, obrigando-nos a explorar aquilo que aparenta ter ficado num segundo plano de visibilidade e pertinência. Quando autores como Westergaard (1966, p. 90); apontam o problema da unidimensionalidade da série na gestão e controlo dos intervalos numa situação pluridimensional como é a polifonia. Torna-se evidente a necessária comparação entre um método dodecafónico claramente horizontal e linear, em contraponto com um sistema com evidências de verticalidade e harmonia, como é o *Twelve-Tone Tonality* de George Perle. Focalizando este aspeto espaço-temporal, Rosenhaus escreve:

Twelve-tone tonality is ultimately a harmonic system, one which replaces the concept of “keys” and “modes” with “tonalities” and “synoptic arrays” – in which the use of traditional forms can be unforced and aurally discernible.

Arnold Schoenberg’s use of these forms in his own twelve-tone music works on many structural levels such as the melodic or rhythmic aspects of a work, but not in terms of a regular, and predictable, harmony. In Schoenberg’s method, harmony arises out of the contrapuntal manipulation of a composer-selected twelve-note row and its permutations. Schoenberg’s is a primarily linear system which deals with simultaneity solely as a result of counterpoint (Rosenhaus, 1995, p. 164).

Mais à frente o mesmo autor reafirma:

Schoenberg’s twelve-tone system is primarily linear, based on maintaining the integrity of a composer-ordered set, while Perle’s system of twelve-tone tonality is primarily harmonic, and in which assumes the integrity of the cyclic sets involved. These sets are composer-selected, not composer-ordered, thus allowing for regular, predictable chordal structures (Rosenhaus, 1995, p. 247).

Em Schoenberg o resultado harmónico é consequência da sobreposição melódica das transformações da série, ou da segmentação da série com aplicações harmónicas. Em Perle a verticalidade e as relações harmónicas estão na base da sua génese teórica, ficando para segundo plano a componente linear – na realidade esta é consequência do harpejo (*unfolding*) das estruturas cordais. Rosenhaus (1995) afirma que mesmo “levando em conta que qualquer contraponto tem implicações harmónicas, na obra dodecafónica de Schoenberg a ultimação é arbitrária. A harmonia na sua obra tem tendência a aparecer por ‘acidente’ contrapontístico e não por qualquer construção cordal regular”⁸.

1.3. Âmbito da Investigação

Torna-se neste momento necessário focalizar o âmbito do presente trabalho. O modelo melódico/harmónico serial com alicerces em princípios de simetria e geometria cíclica, desenvolvido e implementado nesta tese, não se pretende impor como substituto de qualquer outro método serial, mas sim, como uma extrapolação das metodologias e sistemas já existentes. Tem como principal objectivo contribuir com mais uma ferramenta de saber, portanto de compleição cumulativa e não ablativa, assumindo-se como mais um sistema, compatível assim com outros modelos e outras possibilidades. O presente modelo tem a sua própria origem na teoria serial de Schoenberg e na teoria TTT de Perle. Assume por isso uma compatibilidade evidente ao extrair e transferir de cada um deles as características mais valorativas para o modelo desenvolvido.

Não é também pretensão deste trabalho provar ou impor uma verdade musical onde apenas a dimensão melódico/harmónica (tonal ou serial) produz criação musical de erudição e coerência. É possível encontrar liberdades de expressão

⁸ “Certainly the harmonic implications of any counterpoint, tonal or otherwise, should be taken into account, but in Schoenberg’s twelve-tone works these are ultimately arbitrary. Harmony in such works tend to arise from “accidents” of counterpoint and not from any regular chordal constructs” (Rosenhaus, 1995, p. 247).

renunciando ao princípio melódico/harmónico mantendo de igual modo a coerência e a compreensibilidade⁹. São manifestação e prova disso a obra de inúmeros compositores deste século e do século XX, de entre as quais *Ionization* de Edgard Varèse assume um protagonismo evidente por ser pioneira na composição ocidental. (O abandono da noção de melodia e harmonia dá lugar a uma paisagem sonora onde o timbre, a textura e o ritmo são todo o material requerido para conseguir a unicidade orgânica¹⁰. Estas extrapolações vão perdendo toda a comparabilidade à medida que avançamos para as obras de origem mais filosófica como é exemplo a famosa e controversa criação *4'33*” de John Cage.)

Balizando o campo de ação em estudo, aqui o espaço de investigação concentra-se no universo dicotómico da relação entre a polarização horizontal e vertical de eventos sonoros – aqui também reduzido à organização temperada das doze notas. Avançamos assim para a questão basilar:

“É possível desenvolver um sistema compositivo com base nas doze-notas, capaz de reunir a função linear motívica da série de Schoenberg e a sustentação na estruturação simétrica dos ciclos simétricos de Perle?”

A questão pode-se tornar mais simples através do seguinte postulado:

“Construção de um modelo compositivo com base na série de doze notas temperadas, com sustentação em simetria geométrica e equilíbrio Motívico/Harmónico.”

⁹ “I myself and my pupils Anton von Webern and Alban Berg, and even Alois Hába believed that now music could renounce motivic features and remain coherent and comprehensible nevertheless” (Schoenberg, 1975, p. 88).

¹⁰ Ainda assim é possível falar de frase e harmonia, não no sentido tradicional dos termos, mas no contorno gestual linear da organização e perfil polifónico vertical das simultaneidades.

1.4. Conteúdos

As anteriores considerações traçam o nosso plano. A Parte 1 apresenta o estado da arte através do seu enquadramento histórico e da necessária revisão bibliográfica para substanciação do modelo a ser apresentado posteriormente. Propõe-se compreender o conceito de simetria desde a sua visão abstrata generalista, passando pelas artes em geral, até à prática compositiva mais específica.

Sendo este trabalho firmado essencialmente no serialismo de Schoenberg e na teoria *Twelve-Tone Tonality* de George Perle¹¹, (e sendo evidente um maior desconhecimento em relação aos fundamentos desta última), a Parte 3 é dedicada ao serialismo de Schoenberg e à TTT de Perle onde se expõem e materializam as suas bases teóricas. São também discutidos os mais importantes estudos realizados no âmbito da teoria de Perle, nomeadamente através dos trabalhos de Carrabré (1993), Rosenhaus (1995), Foley (1999), Headlam (2008) bem como desenvolvimentos e extrapolações do sistema e correlações com outras perspectivas teóricas que são disso exemplo como as redes de Henry Klumpenhouwer conhecidas como K-Net (Headlam, 2002). Ainda nesta segunda parte apresenta-se uma análise comparativa da dicotomia horizontal/vertical dos sistemas de Schoenberg e de Perle quanto ao seu perfil, direccionalidade, objetivo, sustentação (horizontal-vertical, melodia-harmonia, motivo-acorde) e sustenta a possibilidade de desenvolver um novo modelo de organização pré-compositivo decidido a beneficiar duma específica articulação entre os sistemas de Schoenberg e Perle, definindo as suas mais valias idiossincráticas e extrapolando as mútuas.

A Parte 3 define o novo modelo pré-compositivo partindo do conceito generalista para as situações particulares do contexto musical. Investiu-se no que mais relevo e preponderância poderiam ter no desenvolvimento desse modelo, alicerçado na direccionalidade motívica de Schoenberg e na estruturação harmónica de Perle, revelando-se os conceitos de geometria e de simetria como elementos aglutinadores nas dicotomias horizontal/vertical, melodia/harmonia.

¹¹ TTT de agora em diante.

Como a base deste modelo é a interação entre uma dada série e as possíveis soluções harmónicas, o recurso à informática musical torna-se inevitável. Apresenta-se ainda nesta parte o desenvolvimento da sua implementação e a sua associação à Composição Algorítmica Assistida por Computador (CAAC). São também explicadas as razões determinantes na escolha da aplicação PWGL para essa mesma implementação.

O Parte 4 compreende a prática que se impõe: a prática dos sistemas estudados e discutidos neste trabalho. Seis obras do autor são selecionadas e analisadas à luz dos seus processos compositivos. Estas obras são resultado do processo de identificação e de transformação dos modelos estudados, centrando o seu domínio nos sistemas de Schoenberg, de Perle, e da *Geometria Serial*, em situações pontuais ou na totalidade das obras. Em simultâneo vai sendo feita a análise e discussão de resultados.

O último capítulo – capítulo 7 – é invariavelmente dedicado à reflexão sobre o trabalho desenvolvido, às considerações finais, e às novas questões abertas impulsionadoras de trabalhos futuros.

1.5. Metodologia

“I never do a painting as a work of art. All of them are researches. I search constantly and there is a logical sequence in all this research.”

Pablo Picasso

A discussão do método e da sua cientificidade num domínio como as artes é um compromisso associado à reflexão filosófica em matérias tão diversas como o objeto material em si, os propósitos, os agentes, as funcionalidades, os sistemas, etc. Levantam-se clássicas questões da filosofia de ordem ontológicas e epistemológicas, especialmente se vamos explorar modelos entre as práticas epistemológicas existentes – o que sabemos, ou queremos saber – e os resultados ontológicos – o que existe. O desenvolvimento de um modelo compositivo envolve questões de ontologia representativa da estruturação do sistema: que entidades são representadas, que relações existem entre elas, como é que se relacionam com outros possíveis utilizadores. As questões da episteme – da ciência musical, ou *mousiké techné* – evidencia uma tendência tripartida: uma perspectiva de uma necessidade conquanto o já existente e o desejável existir; uma perspectiva do seu “criador”, inteiramente conhecedor, utilizador e regulador do modelo; e finalmente uma perspectiva do “próprio” modelo na construção do seu mundo através de exemplos da prática efectivada e analisada.

A modelização de um processo compositivo é assim fundada na constatação de três realidades:

- Avaliação das teorias existentes relacionáveis com o contexto;
- Formulação explícita das regras de construção do repertório reconhecido nesse contexto;
- Adopção de um novo ponto de vista que, à luz de uma aprendizagem empírica e de um número substancial de exemplos, traduz uma

contribuição para o conhecimento e de originalidade evidente e referenciável, podendo dar lugar a uma formulação teórica.

A criação musical como processo criativo envolve processos demasiado abrangentes tanto do foro cognitivo como da matéria musical processada. As diferentes perspectivas existentes levam-nos a ponderar se estamos a fazer investigação *em* música, *sobre* a música ou sobre o *processo* que deu origem à música. Estas três perspectivas relacionam-se de imediato com as áreas de conhecimento tão diferenciado como o registo histórico ou a psicologia cognitiva, passando pela abordagem analítica musical e pela capacidade de autorreflexão. O processo criativo desde a consciência inicial da matéria prima até à matriz, ao corpo, à forma no seu todo, desenvolve-se num só gesto de difícil desagregação – a que Schoenberg chama *ideia*¹² – gesto este que apresenta um *Gestalt* explicativo das partes, qual método indutivo, mas que necessita de uma desagregação de forma a possibilitar a compreensão do particular para o todo, qual método dedutivo.

O método científico, ele próprio uma ciência, tem tido nos seus paradigmas de investigação uma evolução de pensamento fruto da necessidade de adaptação às novas realidades. O paradigma positivista vê ciência assente no mesurável e quantitativo, onde a realidade é um facto não falseável, progredindo através do método dedutivo do particular para o geral, e capaz de elaborar normativas de carácter geral e universal. A maior ruptura epistemológica dos quadros de observação dá-se no início do século XX quando a própria ideia de *ciência* é posta em causa: a percepção psicológica tem influência na independência da observação da realidade, conduzindo ao radicalismo da afirmação de impossibilidade da ciência (Pereira, 1986).

O método científico newtoniano diz-nos que a realidade está aí fora à espera de ser descoberta. Depois da união da mecânica terrestre com a mecânica celeste a hegemonia do modelo positivista parecia evidente, até ao aparecimento de teorias denominadas “da relatividade”. O paradigma relativista afirma que a ciência é uma atividade essencialmente social e humana. Ao introduzir os aspectos psicológicos e

¹² “In its most common meaning, the term idea is used as a synonym for theme, melody, phrase or motive. I myself consider the totality of a piece as the *idea*: the idea which its creator wanted to present” (Schoenberg, 1975, pp. 122-123).

subjetivos na epistemologia da ciência, o relativismo introduz o observador como elemento capaz de falsear a observação da realidade. Desse modo a afirmação do mundo real não advém nem pode depender dos dados exclusivamente observáveis.

Segundo Paulo Quaresma, a produção de conhecimento em arte tem-se limitado à obra de arte e ao seu criador como objecto de estudo. O processo prático da criação revela-se um grande potencial desperdiçado, já que só o autor, pela vivência experimentada, o pode descrever. Escreve o autor:

Denominada de *Art practice-based research*, esta metodologia inclui um artefacto artístico original como trabalho integral e reflexivo, em aditamento a, ou até mesmo, em substituição do desenvolvimento duma dissertação escrita. No domínio das Artes, esta metodologia, assume que o objecto artístico se constitui como conhecimento, convertendo-se numa legítima pesquisa académica qualitativa (Quaresma, 2012).

Com o seu livro *Method meets art: Arts-based Research Practice*, Patricia Leavy (2009) afasta a divisão entre arte e ciência na investigação e estende o paradigma qualitativo (caracterizado pelo método indutivo de construção do saber) à narrativa, à poesia, à música, aos estudos performativos, à dança e às artes visuais. Fazendo a ponte entre arte e ciência acaba com alguns mitos mostrando como os investigadores usam a narrativa, a poesia, a música, a performance, a dança e as artes visuais para conduzir estudos credíveis de investigação. “As concepções tradicionais de validação e fiabilidade desenvolvidos do positivismo, são inapropriados na avaliação da pesquisa artística.. Ao contrário da abordagem positivista na investigação social, as práticas *Arts-based* produzem verdades com dimensão parcial, situacional e contextual”¹³. Escreve Shaun McNiff (2008): “Both art-based research and science involve the use of systematic experimentation with the goal of gaining knowledge about life” (p. 33).

Todo o objecto artístico sofre o apanágio da perspectiva científica. Assim, reconhecendo a natureza complexa da investigação proposta, determinou-se como paradigma do método científico uma metodologia, onde o investigador constrói um quadro conceptual para a área de estudo, com base em fundamentação teórica, design emergente e focalização delimitada com determinação. Esta estratégia de

¹³ “Traditional conceptions of validity and reliability, which developed out of positivism, are inappropriate for evaluating of artistic inquiry. Unlike positivist approaches to social inquiry, Arts-based practices produce partial, situated and contextual truths” (Leavy, 2009, p. 15).

design flexível, para além do apuro do estado da arte, compreende o estudo de caso, o enunciado teórico e a realização empírica de material relacionado a fim de testar a teoria. A combinação de estratégias é uma mais valia na validação da investigação. “It can also make a lot of sense to *combine strategies* in an investigation. One or more case studies might be linked to an experiment. Alternatively, a small experiment might be incorporated actually within a case study” (Robson, 2002, p. 90). Uma das formas de obter evidências para validar uma hipótese em trabalhos científicos na área da informática em geral é “[c]onstruindo uma teoria, que a partir de fatos aceitos [sic] e deduções válidas prove que a hipótese é verdadeira” (Wazlawick, 2009, p. 66).

O design flexível apresentado na Figura 1 servirá para testar a hipótese. Parte dos factos e paradigmas existentes e das deduções já validadas através de:

- problemática inicial e revisão contextual bibliográfica do estado da arte;
- estudo(s) de caso com análise e discussão dos sistemas mais diretamente relacionáveis com o modelo desenvolvido;
- formulação da hipótese e estudo do processo que leva à necessidade de um novo modelo compositivo;
- desenvolvimento de aplicações informáticas para a utilização do modelo num processo experimental, tendo em vista a produção de várias obras originais assentes nos diversos sistemas estudados;
- testar a hipótese por meio da discussão e análise das obras e dos sistemas;
- verificação da hipótese, novos factos e conclusões.

Os estudos de caso referem-se nesta situação à profunda descrição contextual e específica dos sistemas discutidos com parte prática da sua execução, à análise comparativa com a prática do novo modelo, e à documentação das obras. O conhecimento tácito – intuitivo – sempre foi visto como um aspecto importante no processo compositivo. Propõe-se por isso uma interpretação ideográfica pela tendência de interpretar os dados em termos dos seus factos particulares descobertos, em vez de anunciar uma lei geral.

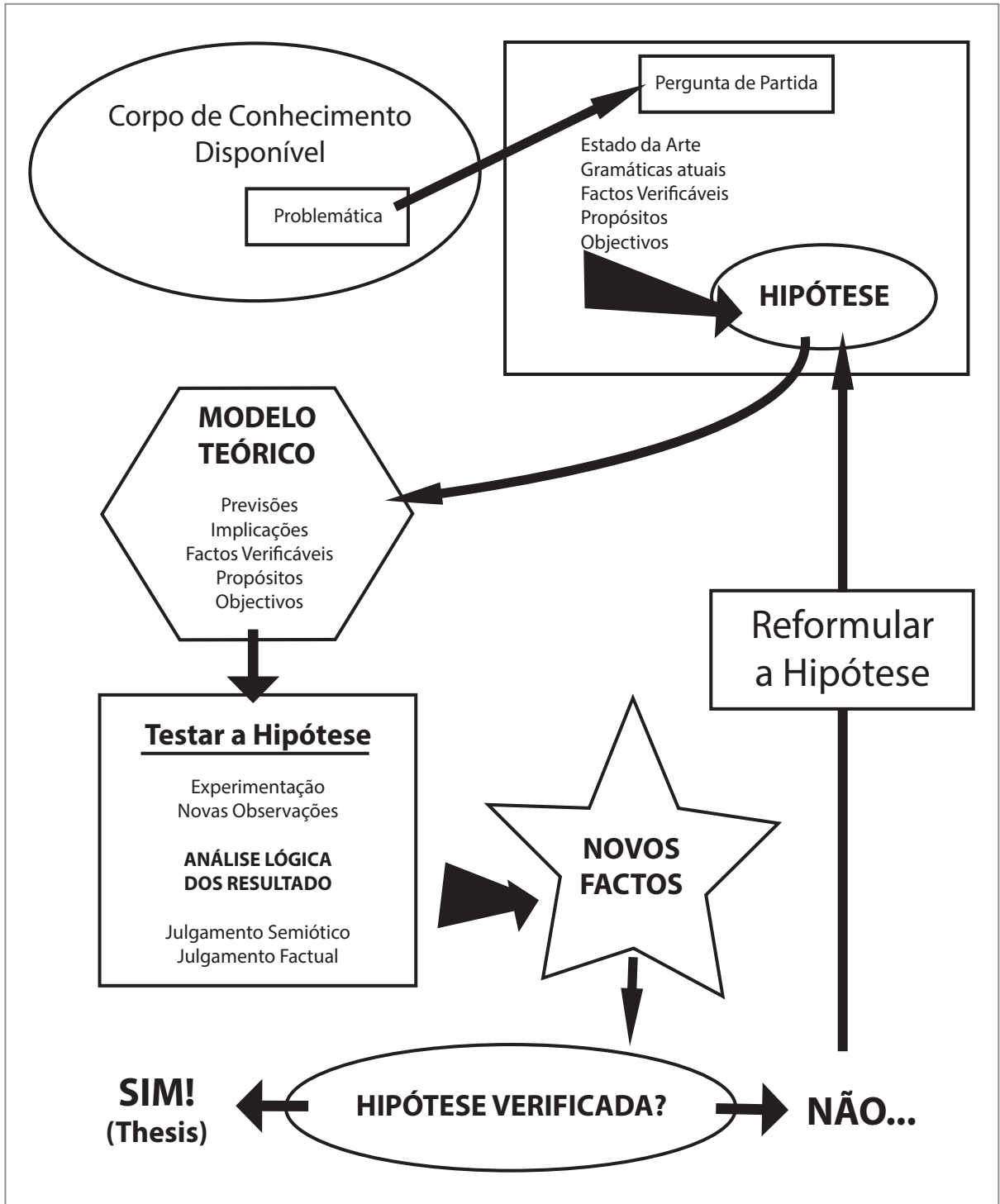


Figura 1: Design Metodológico

PARTE 1 – ESTADO DA ARTE

2. SIMETRIA E GEOMETRIA COMO DETERMINANTE MUSICAL

“A geometria é a ciência de todas as espécies possíveis de espaços”.

Emmanuel Kant

2.1. Generalizações

Qual a importância da simetria na arte? Qual a sua influência concretamente na música? É do senso comum que a simetria só por si, não atribui beleza a um objecto. É com facilidade que ouvimos afirmar que o *design* simétrico chega a ser monótono ou previsível¹⁴. Veremos mais tarde neste trabalho que nem sempre se verifica esta condição. Nas artes visuais no entanto, conjuntamente com a cor, texturas, proporções, entre outros factores, a simetria tem um papel importante no apelo estético de um objecto. Na música há uma evidência na organização formal de uma obra, apelativa aos contornos de tipo simétrico. Por outro lado, em determinadas situações, a assimetria deliberada é também utilizada com o objectivo de criar surpresa e emoção.

O termo *Simetria* deriva do grego *συμμετρειν* *symmetría*: *syn* (comum) + *metros* (medida) – “medido ao mesmo tempo”. O conceito é universal e abrangente. Os objetos simétricos podem ser materiais como pessoas, moléculas e tijolos, ou estruturas abstratas como equações, palavras, ritmos e notas musicais. Podemos observar propriedades simétricas na passagem do tempo, nas relações espaciais, nas

¹⁴ Segundo Zee, se desenharmos um círculo, um quadrado e um retângulo, e perguntarmos ao homem comum qual prefere como sendo mais agradável à vista, a escolha recai maioritariamente sobre o círculo seguindo-se o quadrado e por último o retângulo. Há um critério objetivo nesta seleção: O círculo possui mais simetria (ver Zee, 1989, p. 9).

transformações geométricas (*e.g.* rotação, reflexão, escala), nas transformações funcionais (ex. movimentos regulares de padrões, equações complexas, na maneira como a música é tocada) e em características de objetos abstratos (modelos teóricos, linguagem, música e até mesmo no conhecimento em si) (ver P. Marques et al., 1998).

Na realidade, cada área de conhecimento onde o conceito tem aplicação prática produz as suas especificidades de acordo com a matéria que trata. As propriedades simétricas observadas num determinado campo de conhecimento não são necessariamente as mesmas de um outro: as transformações geométricas tais como a rotação, a reflexão e a escala, são específicas (mas não exclusivas) do campo da geometria, e podem não ter correlação com transformações no campo da linguagem ou da música.

O que é então a simetria? O que faz com que um objecto ou abstração aparente ter propriedades de simetria em relação a outro objecto ou abstração? Quais os processos de transformação para chegar a essa(s) simetria(s)? São processos ativos ou passivos? O conceito não é assim tão simples ou linear, como podemos verificar por todo este conjunto de perguntas que jorram no momento em que nos debruçamos sobre o assunto, isto porque a noção material de simetria tem várias definições operativas e mensuráveis.

Segundo Darvas (2008) é um conceito, um fenómeno, uma classe de propriedades e um método, e está presente em quase todas as disciplinas e áreas de arte e tecnologia. Como conceito tem raiz na ciência e arte. Como fenómeno, a simetria (ou a falta dela) reflete-se em todos os campos da arte, ciência e tecnologia. As propriedades e métodos, baseados na aplicação e na investigação da simetria (e quebra de simetria) são transferíveis de um campo para outro.

Começando na geometria e na biologia e acabando nas artes em geral, encontramos aplicações do conceito em todos estes campos científicos¹⁵. Nas muitas

¹⁵ Darvas acrescenta: “In contrast to the common geometric concept, one can speak about a more general scientific meaning of symmetry if: (i) under any kind of transformation (operation), (ii) at least one property, (iii) of an object is left invariant (intact). This generalised concept of symmetry makes possible the application of symmetry to both animate and inanimate material objects, as well as to products of our mind. In addition to geometric (morphological) symmetries (such as reflection, rotation, translation, etc.), the scope of the journal covers functional symmetries and asymmetries (*e.g.*, in the human brain), gauge symmetries (of physical phenomena), and properties, like color, tone, shading, weight, and so on (of artistic objects). The journal focuses not only on the concept of

manifestações artísticas a arte tem tido uma forte inclinação mimética – imitação da natureza, onde a simetria nos aparece de diversas formas: Simetria Bilateral (que se observa em relação a um só plano ou a uma só linha) e Simetria Radial (que se observa em relação a vários planos que passam por um eixo central ou a várias linhas que se cruzam num mesmo ponto) (P. Marques et al., 1998). No bailado clássico, por exemplo, a simetria torna-se evidente tanto nas coreografias quanto nos gestos estruturados dos bailarinos.

A definição matematicamente precisa de simetria envolve a noção de invariância. Uma figura geométrica diz-se simétrica sob certas operações se essas operações a deixarem inalterada¹⁶. Na objetivação física os elementos são *simétricos* se, quando divididos por um eixo ventral, tem um lado perfeitamente igual ao outro. O eixo de simetria é a linha que divide as formas em metades iguais. Na simetria real ou bilateral as duas metades são exatamente iguais ou refletidas. Na simetria radial todas as retas passam por um centro ou se irradiam do centro para fora por movimentos como o de rotação (por exemplo, as rodas da bicicleta ou a estrela do mar). Transformações como a translação, a reflexão com deslizamento, o movimento helicoidal, os fractais, etc. preenchem um universo de possíveis tipos de simetria.

Solomon (1973) afirma na sua tese que o conceito de *Simetria* é o princípio determinante da organização musical, cruzando estilos, história e etnicidade¹⁷. Partindo do princípio basilar que a propriedade fundamental da simetria é a repetição, e que todos os tipos de repetição contêm pelo menos um elemento de simetria, Solomon determina que as cinco propriedades fundamentais de simetria na música são:

symmetry, but also on its associates (asymmetry, dissymmetry, and antisymmetry) and related concepts (such as proportion, harmony, rhythm, and invariance) in an interdisciplinary and intercultural context” (Darvas, 2008).

¹⁶ “The precise mathematical definition of symmetry involves the notion of invariance. A geometrical figure is said to be symmetric under certain operations if those operations leave it unchanged. For example, the circle is left invariant by rotations around its center” (Zee, 1989, p. 9).

¹⁷ “The creation of music is called composition, as it is in the other arts. But, what exactly is a “composition”? [...] Synonyms associated with composition include: structure, form, organization, harmony, proportion, and balance. A question that naturally follows is: Is there any general principle that is used to compose music, i.e., to organize the parts of music into a whole? The thesis proposed here is that symmetry, as defined, is a predominant principle of such organization found in musical composition, crossing international boundaries of style, history, and ethnicity; i.e., in fact, most of the relationships found in music are based on symmetry” (Solomon, 1973, cap.I).

1. Repetição, “All music, except perhaps for chance music, contains some repetition, and most music contains a large amount”;
2. Translação; “Translations are open ended repetitions”;
3. Rotação, “Rotations are cyclic repetitions”;
4. Reflexão, “Reflections are retrograde or inverted repetitions”;
5. Automorfismos, “Automorphisms are normally temporal translations in which the pattern repeated is linearly expanded or contracted in at least one of its dimensions” (ver Solomon, 1973, cap.V).

De salientar o trabalho teórico de Adam Ockelford (2005) de título *Repetition in Music*, onde a teoria de nome *Zygonic* é avançada, tendo por convicção que a “estrutura” é cognitivamente apreendida, muitas vezes inconscientemente, a partir de tipos particulares de relações interspectivas que atuam implicativamente, através dos quais, um elemento é apreendido como “imitado” ou “derivado” de um outro, ou outros. A esta relação de conteúdo musical, dá Ockelford o nome de *Zygonic* (p. 33)¹⁸. Sugere que a obra estética é atribuída à fusão de estrutura e conteúdo, e está convicto que o que faz a música efetiva e grandiosa é a maneira como as suas qualidades expressivas (o seu conteúdo) são apreendidas e integradas em estruturas através de relações *Zygonic* (p. 66). Analisando as obras K.333 e K.550 de Mozart, e a peça para piano Op.11, no. 1 de Schoenberg (entre outras), Ockelford pretende explicar através da sua teoria, estruturas que utilizam matemática nos seus modelos, em particular as séries do serialismo de Schoenberg e as transformações da teoria de David Lewin¹⁹ (ver Ockelford, 2005, pp. 98-119).

Joseph Rosen (2008), no seu trabalho sobre simetria como base da ciência e da natureza, apresenta o conceito de modo sintático: “Symmetry is immunity to a possible change” (p. 4). “The situation possesses the possibility of a change that leaves some aspect of the situation unchanged” (p. 1). Na sua essência o fenómeno da simetria parece necessitar de três condições: um sujeito, uma transformação e uma

¹⁸ “It is my contention that structure is cognized, typically unwittingly, through particular types of interspectivity relationship that are felt to act implicatively – through which one value is felt to imitate (and so derive from) another or others. Such relationships are termed ‘zygonic’ (Ockelford, 2005, p. 33).

¹⁹ Lewin, David (1987). *Generalized Musical Intervals and Transformations*. New Haven: Yale University Press.

imunidade a essa transformação. Na verdade falta-nos uma quarta condição: um referencial. Sem referencial não há transformação. Rosen vai mais longe afirmando que esse referencial tem de ser necessariamente assimétrico:

For a difference to exist, in the sense of having physical meaning, a physical gauge for the difference, a reference frame, is needed. [...] the existence of a reference frame is necessary to give existence to the difference and to the possibility of change. [...] the nonexistence of an appropriate reference frame makes a supposed change impossible. [...] Symmetry requires a reference frame, which is necessarily asymmetric. The absence of a reference frame implies identity, hence no possibility of change, and hence the inapplicability of the concept of symmetry” (J. Rosen, 2008, pp. 8-9).

Esta tentativa de comparação incorre no entanto num equívoco semântico quando da interpretação dos graus das respectivas escalas sendo o seu corelacionamento no mínimo ambíguo. No modo *Frígio (Deuterus Autêntico)* a utilização sistemática da mesma nota *repercussa* que lhe infere carácter dramático²¹ desloca-se para o sexto grau. Desta forma, a *finalis* do modo *frígio* coincide com o terceiro grau do modo *maior* e a *repercussa* com a tónica respectivamente. Para perceber melhor os diferentes significados do conceito de inversão referentes à música serial e às escalas diatónicas tradicionais e modos ver Perle (1996, p. 5).

O sistema tonal, apesar de aparentar assimetrias imediatas nestes materiais que o corporizam, apresenta em abstrato no seu funcionalismo tonal simetrias passíveis de representação como podemos ver na figura seguinte. O modelo exposto na Figura 3 retrata sinopticamente a organização funcional do sistema tonal (no caso específico, o modo maior). As áreas da *dominante* e da *subdominante* encontra-se em gravitação equidistante de intervalo de quinta da centralidade da tónica, enquanto da mesma forma os *satélites* substitutos respetivamente da *dominante* e da *subdominante* apresentam uma simetria inversa quantitativa relacionável em cada área pelo intervalo de terceira.

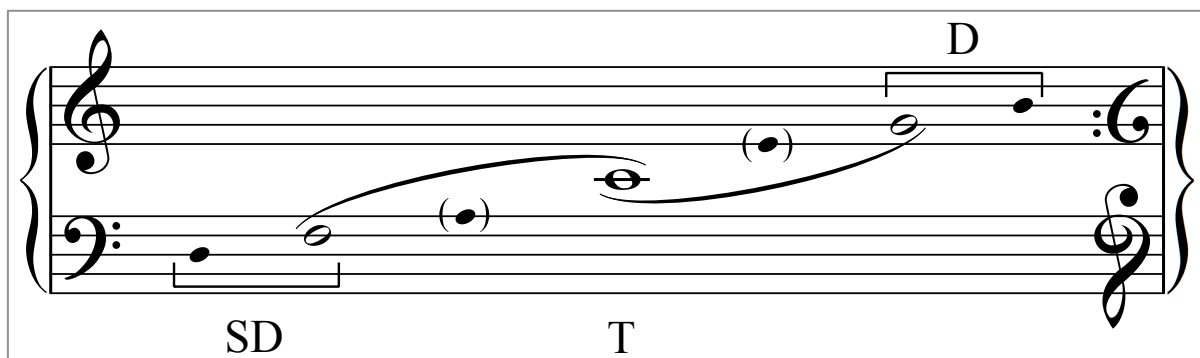


Figura 3: Modelo de Sintaxe Tonal.

²¹ Segundo alguns estudos, é possível associar a cada modo um sentimento respectivo: não obstante as mais variadas interpretações, concorda-se geralmente com o esquema proposto por Guido d'Arezzo: «o primeiro (*Protus Autêntico*) é sério, o segundo (*Deuterus Autêntico*) é triste, o terceiro (*Tritus Autêntico*) é místico, o quarto (*Tetrardus Autêntico*) é harmonioso, o quinto (*Protus Plagal*) é alegre, o sexto (*Deuterus Plagal*) é devoto, o sétimo (*Tritus Plagal*) é angélico e o oitavo (*Tetrardus Plagal*) perfeito».

[http://en.wikipedia.org/wiki/Mode_\(music\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Mode_(music))
(Consultado em 2012-03-10)

Parece essencial fazer uma distinção entre a simetria imposta por uma situação específica (os materiais do sistema tonal são de natureza assimétrica) e as regras que os regulam (tonalismo funcional). Como observadores estamos condicionados facilmente ao espaço físico que nos envolve ao qual acedemos com imediatismo e facilidade. Anthony Zee no seu livro *Fearful Symmetry* (Zee, 1989) aponta com pertinência o facto de usarmos invariavelmente no nosso dia a dia a significação de simetria nas situações específicas. Na verdade, devemos separar o conceito em abstrato e o objeto em concreto. Quando dizemos que uma pintura exhibe uma certa simetria referimo-nos provavelmente à organização dos pigmentos, não tendo nada a ver com as leis físicas que regulam as moléculas dos pigmentos²². Mas, como refere o autor, podemos também explicar conceitos abstratos com analogias que envolvam objetos concretos.

A simetria é igualmente algo que deve ser considerado na formação de escalas e acordes, sendo a música tradicional, dita tonal, feita de grupos de notas assimétricas, como acontece com a escala diatónica ou com o acorde maior. Certas propriedades simétricas aplicadas a determinadas escalas e estruturas cordais, provocam ambiguidade em relação à tónica ou à dominante por estas ficarem desprovidos de direção ou sentido de movimento em relação a um centro sonoro, tendo especificamente uma menor funcionalidade diatónica – são exemplo imediato a escala cromática, a escala de tons inteiros (hexatónica) e o acorde aumentado. Não se torna, no entanto, numa generalidade: a simetria presente na estrutura dos acordes diminuto e/ou sétima diminuta não lhes retira o poder de atração com necessidades de resolução em contexto tonal, apesar da ambiguidade causada pela multidireccionalidade na resolução devido à sua estrutura simétrica.

²² “[It] is easy to get confused since in everyday usage we invariably mean by symmetry the symmetry of specific situations. When we say a painting displays a certain symmetry, we refer to the symmetry in the artist’s arrangement of the pigments, which has nothing to do, of course, with the symmetry of the physical laws governing the pigment molecules” (Zee, 1989, p. 14).

RESOLUÇÕES POR ENARMONIA DO ACORDE DE SÉTIMA DIMINUTA

1. Resolução Autêntica (vii^o7)

Lá menor Fá# menor Dó menor Mi♭ menor

1. Resolução Plagal (ii^{#o} ou iv^{#o})

Dó Maior Lá Maior Fá# Maior Mi♭ Maior

10
#ii^o2 #ii^o7 #iv^o7 #iv^o6/5

Figura 4: Resoluções Enarmónicas do acorde de Sétima Diminuta.

A Figura 4 expõe duas situações distintas. Na primeira – autêntica – o acorde diminuto contém a sensível; Na segunda – plagal – o acorde contém já a fundamental do acorde de resolução. A estrutura simétrica deste acorde, dividindo a oitava em terceiras menores, permite multiplicar esta pluralidade enarmónica por quatro centros de atração (centros também à distância de terceira menor).

A simetria pode manifestar-se na estrutura formal de uma peça musical. É prática comum em análise a utilização de letras para definir a organização estrutural das várias secções de uma obra musical; verificamos que por vezes esta respeita uma simetria em arco (Ex. ABA, ABCBA), recurso que se vem repetindo desde Bach até ao Jazz.

A técnica da imitação apresenta na origem do seu significado e na sua prática uma situação de imunidade à transformação. Para que algo possa sofrer uma transformação mantendo essa imunidade, essa transformação terá de ser feita num quadro referencial necessariamente assimétrico. No caso da imitação esse quadro referencial acumula uma linha temporal e uma mudança de voz. O cânon é “a forma mais perfeita de imitação, [...] resulta da reprodução exacta de um tema, nos seus aspectos rítmico e melódico” (Pires, 1981, p. 127).

Emmanuel Amiot na sua tese (e nos artigos que gravitam à sua volta e lhe deram origem) centra a sua investigação em três domínios: *canons rythmiques*, *gammes musicales* e *mélodies autosimilaires* associando-os à geometria e à análise musical. São de salientar no presente contexto o estudo dos cânones rítmicos e das melodias autosimilares. conseguindo chegar à enumeração de uma lista exaustiva de *canons Vusa*²³ até ao período 144 (Amiot, 2010, p. 9). Sobre as melodias autosimilares escreve:

Il s'avère que cette notion fort peu connue est pourtant profondément ancrée dans la culture musicale, fût-ce inconsciemment : on trouve des mélodies autosimilaires aussi bien chez D. Scarlatti, Mozart, dans la cinquième symphonie de Beethoven, que dans In the Mood de Glenn Miller par exemple. Or mes calculs, en établissant qu'une mélodie donnée possède une probabilité infinitésimale d'être autosimilaire, montrent que l'existence de mélodies autosimilaires, même rares, dans l'œuvre d'un compositeur, ne peut être interprétée comme fait du hasard (Amiot, 2010, p. 13).

Num artigo sobre a noção de simetria em análise musical, Amiot volta ao *motivo do desejo* do prelúdio da ópera *Tristan und Isolde* de Wagner, com a ambição de apresentar uma nova clarificação, concisa e de grande poder explicativo²⁴.

²³ “Tout canon rythmique peut se décomposer récursivement en canons plus courts, jusqu'à ce que l'on arrive à un canon de Vusa” (Amiot, 2010, p. 17).

²⁴ “Notre ambition est de présenter un éclairage nouveau, à la fois concis et d'une grande puissance explicative” (Amiot, 1991, p. 87).

Le but de cet article est de présenter par des exemples variés un sous-domaine de ce type d'analyse, celui des symétries de l'ensemble de notes considéré. Cette analyse de symétries, qui n'utilise qu'une toute petite partie de la théorie des groupes, est peu connue des musiciens et nous paraît présenter cependant un intérêt considérable, tant sur le plan de la description [...] que sur celui de l'explication (Amiot, 1991, p. 87).

Observando o gesto inicial do motivo, percebemos uma descida cromática de Fá a Ré numa voz inferior e um contraponto de uma voz superior, com um desfasamento da primeira, mas de contornos simétricos de sentido contrário, tanto no cromatismo (Sol# a Si) como na distância entre os dois tetracordes formados.

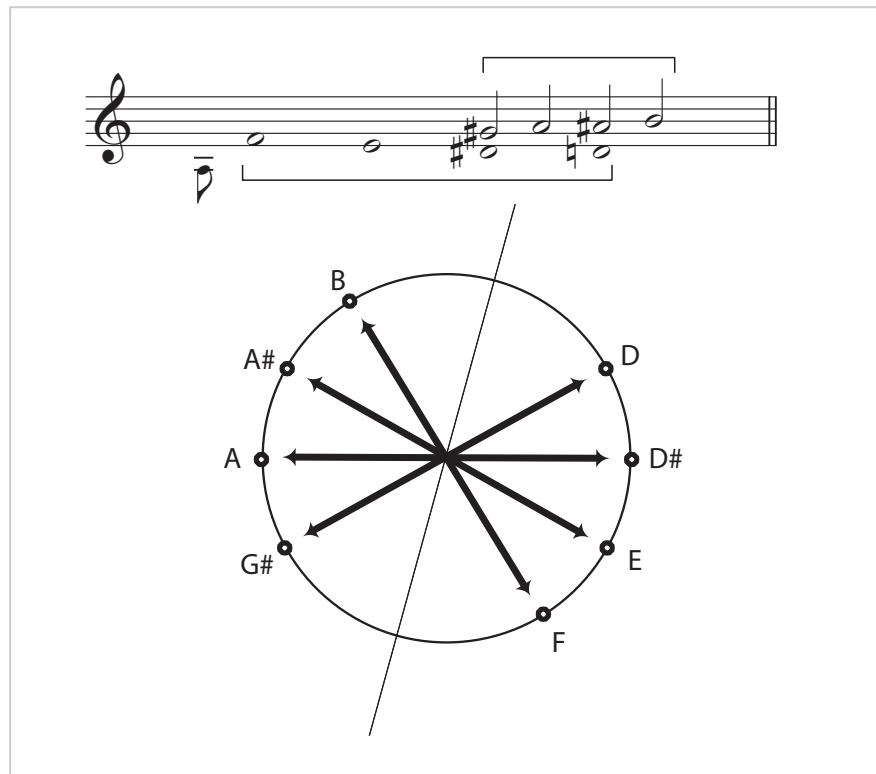


Figura 5: Motivo do Desejo.

A Figura 5 em cima permite perceber com mais facilidade a relação das notas, duas a duas por uma simetria central. Como explica Amiot, “a significação musical deste fenómeno geométrico é conhecida: as duas metades deste conjunto de notas são dedutíveis pela transposição de trítano”²⁵.

²⁵ “La signification musicale de ce phénomène géométrique est connue : les deux moitiés de cet ensemble de notes se déduisent l’une de l’autre par une transposition d’un triton” (Amiot, 1991, p. 87).

Na verdade, em certas situações como é o caso presente, temos duas possibilidades de colocação do eixo de simetria para o mesmo conjunto de notas, como pode ser observado na Figura 6. Desta propriedade, explica Emmanuel Amiot que a um conjunto de transformações geométricas que conservam uma figura, tem a denominação de *Grupo de Klein*:

Felix Klein a donné comme définition d'un groupe « un ensemble de transformations tel que la composée de deux d'entre elles (c'est-à-dire l'une suivie de l'autre) soit toujours élément de l'ensemble ». Ici, on a deux symétries axiales dont la composée est la symétrie centrale (rotation de 180° , autrement dit transposition d'un triton). En ajoutant la transformation dite identique, qui consiste à ne rien transformer, on obtient un groupe fort connu [grupo de Klein], ou, si l'on insiste sur sa définition géométrique, groupe diédral). Ses quatre éléments sont donc symétrie axiale 1 ; symétrie axiale 2 ; symétrie centrale ; identité (Amiot, 1991, p. 88).

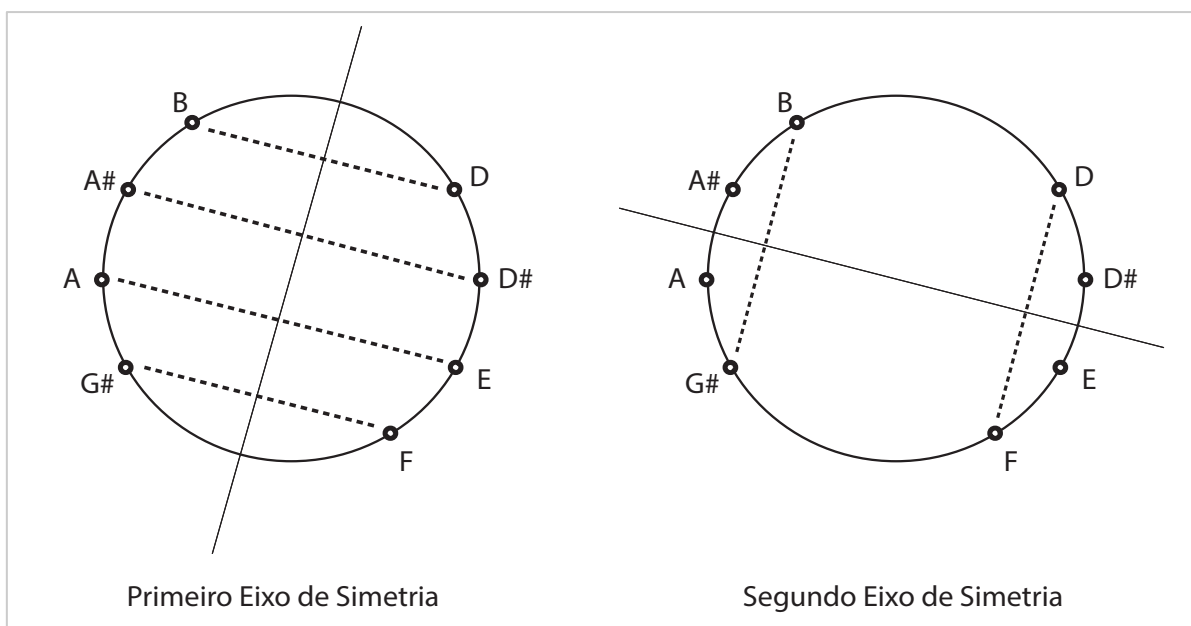


Figura 6: Duplo eixo de simetria.

Observemos a Figura 7. A análise harmónica dos dois primeiros acordes do *motivo do desejo* é também reveladora duma segunda simetria axial geométrica, tal como nos dois tetracordes melódicos justapostos.

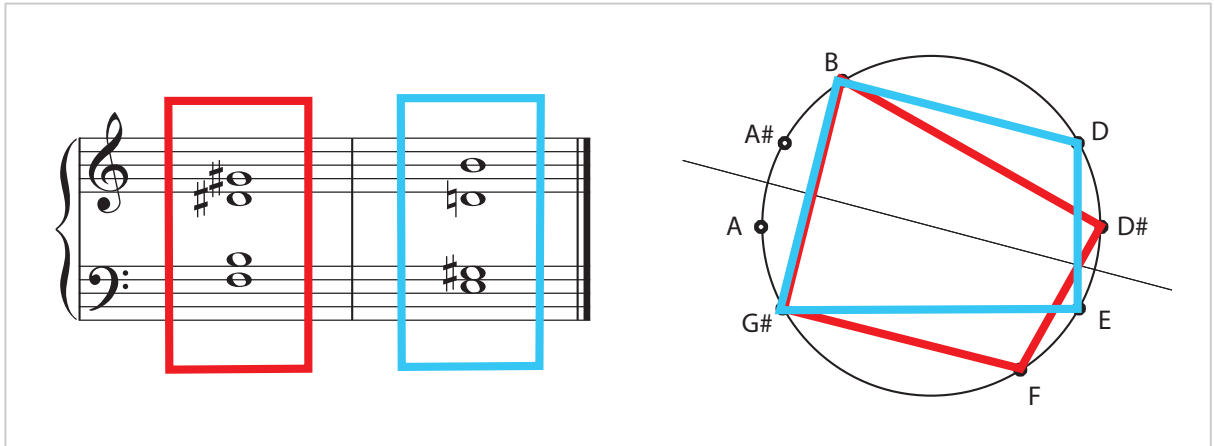


Figura 7: Análise harmónica geométrica do *Motivo do Desejo*.

De forma concisa, e cingindo-se a gestão do espaço e alturas de notas, Amiot define em três linhas:

- a) L'ensemble des notes du motif est le quatrième mode de MESSIAEN, TR²⁶ ; il a donc le groupe de KLEIN comme groupe de symétries.
- b) Les deux segments mélodiques du motif sont deux moitiés de TR symétriques par la *première* symétrie axiale.
- c) Les deux accords du motif sont échangés par la *deuxième* symétrie axiale.

Também Milton Babbitt apresenta uma perspectiva simétrica na abordagem do mesmo prelúdio, desta vez baseando-se no acorde de Tristão (primeiro acorde, enarmonicamente meio-diminuto), na sua exposição melódica, e na sua inversão (segundo acorde, dominante, fim de frase):

²⁶ TR = [D, D#, E, F, G#, A, A#, B]. Amiot define este conjunto de notas como modo “TR” desde o início do exercício analítico (ver Amiot, 1991, p. 87).

[W]hy, particularly, invoke counterfactual tonal explanations, like the familiar one that if the "dominant sevenths" which end each of the first three "phrases" had resolved where normally, tonally they should, the successive roots of the hypothesized triads of resolution would spell out an "A" (major or minor) triad? But the "dominant sevenths" not only do not so resolve but are prolonged into the next "phrase" by repetitions, while a harmonic analysis – without reference to roots – could focus upon the inversional symmetry (with regard to the midpoint) within the two pairs of "chords" of the first and second statements, so that the "dominant seventh" is perhaps most coherently, contextually understood as an inversion of the first chord, the "Tristan chord", with both registrally deployed so that there is no intervallic repetition. And the upper line proceeds through G# - B, B - D, D - F#, that is, not through just a "Tristan chord", but through the pitch-classes of the central "Tristan chord", that of the second of the three statements (Babbitt, 1976, pp. 21-22).

O trabalho de Baragwanath sobre o tema da simetria na obra de Wagner e Alban Berg é representativo de uma realidade carregada de evidências. Aplica o conceito de *simetria* juntamente com o de *somatório* na abordagem de inversões cíclicas que se aproximam das de George Perle, numa viagem que vai de *Tristan a Siegfried*, com conotações de *Lulu*, relacionando simetrias dos bloco-de-notas de Alban Berg com os de Wagner. Segundo Baragwanath, “Wagner utiliza um ciclo teoricamente infinito de intervalos em que cada nota pode representar o seu centro, o seu começo ou o seu fim; tem analogia com a ideia de Schopenhauer sobre a origem do universo como a divisão de um bloco inicial original (que Wagner conhecia), e do conceito dramático de uma recuperação dessa unidade através da ligação de lugares como o masculino e o feminino. Desta forma os conflitos dramáticos são representados em *Tristan* na sua harmonia simétrica: saudade e dor, desejo e satisfação, noite e dia, instintivo e dever, e especialmente a associação predeterminada de Tristão e Isolda” (t.l.a.)²⁷.

²⁷ “Dadurch, daß er einen theoretisch unendlichen Zyklus von Intervallen benutzt, in dem jeder Ton seinen Mittelpunkt, seinen Anfang oder sein Ende darstellen kann, vermittelt Wagner gleichzeitig die Schopenhauersche Idee des Ursprungs der Welt als der Teilung einer ursprünglichen Einheit wie auch das dramatische Konzept einer Wiederherstellung dieser seligen Einheit durch die Verbindung von Gegensätzen: im wesentlichen dem des Männlichen und Weiblichen. Auf diese Weise wird fast jeder dramatische Konflikt im *Tristan* in seiner symmetrischen Harmonie dargestellt: Sehnsucht und Leid, Verlangen und Erfüllung, Nacht und Tag, Instinkt und Pflicht, und vor allem die vorherbestimmte Vereinigung von *Tristan* und *Isolde*” (Baragwanath, 2001, p. 33).

2.3. Simetria e Geometria no Sistema dodecafónico

“Interdisciplinary hybridization frequently produces superb specimens”.

Iannis Xenakis

O material aparentemente inócuo do material cromático equidistante e o número de possibilidades de permutação na ordem das centenas de milhões são promotores duma necessidade de estabelecer critérios de seleção na escolha da série. Ao contrário do sistema diatónico, o espaço musical cromático temperado apresenta-se organizado com espaçamentos iguais sem qualquer referenciamento natural. A oitava como imagem da mesma nota traz alguma referencia nesta escadaria sem patamares. Se pensarmos num ciclo de quintas real conseguimos nova referenciação, sendo no entanto este esboço de sistematização incapaz de vislumbrar algum tipo de funcionalidade. De qualquer modo percebe-se que a única padronização intervalar simétrica se reduz à quinta perfeita e ao meio tom, únicos capazes de percorrer o espaço cromático na sua totalidade.

Noções como *invariância* e *complementaridade* são conceitos à flor-da-pele do sistema dodecafónico. Estes conceitos expressam a absoluta necessidade de critérios de estruturação dos doze elementos musicais em padrões de transformação onde a noção de simetria é evidente. Milton Babbitt é autor de estudos metódicos sobre complementaridade e invariância (Babbitt, 1960, 1973), com especial incidência na segmentação hexacordal da série. Sobre este assunto e sobre serialismo em geral, ministrou alguns seminários nos anos sessenta na Universidade de Princeton que, segundo Lansky (Cody, 1996, p. 19), se viriam a tornar lendários e mais tarde publicados (Dembski & Strauss, 1987).

Mesmo contando com a existência de outras preferências, David Hunter afirma em tom concludente que as séries usadas pela segunda escola de Viena

mostram uma tendência para estruturas simétricas²⁸. A obra de Anton Webern, especialmente a partir da fase do seu op.5, período que alguns autores definem como a sua “segunda fase”, é marcadamente aberta e linear na sua textura, vindo-se a associar o termo Pontilhístico a essa mesma textura. Para Webern e os seus colegas, o abandono do tonalismo leva a um necessário abandono da consciência temática pois o seu desenvolvimento estava inextricavelmente conotado com modulação tonal²⁹.

Difícilmente podemos escapar à questão das simultaneidades, especialmente em Webern, onde se nota uma preocupação extrema em trabalhar a linearidade da série com uma clareza tímbrica de tal ordem que o leva a evitar a concentração vertical de eventos. A sua obra é caracterizada por uma “textura escassa e dispersa, e uma estruturação motívica altamente concentrada. As suas composições, que invariavelmente são de curta duração, criam a impressão de ter sido destiladas ao ponto de restar apenas o absolutamente essencial”³⁰. Segundo Paul Griffiths (1983, p. 99), o op.10 no.4 – obra extremamente curta (seis compassos) – mostra o culminar de tendência na música de Webern desde o seu op.3: frases curtas, diluição de textura e de métrica, desvios tímbricos, atenuação de dinâmicas e uma quasi-ausência de polifonia linear³¹. Mesmo ainda na sua fase pré-serial manifesta-se uma obsessão de equilíbrio no cuidado atribuído a cada nota utilizada. É sobejamente conhecida a sua interjeição a propósito da brevidade das suas *Bagatelles* op.9: “Enquanto trabalhava nelas tive a sensação de que, quando as 12 notas se esgotavam, a peça tinha chegado

²⁸ “Because other preferences may be confounded with symmetry, it seems reasonable to ask whether Viennese rows are remarkably symmetric *given the constraints imposed by the composers’ other preferences*. This question is hard to answer algebraically; however, an approximate answer can be obtained using statistical methods. [...] Results using this approach suggest that, even when other preferences are accounted for, Viennese tone rows still display a significant penchant for symmetry” (Hunter & Hippel, 2003, p. 131).

²⁹ “Abandoning tonality, Webern and his colleagues found it necessary to abandon thematic working as well, since their understanding of development was linked inextricably with tonal modulation” (Griffiths, 1983, pp. 95-96).

³⁰ “His style [...] is characterized by extremely sparse texture and highly concentrated motivic structure. His works, which invariably are of short duration, create the impression of having been distilled to the point where only the barest essentials remain” (Dallin, 1974, p. 203).

³¹ “[Op.10 no.4] shows the culmination of tendencies in Webern’s music since op.3. Linear polyphony is hardly present at all, the music is virtually ametric, the texture is open, the timbre changes from bar to bar, the dynamics are attenuated, and phrases are of no more than six notes” (Griffiths, 1983, p. 99).

ao fim... Parece grotesco, incompreensível, e era imensamente difícil”³². Kathryn Bailey menciona o problema do exercício harmónico na composição serialista na sua generalidade, mas especialmente relevante na música de Webern onde, no seu período serial, as suas preocupações são “quase inteiramente lineares”. Escreve a autora nas suas conclusões:

In my analyses I have deliberately avoided one area in which questions inevitably arise concerning Webern’s – or any other – twelve-note music: What degree of restraint is exercised over the vertical (‘harmonic’) aspect of the music? Specifically, to what extent does Webern care about and seek to control simultaneities? I think these questions are more easily answered in reference to the music of Berg and Schoenberg. Berg’s twelve-note music rarely – and then only briefly – leaves the ‘harmonic’ sphere; George Perle’s analysis of *Lulu*, for instance, shows the opera to be anchored on several significant chords. Martha M. Hyde’s work on the ‘harmonic’ aspect of Schoenberg’s composition has revealed numerous identities in horizontal and vertical collections. These latter relationships suggest the sort of two-dimensional synthesis for which Webern was always striving; a similar approach to his composition might therefore be taken. [...] I have not discussed this problem for several reasons, among which one of the most important is that I see Webern’s interests as almost entirely linear. [...] The sketches prove the fact of linear conception: parts are written in open score, and in subsequent revisions individual parts are often shifted horizontally or varied rhythmically so that they coincide differently. The method seems to be trial and choice; vertical collections do not appear to be a determining factor (Bailey, 1991, p. 334).

Depois de uma primeira tentativa de largar toda e qualquer relação com o sistema tonal levando conseqüentemente a um afastamento temático, é exatamente sobre este último aspeto que Webern mudaria, voltando o seu interesse para a dimensão linear quase em exclusivo.

A propósito do termo arte, escrevia Webern numa carta a Hildegard Jone que entendia a palavra ‘Arte’ como significando a faculdade de apresentar um pensamento da forma mais simples, clara e direta – mais apreensível (Polnauer, 1967, p. 10). A procura dessa clareza no discurso não podia vir de copiar o passado – o clássico, o romântico – sem pensar na sua fonte, mas numa introspeção que a torne

³² “While working on them I had the feeling that once the 12 notes had run out, the piece was finished... It sounds grotesque, incomprehensible, and it was immensely difficult” (Griffiths, 1983, p. 98).

original e individual. “O único caminho para a frente é para dentro” (Polnauer, 1967, p. 10).

Com base na obra de Webern e considerando o seu período dodecafónico iniciado em 1924 e que compreende as obras desde o seu Op.17 até ao Op.31 (incluindo as póstumas *Klavierstücke*), das 28 séries estudadas e analisadas por Kathryn Bailey podemos retirar que apenas oito não apresentam propriedades combinatórias e/ou de simetria. Pelas outras vinte séries podemos perceber uma procura constante pela invariância, a complementaridade dos conteúdos dos hexacordes, por vezes exatamente idênticos com respeito a ordem e a conteúdo (Bailey, 1991, pp. 335-336).

2.4. Outros Modelos de Alicerce Simétrico e Geométrico

“L’Univers est construit sur un plan dont la symétrie profonde est, en quelque sorte, présente dans l’ultime structure de l’esprit”.

Paul Valéry

2.4.1 Sieves

Consciente da importância que as questões de ordem da simetria representam na estruturação musical, a teoria *Sieves* desenvolvida por Iannis Xenakis em 1963-1964 resulta de uma procura de padrões de simetria (repetições) em elementos musicais, de forma a poder gerar não só altura de notas, como também sequências rítmicas e outros particularismos. Atribui um papel fundamental às características de simetria dos elementos espaciais (notas) e temporais (ritmo) – sendo também expansível a outros parâmetros – concentrando-se no estudo de simetrias internas numa série de pontos construídos intuitivamente, baseados na observação ou inventados a partir de abstrações matemáticas com base em repetições periódicas³³:

In music, the question of symmetries (special identities) or of periodicities (identities in time) plays a fundamental role at all levels: from a sample in sound synthesis by computers, to the architecture of a piece. It is thus necessary to formulate a theory permitting the construction of symmetries which are as complex as one might want, and inversely, to retrieve from a given series of events or objects in space or time the symmetries that constitute the series. We shall call these series “sieves” (Xenakis, 1992, p. 268).

³³ “In provisional conclusion, it will be said that sieve theory is the study of the internal symmetries of a series of points either constructed intuitively, given by observation, or invented completely from moduli of repetition” (Xenakis, 1992, p. 276).

Uma *Sieves* é uma fórmula capaz de produzir uma sequência periódica infinita. Na sua versão mais simplista, é representada por uma Classe Residual que consiste em dois valores inteiros: um Módulo (M) e um Índice de desvio (I), com representação (M, I) de leitura “módulo M com índice de desvio I”³⁴. Módulo (M) pode ser qualquer número inteiro positivo maior ou igual a zero; o Índice de desvio (I) pode ser também qualquer número inteiro positivo maior ou igual a zero com limite M-1 (assim que I atinge M sofre uma redução de Módulo regressando a zero). Assim, a escala cromática pode ser definida na sua extensão por (1, 0) e a escala de tons inteiros por (2, 0).

As Classes residuais podem ser articuladas através de operadores lógicos como “união” \cup , “intersecção” \cap e combinações simultâneas destes dois. Outros operadores são utilizados por Xenakis noutras situações, como por exemplo o “complemento”³⁵. As três operações lógicas são assim construídas como no exemplo que segue (Xenakis & Brown, 1989, p. 90):

\cup	união, disjunção	e.g.	$(2,0) \cup (2,1) = (1,1)$
\cap	intersecção, conjunção	e.g.	$(2,0) \cap (2,1) = 0$
$\overline{(M,I)}$	complemento, negação	e.g.	$\overline{(2,0)} = (2,1)$

Apenas com a “união” podemos formular a escala de Dó Maior da seguinte maneira (Xenakis & Rahn, 1990, p. 59):

$$C_{\text{major}} = (12,0) \cup (12,2) \cup (12,4) \cup (12,5) \cup (12,7) \cup (12,9) \cup (12,11)$$

³⁴ Nos muitos textos escritos de Xenakis sobre *Sieves*, a representação da Classe Residual assume múltiplas notações. Utilizaremos neste trabalho as notações (M, I) com o mesmo significado de M_I assim como \cup , \cap , $\overline{(M,I)}$ com o mesmo significado de \vee , \wedge , $\overline{A_I}$. Todas estas explicações são extraídas e/ou com base nos textos sobre *Sieves* de (Xenakis & Brown, 1989) (Xenakis & Rahn, 1990); (Xenakis, 1970, 1992); (Jones, 2001) e (Ariza, 2005b).

³⁵ Conforme explicado por Xenakis, mas com uma variação na notação: “Here we introduce the three logical operations [...] of *conjunction* (“and,” intersection, notated \wedge), *disjunction* (“or,” union, notated \vee), and *negation* (“no,” complement, notated $\overline{\quad}$), and use them to create classes of pitch (various ETCHG [*Equally Tempered Chromatic Gamut*] sieves) (Xenakis, 1992, p. 209).

O módulo de simetria M é sempre 12 (período), e os índices de desvio I são os pontos de referência [0, 2, 4, 5, 7, 9, 11] módulo 12, representando assim todas as notas Dó, Ré, Mi, etc. A partir da combinação dos operadores lógicos, o resultado final pode ser igual, mas com uma lógica diferente como apresenta Xenakis:

The major scale can be written as follows:

$$(\overline{3}_2 \wedge 4_0) \vee (\overline{3}_1 \wedge 4_1) \vee (3_2 \wedge 4_2) \vee (\overline{3}_0 \wedge 4_3)$$

By definition, this notation does not distinguish between all the modes on the white notes of the piano, for what we are defining here is the scale; modes are the architectures founded on these scales. Thus the white-note mode D, starting on D, will have the same notation as the C mode. But in order to distinguish the modes it would be possible to introduce non-commutativity in the logical expressions. On the other hand each of the 12 transposition of this scale will be a combination of the cyclic permutations of the indices of sieves modulo 3 and 4. Thus the major scale transposed a semitone higher (shift to the right) will be written:

$$(\overline{3}_0 \wedge 4_1) \vee (\overline{3}_2 \wedge 4_2) \vee (3_0 \wedge 4_3) \vee (\overline{3}_1 \wedge 4_0),$$

and in general:

$$(\overline{3}_{n+2} \wedge 4_n) \vee (\overline{3}_{n+1} \wedge 4_{n+1}) \vee (3_{n+2} \wedge 4_{n+2}) \vee (\overline{3}_n \wedge 4_{n+3})$$

Where n can assume any value from 0 to 11, but reduced after the addition of the constant index of each of the sieves (moduli), modulo the corresponding sieve (Xenakis, 1970, p. 16).

Voltando à escala de Dó maior e desconstruindo a fórmula elemento por elemento, começamos com uma interseção $(\overline{3}_2 \wedge 4_0)$, em que o primeiro componente pede o complemento do módulo 3 no índice 2. Se $3_2 = (2, 5, 8, 11)$, o seu complemento modulo 12 = (0, 1, 3, 4, 6, 7, 9, 10). Este grupo em interseção com 4_0 (0, 4, 8) resulta (0, 4) – se quisermos, as notas Dó e Mi. O segundo elemento, com o mesmo procedimento, dá-nos as notas Fá e Lá (5, 9)³⁶. O terceiro apenas o Ré (2), e o quarto Sol e Si (7, 11).

³⁶ Relacionando (0, 4) com (5, 9) percebemos uma transformação de transposição +5. Aplicando esta transposição aos índices do primeiro elemento da fórmula $(\overline{3}_{2+5} \wedge 4_{0+5})$, e reduzindo os respectivos módulos, teremos o segundo elemento da fórmula $(\overline{3}_1 \wedge 4_1)$. Com uma transposição +7 ao mesmo

Sendo a “interseção” mais difícil de apurar que a “união”, (e depois de demonstrar que este processo se resolve calculando os pares duma expressão dois a dois (Xenakis & Rahn, 1990, pp. 60-61), Xenakis desenvolve uma aplicação informática com base num modelo computacional apresentado no mesmo artigo (Xenakis & Rahn, 1990, p. 63).

Christopher Ariza desenvolve em 2005 um módulo e implementação em Python de nome *sieve.py* baseado na definição original da teoria *Sieves* de Xenakis, (adaptando à realidade informática da época), capaz de produzir segmentos e transposições, definindo uma notação prática, expandindo a utilização dos operadores lógicos, com aplicação direta em composição algorítmica, em síntese algorítmica e em análise musical (Ariza, 2005b).

Partindo do estudo da repetição intervalar interna duma coleção de notas de determinada obra musical, Evan Jones desenvolve uma ferramenta capaz de medir e quantificar o grau dessa repetição intervalar, não só na obra de Xenakis, como na de outros compositores, em que iterações periódicas – intervalos cíclicos – estão presentes nos seus processos compositivos:

Fruitful inquiry may be made into the oeuvres of composers especially concerned with interval cycles, recurring pitch patterns or rhythmic figures, or other periodic iterations of a basic musical seed. Underlying intervallic regularities in some parameter – scalar structure, metric or hypermetric periodicities, or large-scale schemes of tonal progression – may bring insight into the structure of any piece of music in new, yet-unexplored ways.

An analyst who accepts Xenakis's tenet on which his theory of sieves is built—that the perception of a basic intervallic unit, and multiplex thereof, is fundamental to all musical perception—must concede the necessity of a tool with which to measure modular repetition such as the algorithm I have outlined. [...] Thus equipped, we have at our fingertips a powerful analytical resource capable of revealing both intentional and incidental compositional structure (Jones, 2001, p. 254).

primeiro elemento ($\overline{3}_{2+7} \wedge 4_{0+7}$), reduzindo mais uma vez os respectivos módulos, teremos o quarto elemento da fórmula ($\overline{3}_0 \wedge 4_3$) resultando nas notas Sol e Si (7, 11).

Todo o compositor, transposta a fase de inspiração *musa*, recolhe-se na estruturação da obra no seu todo ou parte dela. Quando os termos micro ou macroestrutural são utilizados é exatamente a essa existência que nos estamos a referir:

Tendo trabalhado intensamente com música e probabilística – a que dá o nome de *estocástica* – Xenakis clarifica que, ao contrário do que possa aparentar, existe uma relação inversa entre simetria e incerteza. O senso comum diz-nos que simetria é sinónimo de monotonia, de previsibilidade: contudo, a metáfora da moeda lançada faz-nos pensar se realmente é por aí que devemos perspectivar o fenómeno. Explicação de Xenakis:

[B]y examining the coin tossing closely, we will see how the symmetry is strictly bound to the unpredictability. If the coin is perfectly symmetrical, that is, perfectly homogeneous and with its mass uniformly distributed, then the uncertainty at each toss will be a maximum and the probability for each side will be $\frac{1}{2}$. If we now alter the coin by redistributing the matter unsymmetrically, or by replacing a little aluminum, the coin will tend to land with the heavier side down. The uncertainty will decrease and the probabilities for the two faces will be unequal. When the substitution of material is pushed to the limit, for example, if the aluminum is replaced with a slip of paper and the other side is entirely of platinum, then the uncertainty will approach zero, that is, towards the certainty that the coin will land with the lighter side up. Here we have shown the inverse relation between uncertainty and symmetry (Xenakis, 1992, pp. 206-207).

Com esta asserção, dificilmente podemos regressar ao pressuposto do conceito de *simetria* diretamente relacionado com “previsibilidade”, e previsibilidade com “monotonia”.

2.4.2 Sistema de Eixos

A obra de Béla Bartók é mais uma representação da enorme abrangência criadora dum compositor, aparentemente dispersa desde a abordagem antropológica da tradição musical até à síntese dessa natureza na abstração matemática, precisa e simétrica do conceito de forma e conteúdo: referimo-nos ao equilíbrio da proporção macroestrutural, também presente nos planos vertical e horizontal dos motivos, da harmonia e da rítmica. Neste aspecto, são de enorme profundidade os estudos levados por Elliott Antokoletz sobre aplicações de simetria na obra do compositor (Antokoletz, 1984, 1992), e a teoria analítica de Ernő Lendvai sobre a *secção de ouro*³⁷ na estruturação da forma, e o sistema de eixos como organização *intertonal*³⁸ de tonalidade e harmonia (Lendvai, 1971, 1999).

O sistema de eixos de Bartók tem um alicerce funcional tonal (Lendvai, 1971, p. 1). Configura-se num ciclo de quintas criando uma relação sequencial de Tónica (T) com as vizinhas Subdominante (S) e Dominante (D), respetivamente à esquerda e à direita, tendo o sentido dos ponteiros do relógio como referência. A partir deste pressuposto podemos percorrer o círculo tendo sempre esta relação constante: T-D-S-T-D-S-T etc., em que a sequência T-D-S tem uma periodicidade que se vai estendendo a todo círculo (Lendvai, 1971, p. 2).

³⁷ *Divisão em média e extrema razão* de Euclides. A sequência de Fibonacci resulta do mesmo com aproximação a números inteiros.

³⁸ Termo introduzido por Lendvai para definir a neutralidade tonal dos acordes equidistantes (Lendvai, 1999, p. 11).

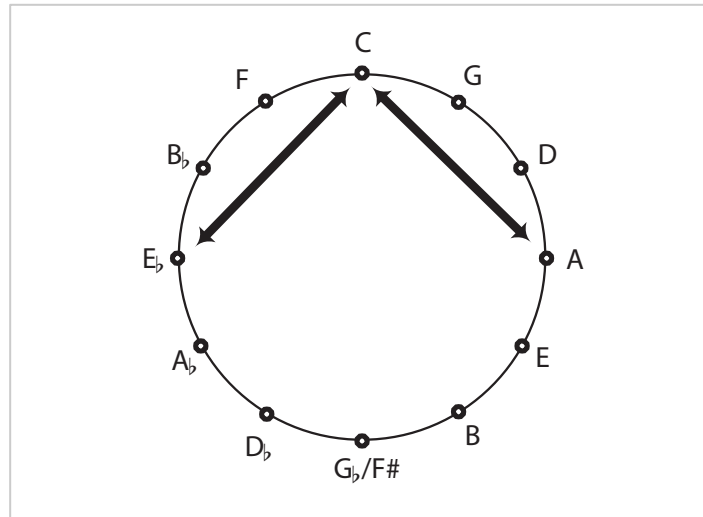


Figura 8: Relativos Maior/menor.

Se examinarmos a relação existente entre relativos Maior e menor, perceberemos como este período se adapta às novas tónicas, especialmente se ignorarmos o facto de ser Maior ou menor: Apercebemo-nos através do exemplo da Figura 8 que os relativos de Dó são Lá e Mi^b decorrendo de aquele ser Maior ou menor³⁹.

Estendendo este fundamento a todo o círculo conseguimos separar as três funções de Tónica, Subdominante e Dominante em três grandes eixos representativos de cada uma (Figura 9). Este sistema de eixos opera em especial na alocação e deslocação dos centros tonais.

It is essential that the particular axes should not be considered as chords of the diminished seventh, but as the functional relationship of four different tonalities, which may best be compared to the *major-minor* relations of classical music (Lendvai, 1971, p. 3).

³⁹ Já no romantismo, Beethoven no primeiro andamento da sua sonata Patética Op.13 para piano, passa do primeiro grupo de temas em Dó menor para o segundo grupo de temas num relativo, mas também homónimo, E^b menor.

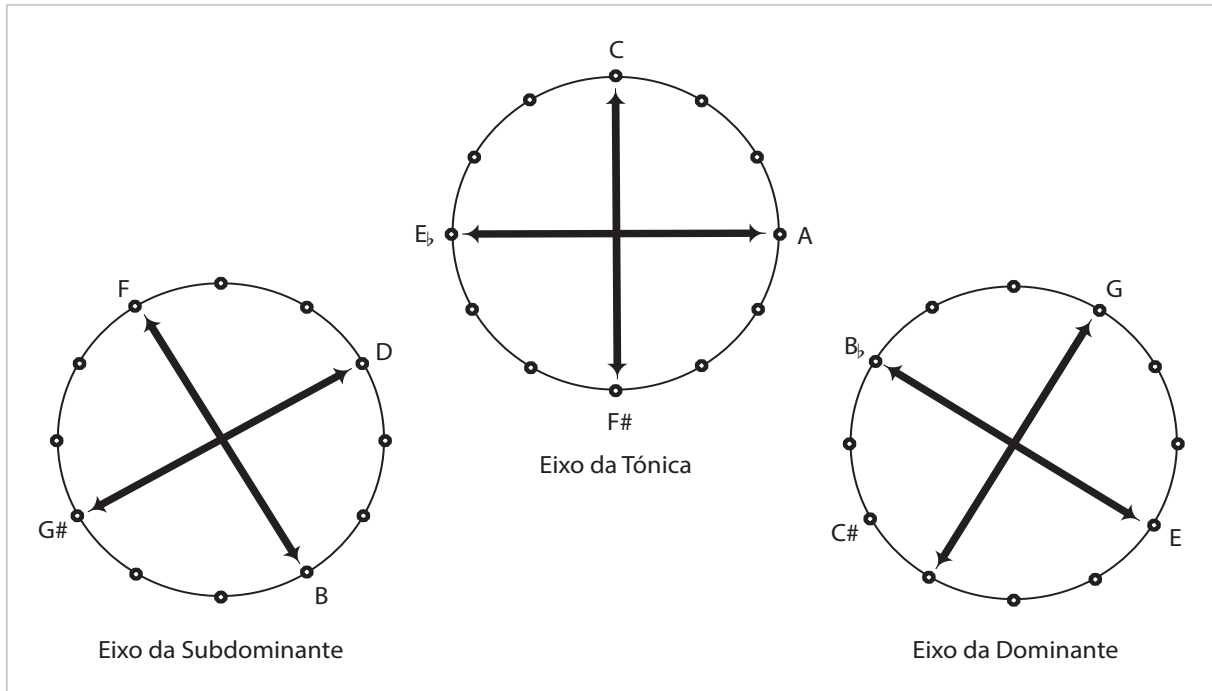


Figura 9: Sistema de eixos.

Segundo Lendvai, o “nascimento do sistema de eixos vem duma necessidade histórica, representando uma continuidade lógica (e de certa forma a compleição) da música funcional Europeia” (t.l.a.)⁴⁰.

No caso de Béla Bartók, a simetria percorre a sua obra com insistência. Antokoletz aponta duas abordagens que se fundam na sua linguagem musical, no que respeita a conceitos e terminologia: fontes do folclore musical e correntes contemporâneas da música (Antokoletz, 1984, p. 1). O que leva a essa fusão está diretamente relacionado com os elementos de transformação simétrica no processo compositivo.

[T]he assumptions underlying *both* approaches are essential in understanding the evolution of Bartók’s musical language and that fundamental relationships exist between the diatonic folk modes and various abstract pitch formations commonly found in contemporary compositions. [...] The fusion of all these elements in his mature works was

⁴⁰ “A survey of the evolution of harmonic thinking leads to the conclusion that the birth of the axis system was a historical necessity, representing the logical continuation (and in a certain sense the completion) of European functional music” (Lendvai, 1971, p. 8).

to result in a highly complex and systematic network of divergent chords and scales. Bartók's comments regarding the *means* by which he derived his harmonies from modal folk melodies suggest a link between the folk-music sources and certain procedures associated with serial composition (Antokoletz, 1984).

Antokoletz atira-nos para uma panóplia de contextos analíticos onde o conceito de *sistema de divisão equitativa* na linguagem de Bartók se revê através de:

- transformações simétricas de motivos do folclore através de construções simétricas – pentatónicas, diatónicas e não diatónicas (Antokoletz, 1984, pp. 51-66);
- construção simétrica de conjuntos de notas – escalas octatónica, hexafónica, harmonias quartais (pp. 67-77);
- centricidade tonal – com base no sistema de eixos (pp. 138-203);
- interação entre formações diatónicas, octatónicas e hecafónicas (pp. 204-270);
- geração de ciclos de intervalos – relação histórica com o sistema de George Perle (pp. 271-311).

Conclui Antokoletz:

The equalization of the twelve pitch-classes in Bartók's music and the widespread effects this had on his compositional development appear to be relevant to a larger body of post-tonal music. While certain basic assumptions of the equal-division system had been arrived at around the same time by several post-tonal composers, there are several divergent points of origin in the evolution toward the new principles. Of these origins, two extremes are seen in the ultra-chromaticism of German late Romantic music, on the one hand, and the pentatonic-diatonic modality of peasant music, on the other (Antokoletz, 1984, p. 312).

2.4.3 Modos de Transposição Limitada e Rítmicos Não-Retrogradáveis

A grande maioria dos aspetos técnicos da linguagem de Olivier Messiaen estão diretamente ligados a padrões de simetria. A sua obra utiliza alguns modos (sete) a que deu o nome de “Modos de Transposição Limitada” – e aqui parece haver alguns equívocos: por um lado, que foi tudo invenção sua; e por outro, que esses sete modos são os únicos possíveis (Griffiths, 1985; Street, 1976). Quanto a ser tudo invenção sua, Street confirma que são vários os compositores que já vinham utilizando, especialmente o modo 1 e 2 (Bartók, Debussy, Dukas, Glinka, Liszt, Mahler, Mozart, Ravel, Rimsky-Korsakov, Scriabin, R. Strauss, Stravinsky, Schoenberg, Vaughan Williams, etc.). Por outro lado, também não é verdade serem estes sete o universo total das possibilidades – o próprio Messiaen, no seu tratado *Technique de mon Langage Musical*, inclui mais quatro variações em acréscimo aos sete modos, que não são mais que truncagens dos modos 2 e 5 (Messiaen, 1944a).

Apesar de não ser tudo invenção sua, a unidade que rege a construção dos modos de transposição limitada é o ponto singular da teoria de Messiaen: a estrutura simétrica da escala cromática temperada permite a construção de escalas baseadas em segmentos periódicos também simétricos. Desta forma conseguem-se organizações escalares que mantêm a sua estrutura de notas depois um número de transposições. Este número de transposições está diretamente relacionado com os divisores inteiros das 12 notas cromáticas: 2, 3, 4 e 6. O modo 1, ao fim de 2 transposições adquire o mesmo conjunto de notas (divisão da oitava em 6 segundas maiores); no modo 2 passa-se o mesmo ao fim de 3 transposições (divisão da oitava em 4 terceiras menores); de igual forma, no modo 3 ao fim de 4 transposições (divisão da oitava em 3 terceiras maiores); e finalmente, os modos 4 em diante ao fim de 6 transposições (divisão da oitava em 2 trítonos). A expressão “Transposição Limitada” advém destes atributos:

The term ‘limited transposition’ is the composer’s own, applying to the symmetrical properties of each mode in which the original pitch-class content is replicated if the mode is transposed beyond the limiting levels which characterize it. The initial pitches are not intended to be ‘tonics’ or ‘finals’: no pitch class takes precedence over any other in this respect, and the modes can begin on any degree or their pitch classes appear in any order (Walker, 1989, p. 159).

Os modos procedem, não como modos ou tonalidades no sentido funcional tonal, mas apenas como conjuntos de alturas. O próprio facto de serem possíveis menos transposições que a oitava diatónica possibilita a existências de dois ou mais centros tonais. Os tão conhecidos “Coltrane Changes” estudados no jazz académico revelam exatamente este princípio de divisão simétrica da oitava num conjunto de centros tonais com intervalos que formam o acorde aumentado, e a sua sensível familiaridade com o modo 3.

Segundo Messiaen, citado por Street no seu artigo, a ambiguidade causada pela estrutura simétrica dos modos enfatiza as possibilidades: modos com menos possibilidades de transposição, maior o interesse. Conforme afirma Street, a obra de Messiaen mostra uma maior propensão e interesse pelos modos em que existem menos possibilidades de transposição (modos 1, 2 e 3):

The attraction of the modes of limited transposition is in the tonal ambiguity which results from their symmetry, for, as Messiaen points out, a tonality can be emphasized or left unsettled. From this point of view, the greater the symmetry the greater the possibilities, and so those modes which are transposable six times are of less interest than those transposable two, three or four times; they were, indeed, rarely used before Messiaen, and he himself uses them much less frequently than the others (Street, 1976, p. 819).

A Figura 10 na página seguinte expõe uma relação dos modos com a sua simetria em termos geométricos, pondo em evidência a divisão do círculo em doze notas cromáticas. O hexágono é representativo da divisão da oitava em 6 segmentos periódicos (modo 1), o quadrado representa a divisão em 4 (modo 2), o triângulo representa a divisão em 3 terceiras maiores (modo 3), e a linha recta que une dois pontos é representativa da divisão pelo trítono (modos 4 em diante).

É interessante salientar que a construção geométrica é de tal forma coesa com o sistema que, construindo o círculo em ciclos de quintas (como é o caso), ou por cromatismo, teria as mesmas configurações. Apenas o modo 3 resultaria numa reflexão de simetria bilateral vertical (apenas ao triângulo de cor amarela G, E^b, B seria necessário fazer a transformação).

É interessante salientar que a construção geométrica é de tal forma coesa com o sistema que, construindo o círculo em ciclos de quintas (como é o caso), ou por cromatismo, teria as mesmas configurações. Apenas o modo 3 resultaria numa reflexão de simetria bilateral vertical (apenas ao triângulo de cor amarela G, E^b, B seria necessário fazer a transformação).

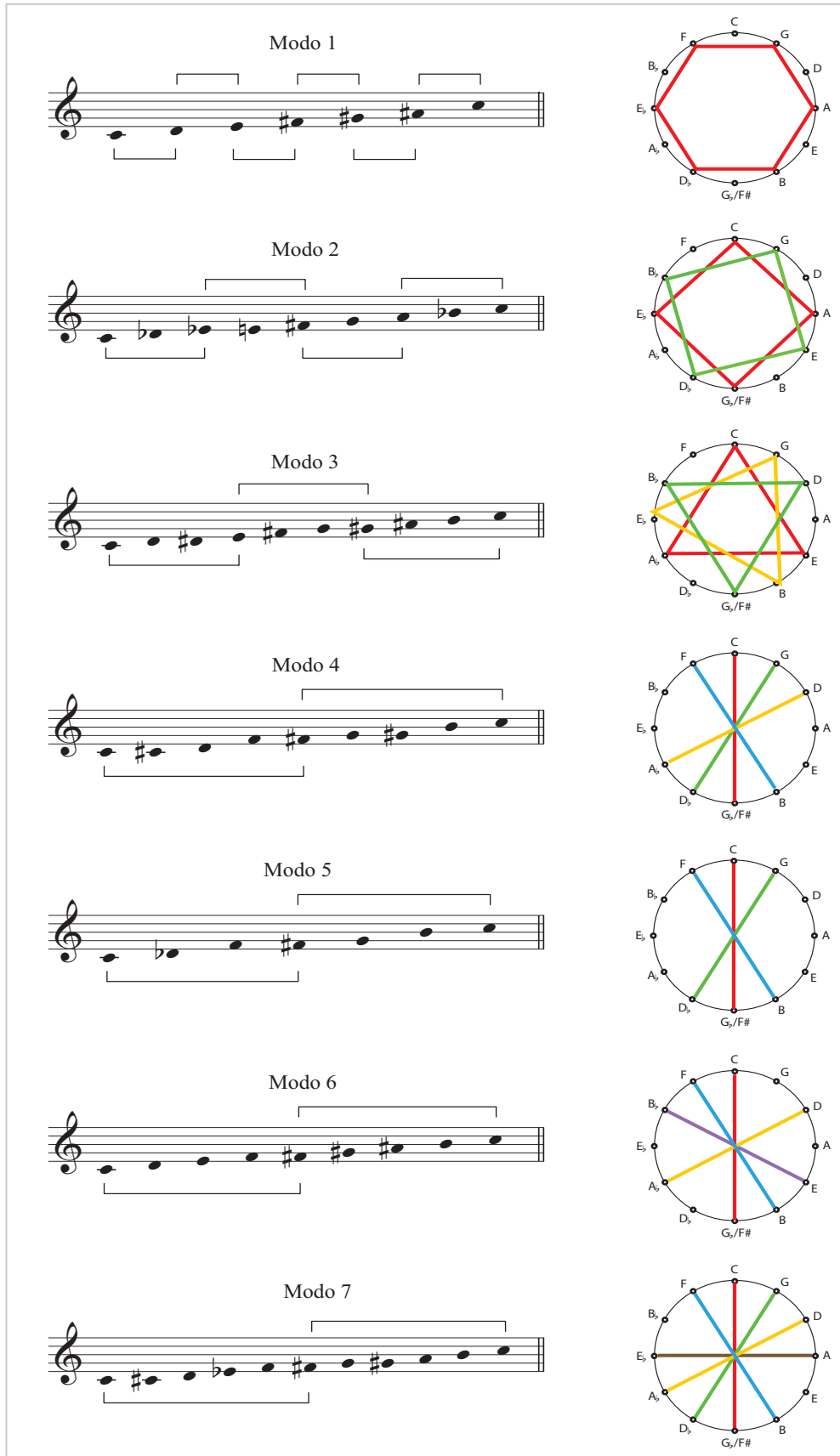


Figura 10: Geometria dos Modos de Transposição Limitada.

No domínio da rítmica passa-se algo de muito parecido nos seus “Rítmos não retrogradáveis” ou palíndromos – ritmos que são o mesmo de frente para trás ou de trás para a frente. É interessante realçar o seu “charme das impossibilidades” nesta forma de nomenclurar as simetrias...

Messiaen’s term for palindromic rhythms was “non-retrogradable rhythms” – an example of his curious habit of framing *symmetry* in terms of *impossibility*. He also worked with modes based on symmetrical divisions of the octave, which he termed “modes of limited transposition” (Hook, 1998, p. 98fn).

A sedução pela negação para caracterizar a remoção de possibilidades, tanto nos modos como no ritmo, distinção que, segundo Griffiths, obscurece a “seta temporal” (Griffiths, 1985, p. 1).

Na Figura 11 é apresentada a fundação mais simples da não-retrogradação: Quaisquer três valores onde os elementos exteriores são idênticos resulta numa ritmo de retrogradação simples. “Outer values identical, middle value free” (Messiaen, 1944b, p. 20).

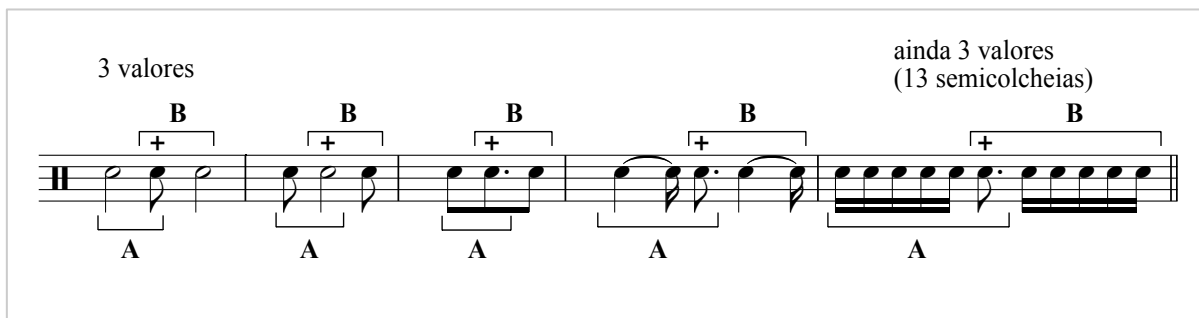


Figura 11: Ritmos não-retrogradáveis simples.

Se desenvolvermos a figura crescendo para lá dos três valores passaremos a ter a seguinte definição: “todos os ritmos divisíveis em dois grupos, sendo um o retrógrado do outro, com um valor central comum, são não-retrogradáveis” (p.20). A

Figura 12 mostra alguns dos exemplos usados pelo próprio Messiaen, retirados do seu *Quarteto para o Fim dos Tempos*. Verificamos nesta figura que o segmento A é retrógrado do segmento B partilhando um elemento em comum – que é o valor central.

Danse de la fureur, pour les sept trompettes (comp.26 letra F)

5 valores

7 valores

11 valores (19 semicolcheias)

A B A B

A B A B

Figura 12: Exemplos de *Danse de la fureur, pour les sept trompettes*.

O gosto de Messiaen por números primos faz-se notar em várias situações na sua obra. A técnica da isoritmia medieval utilizada na *Liturgie de cristal* no piano e no violoncelo é um exemplo disso mesmo. O piano, ao longo do andamento, repete um ostinato – uma pedal rítmica – de 17 valores (*talea*), em justaposição com uma progressão harmónica de 29 acordes (*color*), que resulta numa irregularidade isorítmica com um número elevado de possibilidades distintas em cada ciclo, reguladas pela justaposição de números primos. Acresce a esta irregularidade o facto de o violoncelo executar em simultâneo uma isoritmia com um ciclo de $16\frac{1}{2}$ tempos, onde um motivo com cinco notas no modo 1 é integrado e ajustado ao ciclo em cada três repetições.

Neumes rythmiques
(comp.12)

17 elementos (41 semicolcheias)

(comp.34)

13 elementos (43 semicolcheias)

(comp.65)

11 elementos (47 semicolcheias)

(comp.99)

19 elementos (53 semicolcheias)

The figure displays four musical staves, each representing a different composition from the 'Neumes rythmiques' series. Each staff is written on a five-line staff with a double bar line at the beginning. The notes are rhythmic neumes, often grouped with stems. Brackets are used to indicate specific rhythmic elements. A plus sign (+) is placed above a bracket on each staff, indicating a point of symmetry. The compositions are: (comp.12) with 17 elements (41 semicolcheias), (comp.34) with 13 elements (43 semicolcheias), (comp.65) with 11 elements (47 semicolcheias), and (comp.99) with 19 elements (53 semicolcheias).

Figura 13: Simetria dos Primos em *Neumes Rythmiques*.

Num parágrafo conclusivo, Messiaen enfatiza as propriedades simétricas do seu sistema, apontando-as como o fundamento da unicidade da sua linguagem técnica musical. Ao mesmo tempo introduz o fator direcional da horizontalidade do seu sistema rítmico e da verticalidade do seu sistema modal.

These modes realize in the vertical direction (transposition) what nonretrogradable rhythms realize in the horizontal direction (retrogradation). In fact, these modes cannot be transposed beyond a certain number of transpositions without falling again into the same notes,

enharmonically speaking; likewise, these rhythms cannot be read in a retrograde sense without one's finding again exactly the same order of values as in the right sense. [...] These modes are divisible into symmetrical groups; these rhythms, also, with the difference: the symmetry of the rhythmic groups is a retrograde symmetry. Finally, the last note of each group of these modes is always *common* with the first of the following group; and the groups of these rhythms frame a central value *common* to each group. The analogy is now complete (Messiaen, 1944b)

2.4.4 Simetria Sonora

Com um tema tão focalizado no princípio de simetria, não se poderia passar sem realçar o “primeiro sistema musical português” de Fernando Corrêa de Oliveira⁴¹ de nome *Simetria Sonora*. Compositor e pedagogo, nascido no Porto em 1921, em 1948 tomou conhecimento dum novo sistema de notação musical da autoria de Nikolai Obukhov, sistema que viria a adoptar como escrita musical das suas composições (Oliveira, 1990, p. 3). Este processo suprime os sustenidos, os bemóis e os bequadros, abandonando o conceito de "notas alteradas" para dar lugar a uma escala de doze notas em que cada uma tem um nome diferente (Dó, Ló, Ré, Té, Mi, Fá, Rá, Sol, Tu, Lá, Di, Si). Assim, as cinco notas musicais correspondentes às teclas pretas do piano são escritas com cruces oblíquas, enquanto as restantes sete conservam a grafia tradicional (ver Sitsky, 1994).

⁴¹ Fernando Corrêa de Oliveira divulgou os princípios teóricos do seu em folhetos, artigos, e conferências realizadas no Porto, em Lisboa e em Darmstad, junto a figuras como Ernst Krenek e Edgard Varèse. A par do seu sistema de composição desenvolveu uma notória atividade pedagógica, implementando a prática o seu método de Iniciação Musical que se caracterizava pela abordagem da atonalidade logo desde o início. Inventou também um instrumento musical destinado a tornar possível a improvisação coral: o Polyphonium. Conta com quatro teclados sobrepostos dois a dois em planos diferentes de maneira a possibilitar a execução dos quatro teclados por uma só pessoa. Esses teclados comunicam electronicamente com quatro quadros em que figuram (na notação de Nicolai Obukhov) as notas da escala dodecafónica. Ao premir uma tecla aparece iluminada a nota correspondente. Doou os dois aparelhos à Câmara Municipal de Matosinhos.

Fernando Corrêa de Oliveira: http://pt.wikipedia.org/wiki/Fernando_Corrêa_de_Oliveira (consultado em 2014-07-20).

Em 1969 publica um tratado, revisto e reeditado em 1990, que contém os fundamentos da "Simetria Sonora" e onde formula os princípios de um novo sistema de composição (Oliveira, 1990). Esta obra compreende cinco partes onde são abordados os seus princípios de simetria aplicados à harmonia, ao contraponto, ao ritmo, à variação temática e à fuga. A *harmonia simétrica* consiste em conceber o acorde a partir de um centro, definindo, em sentidos opostos, notas que fazem em relação a esse centro intervalos iguais.

A concepção de acorde simétrico surgiu em Novembro de 1948, como resultado da observação feita sobre o acorde de quinta aumentada. Este acorde oferece a particularidade de ter dois intervalos iguais e produziu-me a sensação de estar equilibrado na nota central e não, apoiado no «baixo» (Oliveira, 1990, p. 3).

Na perspectiva de Bryan Simms, os conjuntos de notas simétricos são de importância capital na música atonal no sentido restritivo de recursos. Simms aponta exatamente o acorde aumentado como exemplo absoluto de restrição intervalar.

Among the various categories of dissonant harmonies that characterize atonal music, symmetric sets are some of the most important. [...] Symmetric sets present the composer with restrictive harmonic resources. Some intervals may be entirely lacking in them and others all the more strongly represented. The augmented triad – a widely used symmetric set – illustrates this point (Simms, 1996, p. 32).

Surgem alterações de nomenclatura tradicional, fruto de necessidades de sistematização. A ordem de intervalos é classificada com base na escala de tons inteiros, começando no intervalo de *tom* (1 tom), *tercítone* (2 tons), *quártone* (3 tons), *quíntone* (4 tons), *sextone* (5 tons), e finalmente a oitava tradicional de nome *sétone* (6 tons). Os intervalos de *segunda*, *terceira*, *quarta*, *quinta*, *sexta* e *sétima* referem-se respectivamente aos restantes intervalos de meio-tom, tom e 1/2, dois tons e 1/2, três tons e 1/2, quatro tons e 1/2, e cinco tons e 1/2 (Oliveira, 1990, p. 4).

A Figura 14 apresenta a primeira progressão harmônica triádica do sistema de Corrêa de Oliveira, com base na série de harmônicos ascendente e descendente, e na nota centro destas duas séries simétricas⁴².

The figure displays three musical staves. The top staff, labeled 'Série de harmônicos ascendente', shows a sequence of notes starting from a central note and moving upwards. The middle staff, labeled 'Série de harmônicos descendente', shows a sequence of notes starting from the same central note and moving downwards. The bottom staff, labeled 'Progressão harmônica resultante', shows the resulting harmonic progression, which is a series of chords formed by the combination of the two series.

Figura 14: Progressão harmónica – simetria sonora.

Depois de elaborar a progressão harmónica da Figura 14, Corrêa de Oliveira faz a seguinte observação:

A sucessão destes acordes não é mais do que o produto da audição simultânea da nota-centro e dois harmônicos simétricos. Será, talvez, interessante, apreciar o efeito do encadeamento destes acordes. É algo como que uma voz das coisas. Não, ainda, música; uma força em potência. Matéria, não ideia, mas em simpatia perfeita com o espírito e prestes a transitar do campo da física para o do pensamento. Uma fronteira entre o inorgânico e o vivo (Oliveira, 1990, p. 6).

⁴² O autor optou pela notação tradicional em vez da utilizada por Nikolai Obukhov e por Corrêa de Oliveira para evitar uma interessante mas não essencial explicação deste sistema de notação no âmbito do assunto em foco.

Assistimos em paralelo a mudanças e transformações na terminologia. O seu tratado concentra-se na explicação de cada uma dessas transformações de conceitos, alguns novos, outros com alterações das suas definições e adaptados ao novo sistema.

A Parte I, dedicada à harmonia simétrica, apresenta termos como *acorde simétrico* (conjunto de três ou mais notas equidistantes dum eixo central), *acorde homogéneo* (acorde com uma só espécie de intervalos), *acorde heterogéneo* (acorde com mais de uma espécie de intervalos), *expoente* (nº de sons dum acorde homogéneo), *supressões identificáveis* (omissão duma nota dum acorde homogéneo), *acordes defectivos* (omissão duma nota não representativa dum acorde homogéneo), *bipresença e tripresença* (existência de notas de igual nome e altura diferentes necessárias à simetria do acorde), *seriação* (disposição das notas em acorde no estado homogéneo ou no estado simétrico), *desinência* (letra e algarismo indicativos da posição relativa das notas dos acordes), *pseudo-membro* (sucessão de notas formando um todo simétrico), *sequência* (grupo inserível de notas sucessivas), *aglomerado* (grupo inserível de notas simultâneas), *justaposição* (dois membros agrupados sem notas comuns inseparadas), *fusão* (entrecruzar membros com membros), *desmembramento* (separação de membros sobrepostos ou encadeados), *integrantes* (intervalos constitutivos dum acorde), e *marchas* (reproduções transportadas dum modelo). Vários outros termos são definidos, relacionando dois ou mais conceitos desta lista (Oliveira, 1990, pp. 3-44).

Aplicando o mesmo princípio à melodia, a Parte II, dedicada ao contraponto simétrico, apresenta conceitos como *atração auditiva* (fenómeno de prolongação), *parentesco melódico* (similitude do movimento melódico), *contraponto condicionado* (separação mínima entre notas comuns), *número de ordem* (posição da nota dentro duma frase em contraponto condicionado), *sub-tema* (frase constituída por um ou mais membros ou pseudo-membros, provenientes dum tema), *contratema* (frase susceptível de acompanhar um tema), *redita* (repetição de fragmento melódico), *reposto* (repetição não transposta dum fragmento melódico na forma direta ou retrógrada), *consecutivo* (sucessão imediata entre vozes de notas de nome igual e registo diferente), e mais uma vez *marchas* de igual definição na parte I (Oliveira, 1990, pp. 45-69).

A Parte III é dedicada ao ritmo. A terminologia não sofre alterações significativas comparativamente ao modelo tradicional. Corrêa de Oliveira não

propõe uma mesma direção com base na simetria na perspectiva do ritmo (Oliveira, 1990, pp. 71-80).

A Parte IV focaliza-se na Variação Temática. A congruência aos princípios já descritos torna evidente uma necessária adaptação de terminologias, começando por exemplo e desde logo pelo conceito de *sêtonação* (mudança duma nota ao intervalo de sétimo) em vez da tradicional mudança de oitava. Outros se seguem relacionados com técnicas compositivas conhecidas da academia, com adaptação aos princípios basilares deste sistema (Oliveira, 1990, pp. 81-112).

A Parte V, dedicada à fuga, será a que menos sofre em transformação terminológica, com o mesmo tipo de adaptação direta e necessária aos princípios da *Simetria Sonora*. São definidos termos facilmente comparáveis com a técnica de contraponto e fuga como sejam os seguintes exemplos: *Tema, Reapresentação, Intervalo de Reapresentação, Contratema, Resposta, Exposição, Contra-exposição, Episódios e Modulações, Stretto, Falso Stretto, Pedal, e Coral* (parte facultativa da fuga que passa da textura contrapontística para a textura harmónica homofónica, característica do coral harmonizado) (Oliveira, 1990, pp. 113-124).

2.4.5 Tonnetz, Orbifolds, K-Nets e outras Geometrias

Sendo o assunto impossível de esgotar, não é do interesse na presente investigação levar um trabalho exaustivo de tudo e todos. Por um lado, aparenta ser uma presença constante na prática da composição e análise; por outro lado, importa trazer o que de mais significativo e que melhor pode consubstanciar a investigação de acordo com o postulado avançado. Não podia deixar de se abordar pela sua relevância algumas outras aplicações de simetria e geometria nas técnicas e processos analíticos e compositivos.

No campo da análise, importa evidenciar a corrente teórica Neo-Riemanniana de David Lewin (1987), Richard Cohn (1998), Henry Klumpenhouwer (1991b) e Dmitri Tymoczko (2006). No seu tratado *Generalized Musical Intervals and Transformations*, Lewin expõe uma teoria de transformação de conjuntos com aplicação em transformações intervalares e harmónicas. Revitaliza as *Tonnetz* como

representação do espaço tonal (Figura 15), descritas em 1739 por Leonhard Euler – esta representação servirá de base para toda a representação visual geométrica de transformação harmónica desta(s) teoria(s)⁴³.

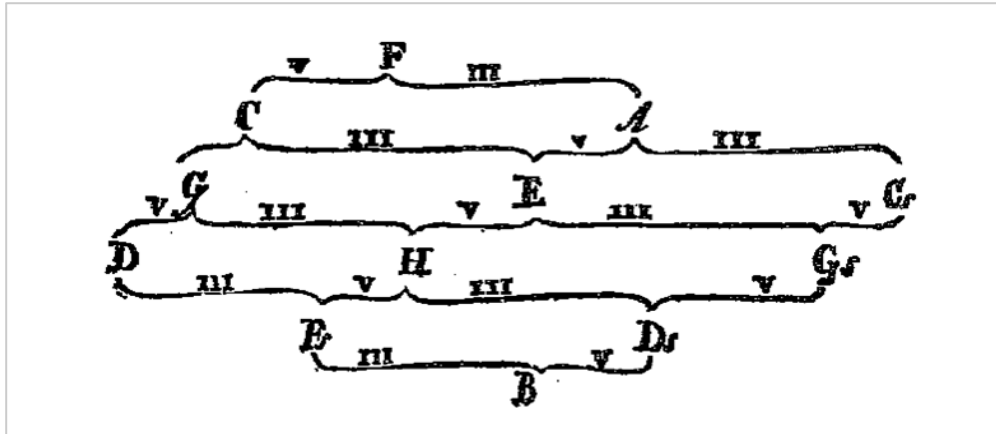


Figura 15: Tonnetz de Leonhard Euler.

Cohn desenvolve uma teoria a que dá o nome de *beat-class set theory* em que o espaço métrico age de acordo com as operações Neo-Riemannianas tendo um tratamento e uma representação análoga à *pitch-class set theory* de Alan Forte (Cohn, 1997, 1998, 2008).

As *Redes* de Klumpenhouwer (K-Nets) permitem a análise de transformações entre redes de notas (acordes) através das características intrínsecas de Inversão e Transposição. São apontadas correlações entre a TTT de Perle e as redes de Klumpenhouwer (Headlam, 2002; Lewin, 2002). Nas palavras de Perle, “é um acorde analisado através de somas e diferenças das díades”, podendo ser relacionado como um segmento dos ciclos simétricos de Perle⁴⁴. Este tipo de análise explora as tendências de isografia fortes e positivas (*strong and positive isography*) e equivalências de pitch-class set (*Network Isomorphism*) (ver também Lambert, 2002; Stoecker, 2002).

⁴³ <http://en.wikipedia.org/wiki/Tonnetz> (Consultado em 2013-06-27).

⁴⁴ “A Klumpenhouwer network is a chord analyzed in terms of its dyadic sums and differences. [...] Any one of Klumpenhouwer's triadic networks may thus be understood as a segment of a cyclic set, and the interpretations of these and of the "networks of networks" discussed in Lewin's article plus consequent and concomitant relations may be defined and efficiently and economically represented in this way” (Perle, 1993, p. 300).

Tymoczko defende que um acorde pode ser representado num espaço geométrico não-euclidiano (como na fita de Moebius)⁴⁵, onde as suas movimentações são claramente relacionáveis do ponto de vista harmónico e contrapontístico (Tymoczko, 2006, p. 72). A partir de cinco argumentos para a consolidação tonal, (melodia por graus conjuntos, consonância como ponto de estabilidade, consistência harmónica, macro-harmonia e centricidade), Tymoczko compreende a geometria como uma ferramenta poderosa na modelagem de estruturas musicais (Tymoczko, 2011, p. 19). “To combine harmonic consistency and conjunct melodic motion is to utilize short-distance line segments between structurally similar chords, and this is possible only if we exploit some unusual feature of the geometry” (Tymoczko, 2011, p. 392). A esta geometria da movimentação harmónica dá o nome de *Orbifolds* e utiliza as duas, três ou quatro dimensões conforme se trate de díades, tríades ou quatríades (Tymoczko, 2006).

Feçamos com fractais (Dodge, 1988), com a composição a partir de modelos geométricos (Kendall, 1981), e com a *Modulação Musical por Simetrias* desenvolvida por Daniel Muzzolini, a partir da teoria da *Geometria dos Tons* e da *Lógica Geométrica dos Conceitos, Teoria e Performance* de Guerino Mazzola (Mazzola, 1990, 2002; Muzzolini, 1995).

⁴⁵ Uma *fita de Möbius* ou *banda de Möbius* é um espaço topológico obtido pela colagem das duas extremidades de uma fita, após efectuar meia volta numa delas.
http://pt.wikipedia.org/wiki/Fita_de_Möbius
 (Consultado em 2013-06-24).

3. COMPOSIÇÃO ALGORÍTMICA ASSISTIDA POR COMPUTADOR – CAAC

“I would hope that what we are doing is using technology to reinvent music, not to recycle it with fancier types of polyester.”

Paul Lansky

3.1. Composição: Criatividade e Cognição

There are two approaches to understanding composition. One is psychological, studying creativity as it is applied to music, and the other is cognitive, developing models of the mental procedures and structures used in music-making (Harley, 1995, p. 221).

A música é, para Richard Ashley, um fenómeno (puramente) acústico-perceptivo-cognitivo⁴⁶. A *criatividade* em composição é muitas vezes sinónimo de *inspiração*, e é vista como o primeiro estágio do processo compositivo no seu todo (Sloboda, 1985, p. 116). A *criatividade* (inspiração) é a exaltação de ideias (motivos, temas) que se manifestam na consciência após seleção. Neste estágio mistura-se por vezes o processo criativo com improvisação, e a improvisação com intuição – matéria que, apesar de não estar plenamente comprovada, não evita estar relacionada.

⁴⁶ “[M]usic is (purely) an acoustic-perceptual-cognitive phenomenon” (Ashley, 1991, p. 55).

Segundo Nachmanovitch “mesmo trabalhando de um modo composicional estruturadíssimo, começamos por esse sempre surpreendente processo da invenção livre, onde não temos nada a ganhar nem nada a perder” (t.l.a.)⁴⁷.

O segundo estágio do processo compositivo, o processo *cognitivo*, aponta modelos e estruturas, onde situações como a abstração (*e.g.* matemática) e o símbolo (*e.g.* geometria) são representativos dos processos internos de articulação desses materiais musicais (dessas ideias, motivos, temas). O compositor, tal como o ouvinte ativo, forma uma representação abstrata ou simbólica interna da música. No caso do ouvinte, esta representação mental abstrata e/ou simbólica acontece depois compreender a música que se ouviu (ver Sloboda, 1985, pp. 2-3); no caso do compositor, revela-se no produto final, resultado posterior à modelação e estruturação da *inspiração*, sendo fruto de uma articulação entre o consciente e o inconsciente (ver "Diagram of typical compositional resources and processes" em Sloboda, 1985, p. 118).

Podemos simplificar esta definição do processo compositivo, parafraseando alguns (antigos) professores de composição. “Meu caro, se queres saber realmente o que é a composição tens de saber fazer três coisas: *repetir, variar, e fazer diferente*. Embora demasiado genérico, é representativo do processo cognitivo que se desenvolve, não só na composição como na improvisação – improvisar é compor em tempo real a partir de métodos e modelos.

Escreve Jeff Pressing:

[T]he process of improvisation may be divided up into a number of time points, and viewed as a succession of small problems, each of which is the production of an appropriate chunk of musical action at the current time point, where the constraints on action are the referent, goals, and musical actions at earlier time points (Pressing, 1988, p. 150).

⁴⁷ “Improvisation is intuition in action. [...] Even if we work in a very structured, compositional way, we begin by that always surprising process of free invention in which we have nothing to gain and nothing to lose. The outpouring of intuition consist of a continuous, rapid flow of choice, choice, choice, choice” (Nachmanovitch, 1990).

A afirmação continua válida mesmo depois de substituir o termo *improvisação* pelo termo *composição*. Composição é domínio do tempo diferido, é racional, é mental; a improvisação é domínio do tempo real, é intuitivo, é corpóreo. Existe um controle do tempo na composição – um domínio da eternidade; na improvisação existe um espaço-tempo sequencial e linear – um domínio do presente. Segundo Schoenberg, “composing is a slow-down improvisation; often one cannot write fast enough to keep up with the stream of ideas” (Schoenberg, 1975, p. 439). Se aplicarmos as conclusões de Pressing à composição – a decisão assenta em dois registos: *continuação* ou *interrupção* – será de incluir a “repetição” e “variação” na *continuação*, e “fazer diferente” na *interrupção* de processos.

3.2. Algorítmica: Sequência de Operações

Algorithm: a predetermined set of instructions for solving a specific problem in a limited number of steps.

Mirriam-Webster Dictionary

Um algoritmo descreve uma sequência de operações que, após um número finito de etapas, deve produzir um resultado. Se para isso é necessário um computador? Não. Os processos algorítmicos da *ars combinatoria* fazem-nos recuar aos oráculos gregos⁴⁸, ao método Euclidiano de encontrar o maior divisor comum entre dois inteiros, ou os *jogos de dados musicais* de compositores como Carl Philipp Emanuel Bach, Joseph Haydn, Wolfgang Amadeus Mozart Johann Philipp Kirnberg and Gustav Gerlach (Reuter, 2001). Mesmo assim, a expressão *Composição Algorítmica* é ainda demasiado abrangente. Logo à partida por não especificar a utilização de computador em parte alguma do processo. Por *Composição Algorítmica*

⁴⁸ “One of the Greek oracles, the sibyl at Cumae, used to write the separate words of her prophecies on leaves and then fling them out of the mouth of her cave. It was up to the suppliants to gather the leaves and make what order they could” (Hartman, 1996). Outras derivações da *ars combinatoria* (Zweig, 1997).

entenda-se um conjunto de regras formais aplicadas na composição musical producentes de um resultado efetivo e com termo. A condução de vozes na técnica de contraponto, por ser um conjunto de regras de simples determinação, levou à geração de algoritmos para aplicações em informática para resolução de exercícios de contraponto⁴⁹. Na verdade, as regras de contraponto – tal como um algoritmo – descrevem um conjunto de operações que, quando finitas produzem um resultado (Fux, 1725; Mann, 1987). São muitos os exemplos em que regras como aquelas de contraponto são transcritas em algoritmos e programadas em aplicações informáticas. Algumas aplicações informáticas (como o PWGL e o OpenMusic) já incluem nos seus tutoriais objetos como exemplificação algorítmica de contraponto e condução de vozes. A dupla Eigenfeldt e Pasquier desenvolveu um algoritmo que procura a distância mais curta entre as notas de dois acordes adjacentes, através de um vector específico tridimensional. Emprega um modelo de cadeias de Markov de ordem variável, utiliza um método único de quantificar a complexidade harmónica, tendo em conta diferentes dimensões cordais, linha de baixo e registo (Eigenfeldt & Pasquier, 2010). Este género de trabalhos traduzem-se mais tarde em Bibliotecas de objetos para composição algorítmica como é o caso da *Real Time Composition Library (RTC-lib)* de Karlheinz Essl (Essl, 2007) ou a *JBS* de Jacopo Baboni Schilingi (Schilingi, 2009).

A composição algorítmica envolve processos estocásticos, modelos matemáticos, regras gramaticais, sistemas híbridos, algoritmos genéticos, *machine learning*, cadeias de Markov, fractais, etc. “Mas quem, ou o quê, é o compositor? Quem é o responsável pelo ato criativo, o utilizador ou o criador do algoritmo?” (Järveläinen, 2000, p. 11).

⁴⁹ Os programas Open Music e PWGL têm atualmente nos seus tutoriais exemplos de Patches com exercícios desta ordem.

3.3. Assistida por Computador: Tendência

“Composing music with computers is gradually taking place alongside more traditional ways, such as pencil and paper or improvisation.”

Eduardo Reck Miranda

Depois de vários autores avançarem com propostas de descrição como *composição automática*, *procedimentos compositivos* ou *composição computadorizada*, percebe-se que estas noções são idênticas, ou tocam-se em projetos no campo em questão: a Composição Assistida por Computador (CAC) – algo que é “difícil de definir, difícil de limitar e difícil de sistematizar” (Cope, 1993; Hiller, 1981). “Computer-aided composition (CAC) is situated somewhere in the middle between manual composition and automated composition that is performed autonomously by a computer program” (Anders & Miranda, 2009, p. 133).

There are basically two different types of software for musical composition: *algorithmic composition* software and *computer-aided composition* software. Whilst algorithmic composition software is programmed to generate music with a certain autonomy, as in the case of Hiller and Isaacson’s work, computer-aided composition software serves as a tool to help the composer capture and organise ideas. There is a healthy tension between these two types of software in that most composers interested in composing music with computers tend to find a balance between these two extremes (Miranda, 2002, p. 9).

Emerge de um lado um contexto que não especifica o uso de algoritmos generativos (CAC), do outro lado emerge um contexto que não especifica o uso de computador (CA). Vamos encontrar um equilíbrio no meio destes dois extremos onde se encontra uma convenção híbrida avançada por Christopher Ariza de acrónimo

CAAC (Composição Algorítmica Assistida por Computador). Sendo aglutinador, a CAAC aborda o problema da composição assistida, da composição algorítmica e da utilização do computador nestes processos (Ariza, 2005a). “A CAAC system is software that facilitates the generation of new music by means other than the manipulation of a direct music representation” (Ariza, 2005a).

A utilização do computador como ferramenta de ajuda ao compositor começa com os trabalhos de Lejaren Hiller e de Iannis Xenakis nos anos cinquenta onde aquele era programado para gerar estruturas musicais. São as primeiras situações de Composição Algorítmica Assistida por Computador. O processamento algorítmico produzia resultados em dados alfanuméricos que seriam mais tarde transcritos à mão para partitura a fim de serem interpretados em instrumentos acústicos convencionais (Anders & Miranda, 2009; Manning, 2004, p. 201). Na sua obra *Illiad Suite* de 1956, Lejaren Hiller e Leonard Isaacson experimentam a automação de vários modelos estilísticos, desde a utilização de melodia e harmonia tonal em contraponto a duas e quatro vozes, a manipulação de séries dodecafónicas e teoria probabilística aplicada na organização de estruturas tonais e rítmicas (Hiller & Isaacson, 1959).

Xenakis inicia as suas experiências de composição com o computador também em 1956 trabalhando com um IBM 7090. Em 1962 conclui um programa que dará origem à família de obras *ST*. Em 24 de Janeiro de 1962 o computador debita a sua obra para orquestra de 48 instrumentos *ST/48-1, 240162*; a 8 de Fevereiro a sua obra para ensemble instrumental *ST/10-1, 080262* e a 6 de Setembro a sua obra *Atrées ST/10-3, 060962* (os últimos seis dígitos referindo-se sempre à data em que o computador produziu o resultado). Finalmente, descreve as vantagens da utilização do computador na composição musical em quatro pontos:

1. Longos e laboriosos cálculos feitos à mão são reduzidos a medidas temporais próximos de zero;
2. Livre destes cálculos, o compositor pode-se entregar e explorar outros campos relacionados com esta forma de compor, tornando-se uma espécie de *piloto* que prime botões, introduz coordenadas e supervisiona a navega no espaço sonoro;

3. A lista sequencial de operações – o *programa* – que constitui esta nova forma musical, é uma manifestação objectiva desta forma, podendo ser partilhada em qualquer local do globo, onde qualquer *piloto-compositor* a pode explorar;
4. Por causa de algumas incertezas introduzidas no programa, o *piloto-compositor* pode inculir a sua personalidade no resultado sonoro obtido (ver Xenakis, 1992, p. 144).

Para lá da conveniência nos resultados práticos – menos tempo dedicado ao cálculo do pormenor, mais tempo dedicado à psicologia da forma (*Gestalt*) – Xenakis permite ainda ao compositor a possibilidade de modificar o produto final, se assim a sua estética o desejar, sem necessitar de alterar o programa que o gera.

O trabalho de David Cope em repetição estilística representa um imenso esforço na fundamentação da música algorítmica processada pelo computador. Os seus trabalhos de programação e desenvolvimento de software deram origem aos modelos EMI (Experiments in Music Intelligence) e CUE (Composer's Underscoring Environment). Enquanto o modelo EMI trabalha uma base de dados e cria obras – completas ou não – com o princípio da replicação estilística, o modelo CUE adapta-se ao estilo do próprio compositor/programador usando um programa de análise hierárquica de reconhecimento de padrões de similaridade ao nível da *assinatura* estilística (Cope, 1991, 1996, 1997, 2000).

Quando Winograd escreve em 1979 “Computers are not primarily used for solving well-structured problems [...] but instead are componentes in complex systems”, aponta para aquilo que se vem vindo a verificar: o computador como componente de uma rede integrada de comportamentos, e não simplesmente uma calculadora (Winograd, 1979). Outro ponto de vista é apontado por James Harley quando, depois de identificar duas posições para definir o ato de compor – uma psicológica que estuda a criatividade, a outra cognitiva que estuda os procedimentos e a estruturação – avança com a ideia de que, em qualquer dos casos, a composição é

vista como um processo de resolução de problemas estruturados que podem ser modelados em algoritmos e implementados em computador (Harley, 1995, p. 221).

À pergunta *qual o aspecto menos saudável da computação musical* responde Lansky que é na medida em que há uma obsessão com a máquina, em vez de com o que ela produz. São maiores as preocupações com software e hardware do que com as obras que se produzem⁵⁰. Escreve Xenakis:

A new and rich work of visual art could arise, whose evolution would be ruled by huge computers (tools vital not only for the calculation of bombs or price indexes, but also for the artistic life of the future), a total audiovisual manifestation ruled in its compositional intelligence by machines serving other machines, which are, thanks to the scientific arts, directed by man (Xenakis, 1992, p. 179).

Mais uma vez podemos facilitar o concepção de ter sido o computador que introduziu a matemática na música, quando aquilo que se passou foi exatamente o oposto:

Just as the wheel was once one of the greatest products of human intelligence, a mechanism which allowed one to travel farther and faster with more luggage, so is the computer, which today allows the transformation of man's ideas. Computers resolve logical problems by heuristic methods. But computers are not really responsible for the introduction of mathematics into music; rather it is mathematics that makes use of the computer in composition (Xenakis, 1992, p. 132).

A utilização do computador em todas as vertentes possíveis relacionadas com a música leva Travis Pope a uma taxonomia da computação musical. Partindo de uma referência com sete categorias acabou numa extensa lista com 83 palavras-chave de referência em todas as suas categorias e subcategorias (Pope, 1994, pp. 5-7). Das sete categorias de entrada aquela em que o âmbito deste trabalho é focalizado é

⁵⁰ **Roads:** What, in your view, is the most unhealthy aspect of computer music?

Lansky: It is the extent to which there is an obsession with the machine rather than with what it produces. I have heard too many discussions among computer music people who were only concerned with software and hardware without even considering what kind of pieces they were producing (Roads, 1983, p. 23).

precisamente na primeira: *Music theory, composition, and performance*. Uma teoria pode avaliar uma hipótese através de um modelo computacional; um compositor pode explorar novas técnicas compositivas de forma a desenvolver a sua própria linguagem; um performer pode explorar as possibilidades interativas musicais, de geração e reação em *realtime*, que qualquer computador permite no momento atual. A norma, mais que a exceção, é digital.

PARTE 2 – O MOTIVO DE SCHOENBERG E A HARMONIA TTT DE PERLE: DISCUSSÃO

4. CONTEXTUALIZAÇÃO

“O progresso não é uma lei da natureza. O terreno conquistado por uma geração pode ser perdido pela seguinte.”

H.A.L. Fisher

O alvorecer do Séc. XX vem alicerçar os enormes avanços da ciência, da técnica e do conhecimento humano. Os novos medicamentos, as vacinas, o automóvel, a locomotiva, o avião, o telégrafo, o cabo-submarino, o telefone, a grafonola, a rádio, a relatividade, a mecânica quântica, são os exemplos mais relevantes que ajudam a caracterizar alguns desses avanços. Se por um lado estes mesmos avanços são adaptados com fins bélicos em vista, levando este século a ser apelidado de “Século Sangrento”, por outro conduzem a um contínuo aperfeiçoamento de todas as esferas da atividade humana, alimentando a aspiração de uma humanidade “livre de todas as restrições ao seu bem estar material e moral, gozando de paz e felicidade permanentes” (de Oliveira, 2007). Estas mudanças bifurcadas em situações tão antagónicas (extremo belicismo versus felicidade material e moral) servirão de enorme influência nas artes e na cultura, especialmente na velha europa afigurando-se destacada do resto do mundo pelo seu papel enquanto centro de desenvolvimento e disseminação de novas tendências.

É neste contexto que se vem vindo a assistir a um crescente desmoronar do sistema tonal desde finais do século XIX. O Neoclassicismo, preso a um passado formalista e de estrutura tonal, vem alimentar um princípio de continuidade conservador na sua essência; por outro lado, a perspectiva radicalista de alguns (onde se pode incluir Boulez) ao procurar a ruptura total com os valores passados, pouco acrescenta ao que é tirado deixando muito espaço vazio nesse lugar. É um pouco como a problemática à volta do sentido negativo do termo *Atonalismo*: em vez de refletir uma mais-valia, aponta para um *falta-qualquer-coisa* capaz de agastar o seu

maior defensor. Em certos casos perde mesmo o sentido: veja-se o exemplo o caso alemão, onde *ton=som*; *Atonalismus* significaria *ausência de som*.

Para Joel Lester (1989, p. 2) o sistema tonal tem influência em todos os aspetos musicais incluindo a interação da melodia com a harmonia, assumindo estes aspetos novas características nos casos não-tonais⁵¹. A perda gradual das fronteiras da tonalidade funcional pode ser definida em cinco características:

1. The increasing use of chromaticism, which weakens the diatonic basis of functional tonality, the secure status of the key, and the secure status of goals within a key.
2. The increasing use of dissonance in the form of nonharmonic tones, dissonant chords, and altered chords, which weakens the consonance-dissonance distinction crucial to harmonic stability and resolution.
3. The increasing use of distant harmonic relationships between consecutive chords and key areas, which weakens the distinction between closely related and distantly related tonal areas, and blurs the status of harmonic goals.
4. The use of modal alterations and nondiatonic scales, often for exotic effects, which also weakens the clarity of harmonic and melodic goals.
5. The avoidance of direct statements of the basic functional harmonic progressions and voice leadings, since in this new harmonic and tonal environment, simple progressions sounded too old-fashioned and banal (Lester, 1989, p. 7).

Cromatismo exacerbado, emancipação da dissonância, quebra de relações harmónicas, efeitos exóticos e corte radical com a banalidade: são os elementos de transformação conducentes a uma mudança paradigmática onde o chamado *Atonalismo* e mais tarde o *Serialismo* assumem facilmente a sua representatividade no início do século XX – segundo Straus “a teoria pós-tonal ainda está na sua infância, comparativamente aos quarto séculos de desenvolvimento da teoria tonal.

⁵¹ “Tonality affects just about every aspects of music, including phrasing, form, the interaction of melody and harmony, texture, orchestration, dynamics, articulation, the structuring of time [...] – even the way we name pitches and intervals. If a piece is not tonal, then many of these musical aspects take on new characteristics” (Lester, 1989, p. 2).

Como resultado, continuam a existir áreas substanciais de desacordo e relativa ignorância”⁵².

Se para uns é necessário que a mudança de paradigma que se sucede não seja vista como “uma distorção da retórica da música do passado”⁵³, por outro lado a criação musical não pode transpirar vestígios de funcionalidade tonal. Conceitos como *tonalismo*, *melodia*, *tríade* ou *harmonia* estão carregados de grande significação histórica, e é absolutamente necessária a sua neutralização. Torna-se evidente e indispensável que não faça sentido falar de melodia e de harmonia em serialismo; Até se reverta numa incompatibilidade estilística. A conotação direta com um passado recente de funcionalismo tonal deve de ser evitada (*tem* de ser evitada); um corte radicalmente necessário para suportar um modernismo musical. À semelhança das revoluções científicas segundo Thomas Kuhn, “é necessária uma rejeição por uma comunidade científica de uma teoria consagrada (consagrada até então), em favor de uma outra incompatível com essa”⁵⁴. O princípio de incompatibilidade afigura-se fundamental para tornar mais verdadeiro o enlevo do novo sistema, evitando-se assim a abordagem dicotómica melodia/harmonia, tão firmada no paradigma tonal.

No entanto, a questão no seu mais profundo significado tem na aplicação prática implicações difíceis de contornar. A relação entre o horizontal e o vertical é inevitável (com a única exceção da textura monofónica), e não desaparece simplesmente ignorando uma indesejada herança de morfologia e sintaxe tonal.

A afirmação de Benjamin Boretz é clara e consistente na comparação dimensional dos sistemas tonal e serial:

⁵² “Compared to tonal theory, now in its fourth century of development, post-tonal theory is in its infancy. As a result, there are still substantial areas of disagreement and relative ignorance” (Straus, 1990, p. v).

⁵³ “This [...] generation has witnessed the development of several new theoretical approaches that treat the languages of twentieth-century music on their own terms, not as distortions of the rhetoric of earlier music, as some earlier approaches did” (Lester, 1989, p. ix).

⁵⁴ “Copernicus, Newton, Lavoisier, and Einstein [...] Each of them necessitated the community’s rejection of one time-honored scientific theory in favor of another incompatible with it” (Kuhn, 1962, p. 6).

[I]t is worth observing ... that the motivic aspect of tonal music is, in some respects, as problematic as the “harmonic” aspect of twelve-tone music, in the sense that the systematic constraints of the tonal system do not completely specify a hierarchy of linear events, just as those of the twelve-tone system do not specify “principles of correspondence” for simultaneity (Boretz, 1963, p. 135).

Se excluirmos a textura monódica, as simultaneidades resultam de três factores básicos do processo compositivo: a sobreposição de linhas derivadas da série original, resultando em uma espécie de contraponto (ex: Schoenberg – op.25 no.1, Dallapiccola – *Goethe Lieder* no.2); a partir da segmentação vertical da série (ex: Schoenberg op.33a, op. 37) e de livre escolha do compositor (ex: Berg – *Concerto para Violino*).

Os estudos disponíveis dos compositores da chamada Segunda Escola de Viena mostram que a escolha do conjunto nunca foi feita de forma aleatória ou de forma não sistemática. Recursos como o contorno melódico, relação intervalar, propriedades simétricas, invariância, segmentação e outros aspectos relevantes foram estudadas e experimentadas com paciência (às vezes até a exaustão) por esses compositores antes da seleção final da série. É a essa série “única” que Schoenberg chama motivo: uma afirmação linear no início da obra que propõe uma abordagem reflexiva de referência característica da série que leva à unidade desejada do trabalho como um todo. Os exercícios levados a termo pelos compositores da segunda escola de Viena mostram situações onde a necessidade de atingir a unicidade estrutural e consequentemente reduzir as possibilidades na relação entre as notas da série atingem graus de abstração pertinentes (ver T. Marques & Ferreira-Lopes, 2014).

Milton Babbitt, num trabalho sobre o op.23 no. 3 de Schoenberg – considerada a primeira obra dodecafónica editada, embora não a primeira a ser composta – propõe um processo compositivo que, em vez de partir da série ou da escolha da série, parte de um tricorde específico. Esse tricorde por transformação (R, I, ou RI) é que formará a série dodecafónica estabelecendo como consequência uma série cujas características estão repetidas e intrinsecamente ligadas às do próprio tricorde:

The “composing with the tones” of a three-note motive by applying the transformations of the twelve-tone system to a collection to adjoin additional pitch-classes is substantially “serially” different from a permutational application, and yet is assimilable immediately and deeply within the containing permutational, even hexachordally viewed, system. In considering such a generation of an aggregate from a trichord, only the collection properties of the intervallic trichord need to be noted, and therefore any ordered pitch-class trichord will represent, in this regard, and independently of transposition, twelve ordered trichords (Babbitt, 1973, p. 18).

Apesar de algumas incursões ao assunto das regras proibitivas da arte de compor com doze notas avançadas por Schoenberg nos primeiros tempos de vida do sistema (não duplicação de notas em oitavas; o evitar as tríades maiores, menores diminutas, e mesmo os acordes de sétima (ver Schoenberg, 1975, p. 207)), num texto de 1949 intitulado ‘My Evolution’ Schoenberg escreve:

It seems to me urgent to warn my friends against orthodoxy. Composing with twelve tones is not nearly as forbidding and exclusive a method as is popularly believed. It is primarily a method demanding logical order and organization, of which comprehensibility should be the main result (Schoenberg, 1975, p. 92).

Contrariamente, não existem fundamentos de ordenação nos “Tropes” de Joseph Hauer, um universo constituído por 44 diferentes pares complementares de hexacordes não-ordenados onde “within a given [melodic] succession of pitches, no pitch may be repeated and none may be omitted. [...] Over and over again, all twelve pitches of the tempered scale must be heard” (cit. Simms, 1996, pp. 64-65).

O estudo levado por Donald Martino é de enorme contributo para esta lógica de ordenação e organização. Foi o primeiro a oferecer uma investigação exaustiva das propriedades combinatórias da série dodecafónica. Trabalhando todas as possibilidades de dividir os agregados dodecafónicos em partições simétricas de 2x6, 3x4, 4x3 e 6x2 elementos em infindáveis tabelas, conseguiu generalizar as possibilidades combinatórias destas partições simétricas (Martino, 1961). Tratou também, “mas apenas sumariamente” (p. 226), das divisões assimétricas 1/11, 2/10, 3/9, 4/8 e 5/7 (ver também Martino, 1962). Martino defende o critério de seleção

inicial da série como o provisor das associações lineares-verticais através do conteúdo e ordenação das suas partes, determinando as classes de combinatorialidade disponíveis. Explicado pelo próprio:

A unique world of linear-vertical associations, itself a segment of the “theoretical” universe, embracing all possible set orderings, of such relations, is therefore created by the initial selection of a basic set. For the set defines the content of its parts and the order of their occurrence, and these in turn determine the classes of combination available, and thus the levels within which, and the methods by which, aggregates may arise through the operation of combination. Further partitioning of the set parts together with the selection of a specific combination results in “structured aggregate-formations” (Martino, 1961, p. 270).

Parecem não restar dúvidas de que a discussão introduzida por Martino sobre as interseções entre tricordes e tetracordes, e harmonias hexacordais são evidências de uma aspiração em relacionar certas formações lineares com eventos verticais significativos (ver Kowalski, 1986, p. 60). Isto leva-nos ao enfoque em uma das partes da questão tratada na secção seguinte: a polarização da dimensão horizontal.

4.1. O *Motivo* de Schoenberg: Polarização Horizontal

“As a melody instrument player, it's all about getting from one note to the next.[...] You realize that everything's moving forward, and it's all linear.”

David Sanborn

Quando nos anos sessenta Westergaard levanta a questão da relação (ou falta dela) entre a dimensão horizontal e vertical no sistema dodecafónico, lança uma problemática que alguns criadores compositores irão estudar e desenvolver:

It seems to me that there is a serious problem inherent in using an essentially one-dimensional structure device – a row – to control intervals in a two-or-more-dimensional situation – polyphony (Westergaard, 1966, p. 90).

Westergaard não é o único a aflorar o assunto. David Kowalski apresenta o domínio harmónico na teoria dodecafónica como insciente de sistematização:

One of the most serious problems with classical twelve-tone theory is its lack of attention to the harmonic domain and its inability to provide systematic criteria for progression in general - i.e., either voice leading (in virtually any definition of that term) or for harmonic succession (indeed, even the concept of harmony is ill-defined). Almost from the very beginning, however, Schonberg's concern with problems of combinatoriality, most often in the guise of maintaining invariances from set statement to set statement in a basically "one-row-at-a-time" context rather than in the context of combinatorial counterpoint, provided some solutions to these problems (Kowalski, 1987, p. 286).

Também Rosenhaus vem reconhecer que no dodecafonismo, desde o seu início, a questão da simultaneidade é uma questão persistente:

How does one use a linearly oriented system of musical organization with consistent and aurally logical harmony? Chords do not exist as such in Schoenberg's system, as they arise solely from the simultaneous unfolding of given aspects of the work's basic set. Even those chords, expressing portions of the set vertically are idiosyncratic to the ordering of the set⁵⁵ (Rosenhaus, 1995, pp. 7-8).

Apesar do reconhecimento desse problema, e como escreve Kowalski, o próprio Schoenberg providencia algumas soluções. São visíveis na obra do compositor e revelam estruturas de segmentação, invariância, complementaridade e sobreposição de séries ou segmentos de série em processos algo semelhantes aos do contraponto, extrapolados e levados à exaustão por Webern.

Este processo de sobreposição de *layers* é considerado por alguns autores como meramente acidental. Como apontado por Rosenhaus "O sistema de Schoenberg é um sistema essencialmente linear que lida com a simultaneidade apenas como resultado do contraponto"⁵⁶. "A harmonia, em obras dessa natureza, tende a surgir de 'acidentes' de contraponto e não de qualquer construção regular de acordes"⁵⁷. Talvez por isto Dallin caracterize a composição dodecafónica primeiramente como sendo um procedimento contrapontístico onde a atenção é focalizada na construção e combinação de linhas e onde a liberdade no tratamento dos seus aspetos verticais é compensada pela cumprimento escrupuloso de ordenação da série em todas as partes. Afirma que "a Sonoridade como fenómeno independente de combinações lineares é de tão pouca importância no estilo que princípios de

⁵⁵ Como é que se utiliza um sistema orientado de forma linear de organização musical com harmonia consistente e auditivamente lógica? Os acordes não existem como tal no sistema de Schoenberg, surgem exclusivamente do desdobramento simultâneo de determinados aspectos do conjunto da obra. Mesmo os acordes que expressam verticalmente porções do conjunto são idiossincráticos à ordenação do conjunto (t.l.a.).

⁵⁶ "Schoenberg's is a primarily linear system which deals with simultaneity solely as a result of counterpoint" (Rosenhaus, 1995, p. 164).

⁵⁷ "Harmony in such works tend to arise from "accidents" of counterpoint and not from any regular chordal constructs" (Rosenhaus, 1995, p. 247)

estruturação harmónica e de progressão harmónica não são fornecidos pelos teóricos, nem são detetadas fórmulas harmónicas nas composições” (Dallin, 1974, p. 198).

Apesar de funcionar como um motivo como apontado pelo próprio Schoenberg, mais cedo ou mais tarde o processo de composição tenderá para a justaposição de elementos e conseqüentemente à simultaneidade. Mas essas ocorrências simultâneas resultam da manipulação contrapontística do conjunto.

Segundo Babbitt, o sistema dodecafónico, tal como qualquer sistema formal cujo modelo abstrato esteja satisfatoriamente formulado, pode ser completamente caracterizado afirmando os seus elementos, a relação ou relações estipuladas entre estes, e as operações definidas sobre essas relações. Essa caracterização explícita do sistema dodecafónico está claramente inferida nas obras de Schoenberg, Webern e Berg (Babbitt, 1960, pp. 246-247). O estudo dessas obras aparenta ser de inesgotável conteúdo, tal é o número de textos desenvolvidos na fundamentação teórica, analítica e sistémica na organização das notas da série. Para Boretz grande parte desses estudos são afirmações recorrentes das “regras” do processo compositivo, regras essas por vezes submetidas a amplas modificações, com análises consistindo na simples identificação da série e na contagem de notas (Boretz, 1963, p. 125). O livro *Serial Composition and Atonality*, curiosamente também de George Perle (1991), continua a ser uma obra relevante neste contexto. Ao contrário de muitos outros, focaliza-se primeiramente nas soluções compositivas e parte destas soluções para os conceitos do sistema.

Se para Schoenberg a série funciona linearmente “na forma de um motivo” a sua sustentação com base na ordenação das doze notas da escala cromática excluindo repetições sugere-nos um universo de 479.001.600 permutações motivicas possíveis, universo este de dimensão suficiente em variedade, mas de conceito com alguma aridez onde a numerologia ultrapassa a parte criativa. A escolha e seleção da *permutação* tem-se revelado fulcral nos trabalhos pré-compositivos logo desde os primeiros tempos com os precursores deste sistema, especialmente com os compositores da chamada *Segunda Escola de Viena*. Podemos avançar com confiança que *nenhuma* das séries utilizadas por estes compositores foram uma escolha casuística ou aleatória. Características como o contorno melódico, relações intervalares, propriedades de simetria, invariância, segmentação ou outros aspectos de relevância para o compositor, foram pacientemente estudadas e experimentadas

(por vezes até à exaustão) até à escolha final e decisiva da série. É esta ordenação serial – o *motivo* – que, afirmando-se no início da obra, vem propor uma possibilidade de enredo de exclusiva referência temática assente nas características trabalhadas da série, conduzindo à unidade pretendida da obra no seu todo.

Para entendermos a linguagem harmónica de Schoenberg, afirma Bryan Simms que é necessário em primeiro lugar expandir a nossa ideia de “harmonia” para lá do seu significado tradicional:

In order to understand Schoenberg’s harmonic language, we must first expand our idea of a “harmony” beyond its conventional meaning in the analysis of earlier music. Rather than a chord that can be arranged in superimposed thirds, a harmony (or set) will refer here to a collection of pitches found in a melodic idea or motive, a vertical chord, or a combination of the two.

This integration of vertical and linear structures is found in tonal music as well, but it is made more explicit in works of the post-tonal era (Simms, 1996, p. 24).

A série (*set*) é uma coleção de notas que encontramos em estruturas não só lineares, mas também verticais ou uma combinação destas duas.

Schoenberg escreveu um artigo intitulado “My Evolution” onde descreve o desenvolvimento dos seus processos e técnicas compositivas, reconhecendo-se grandemente influenciado pela música de outros amigos músicos e compositores (nomes como Oscar Adler, David Bach, Alexander von Zemlinsky, Gustav Mahler e Richard Strauss). A transição para o seu autointitulado “segundo período” (ver Schoenberg, 1975, pp. 79-92) marca a renúncia ao *centro tonal* – incorretamente chamado por outros de *atonalismo* – iniciando-se com o seu quarteto de cordas op.10, e as duas baladas op.12. Referindo-se a algumas secções dos 1º e 2º andamentos do op.12, afirma que a harmonia é resultado da sobreposição das partes:

[T]he individual parts proceed regardless of whether or not their meeting results in codified harmonies. [...] I maintained that the future would certainly prove that a centralizing power comparable to the gravitation exerted by the root is still operative in these pieces” (p. 86).

No mesmo artigo Schoenberg escreve que ainda não foi possível estabelecer, numa forma verdadeiramente científica, as leis dos procedimentos estruturais de Bach ou Beethoven, ou da harmonia de Wagner; assim, não surpreende que nenhuma tentativa tenha sido levada nesse sentido no que respeita ao *atonalismo* (p. 86). Apesar desta constatação enfática no discurso linear, também presente no período atonal e imediatamente anterior ao serialista, Schoenberg insiste na necessidade de uma explicação sobre a estruturação do plano harmónico, isto é, na manipulação melódico/harmónica:

[T]he accompanying harmony came to my mind in a quasi-melodic manner, like broken chords. A melodic line, a voice part, or even a melody derives from the horizontal projections of tonal relations. A chord results similarly from projections in the vertical direction. [...] The main difference between harmony and melodic line is that harmony requires faster analysis, because the tones appear simultaneously, while in a melodic line more time is granted to synthesis, because the tones appear successively, thus becoming more readily graspable by the intellect. In other words, melody, consisting of slowly unfolded progressions of tones, offers more time for comprehension of the relationships and logic than harmony, where analysis has to function many times as fast (Schoenberg, 1975, p. 87).

Schoenberg não anda longe da ideia de que “a harmonia é melodia na vertical”. Mais uma tentativa de sistematização destes dois planos. Esta comparação percebe-se forçada em muitos aspectos: consegue-se imaginar com facilidade frases melódicas em que a sua verticalização resultaria inócua ou incomparável do ponto de vista da percepção (notas repetidas, poucas notas, muitas notas, carácter rítmico, etc.) A explicação encontra-se intrinsecamente relacionada com o fenómeno psicoacústico e com um centralismo tonal desde há muito relacionado com a série de harmónicos como princípio natural de organização vertical.

Num estudo relacionado com *análise pluralística*, Jairo Moreno põe em confronto duas visões diametralmente opostas do conceito teórico-musical de *motivo*, a saber, as de Heinrich Schenker e as de Schoenberg. Segundo Moreno, para Schoenberg, “o motivo não só representa a expressão concreta da *Ideia* musical, como também está na origem de todos os processos de transformação temática que ele identifica como denominador histórico comum, unindo a sua forma de compor

àqueles que o antecederam”; e que por outro lado, Schenker considera o *motivo* em termos de “transformações na condução de vozes de eventos subjacentes mais simples [...] minimizando a sua significância”(ver Moreno, 2001). Schenker rejeita as definições de *forma* que assumem “o motivo como ponto de partida e enfatizam a manipulação motívica por meio da repetição, da variação, da extensão, da fragmentação, ou da dissolução” (Schenker, 1979, p. 131).

From Schoenberg we must borrow the notion that events stated at the outset of a piece present multiple, if not infinite, implications for the development of the piece and that the realization of these implications contributes not only to compositional coherence but also to the experimental engagement of a listener. Here the motive has increasing significance as a motivator, as something that incites actions and provokes reactions. As Schoenberg succinctly states, “a motive is something that gives rise to a motion” (Moreno, 2001, p. 91).

O sistema dodecafónico, trazendo regra e norma à desregulamentação do período Atonal, vem colidir exatamente com o seu postulado capital ao impor a utilização total da escala cromática. A obrigatoriedade de usar todas as notas da escala diatónica no sistema tonal, para além de poder comprometer o conteúdo e a unidade da obra, faria com que a grande percentagem de toda a música tonal existente passasse a não existir. No capítulo intitulado *Simultaneity* do livro *Serial Composition and Atonality*, Perle identifica este princípio como limitador de possibilidades harmónicas. Começando por dar exemplos de Debussy, Roslavetz e Scriabin onde apenas algumas notas são selecionadas das possíveis doze, são empregues não apenas como base de associação linear mas ainda mais consistentemente como base de associação vertical. Continuando explica:

Since in these instances the set is not ordered, the concept of adjacency do not appear, but only that of content. The total content of the set is here [Debussy & others] the sole general criterion of harmonic propriety. The Schoenbergian set, however, comprises all the notes of the chromatic scale; its total content, therefore, cannot serve as a means of delimiting harmonic possibilities. Instead, the precompositional linear ordering is realized vertically through the employment of successive groups of contiguous notes of the set as chords (Perle, 1991, p. 84).

Leon Dallin afirma que de todos os aspectos da composição musical, o mais difícil de ensinar o mais dependente de dons naturais é a habilidade para escrever melodias eficientes. Mas se podemos confiar nesses dons, podemos ainda usar técnicas para as tornar mais eficazes e fazer o melhor uso delas⁵⁸. Escreve o mesmo autor um pouco mais à frente que essas mesmas características de eficiência melódica podem ser observadas no século XX podendo ter expressões próprias à época em que se insere, com variações de estilo, perfil e tamanho⁵⁹.

A *série* foi inventada por Schoenberg para substituir algumas das vantagens unificadoras e formativas da escala e da tonalidade. Nas palavras de Schoenberg “The basic set functions in the manner of a motive. This explains why such a basic set has to be invented anew for every piece. It has to be the first creative thought” (Schoenberg, 1975, p. 219). Embora alguns o pensem como ‘visão simplista’, fará sentido apesar de tudo pensar no ‘primeiro pensamento criativo’ como o material temático como refere Kathryn Bailey:

Although to equate a twelve-tone row with a theme or melody is to take a simplistic view of the technique, it is nonetheless true that the construction of the row to be used as the basis for a dodecaphonic work is a process not entirely unlike the composition of the theme in a non-dodecaphonic work. [...] Webern’s predilection for symmetry and logic and his preference for creating from limited material, as well as his leaning towards certain intervals, are evident in the make-up of his rows from the beginning (Bailey, 1991, p. 13).

Simms explica que Schoenberg, apesar do seu extensivo trabalho escrito sobre teoria musical, não explica de forma detalhada ou sistemática a técnica de unidade harmónica da sua obra – obra esta caracterizada pela “emancipação da dissonância”. Schoenberg vê-se mais inclinado em destacar a variação motívica como

⁵⁸ “Of all the aspects of musical composition, the ability to write effective melodies is the most elusive, the most dependent upon natural gifts, and the most difficult to teach. But if one must rely upon natural gifts for the original conception of a melody, he can employ technique to put it in its most effective form and to make the best use of it” (Dallin, 1974, p. 4).

⁵⁹ “Characteristics of effective melodic writing can be observed in the following twentieth-century melodies. [...] There is considerable variation in style, design, and length, but each presents a single idea ending with a more or less complete cadence” (Dallin, 1974).

processo compositivo, sobretudo pela partilha deste com a anterior música tonal (ver Simms, 1996, p. 22). Centrando-se na peça para piano Op.23, no.4 escreve Simms:

The harmonic logic of this work is more difficult to perceive, partly because the composer did not leave specific guidelines for the understanding and because there was no widely accepted or common harmonic practice at this time. Indeed, our first impression of the Piano Piece may well be that its pitches were chosen randomly or that the composer was guided solely by his desire to avoid conventional chords. [...] Nevertheless, Schoenberg frequently alluded to the presence of harmonic logic in his atonal works, although he was inclined to see this dimension as the product of an “unconscious” intuition rather than a systematic technique (Simms, 1996, p. 24).

O sentido linear da objectividade melódica é um fundamento musical inquestionável. A série dodecafónica surge de imediato como dominadora dessa dimensão. Conforme escreve Schoenberg, “mesmo o ouvinte comum está disposto a apreciar a beleza da melodia, da sonoridade e da harmonia”⁶⁰ – muito provavelmente, por esta ordem de categoria. Perante uma qualquer progressão harmónica, o ouvido intuitivamente extrai contornos melódicos. Estes são os *ligadores* entre as entidades verticais, que comumente procuram o caminho mais curto entre dois pontos – uma herança da prática vocal e das suas características técnicas. Daí que a condução de vozes seja matéria de trabalho nas técnicas de composição e análise.

Isto leva-nos ao enfoque na outra das partes da questão tratada de imediato na secção seguinte: a polarização da dimensão vertical.

⁶⁰ “Those qualities in which a listener likes to recognize his own heart are those which he deems to have originated in the emotions of a composer: the beautiful melody or phrase, the beautiful – or, at least, sweet – sound, the beautiful harmony” (Schoenberg, 1975, p. 54).

4.2. A *TTT* de Perle: Polarização Vertical

*“Journalists, especially English journalists, were very cruel to me.
They said I only knew three chords when I knew five!”*

Leonard Cohen

De acordo com o que escreveu Simms, a linguagem harmónica dos maiores compositores do atonalismo contém vocabulário relacionável com séries de notas. Compositores como Hindemith, Stravinsky e Britten mantiveram harmonias triádicas e outros acordes convencionais no seu discurso musical (ver Simms, 1996, p. 29). Com o sistema serial este princípio harmónico viria a ser posto em segundo plano como.

George Perle foi um compositor norte-americano, professor emérito da Escola de Aaron Copland de Música, vencedor do Prémio Pulitzer concedido à música. É autor de vários livros e textos dedicados à música do sec. XX com incidência na segunda escola de Viena, especialmente na obra de Alban Berg. É paralelamente o autor de um sistema de composição baseado em intervalos cíclicos e inversões simétricas.

Embora partindo de um erro de interpretação do sistema de Schoenberg, a sua teoria deriva também do universo da série dodecafónica. Desde o início da sua carreira estava convencido da necessidade de um sistema compreensivo na relação entre todas as notas que permitisse estabelecer uma estrutura normativa de combinações possíveis no âmbito da escala cromática. Por essa altura encontrava-se afundado nas obras atonais e dodecafónicas de Schoenberg e da sua escola, que lhe pareciam oferecer um método capaz. Mas não é no serialismo de Schoenberg que Perle vai encontrar o que procura: um sistema dodecafónico com funcionalidade harmónica. Esse sistema tornaria possível aquilo que virá a escrever em 1977 no final

da sua primeira edição de *Twelve-Tone Tonality*: “estabelecer diferenças, associações e progressões entre todas essas combinações.”⁶¹

Este método estrutural para a composição começou com o trabalho de análise das composições de Alban Berg. Compreende-se a falta de informação e dificuldade no acesso a essa mesma informação à época a que se reporta: O autor, em finais dos anos trinta, teve acesso a uma redução da partitura de *Wozzek* onde destilou tudo o que podia. Constata entretanto que Berg conscientemente utiliza ciclos de intervalos constantes no Acto II, cena 3 de *Wozzeck*: um alinhamento vertical nota-contra-nota de séries ascendentes de intervalos constantes de, respectivamente, meio-tom, um tom, terceira menor e terceira maior (Perle, 1977a). Numa carta a Schoenberg com data de 27 de Julho de 1920, Berg inclui um esquema onde desenvolve em doze sistemas, doze ciclos constantes dos doze intervalos possíveis, na sua essência conforme ilustrado Figura 16. Um curto apontamento nessa carta oferece um comentário sobre o esquema de organização das notas, basicamente dizendo “meu caro amigo, cheguei à peculiaridade acima por um acaso. Uma bagatela teórica”⁶² (cit. Perle, 1977a, p. 2).

⁶¹ “We have shown how the convergence of the concepts of the interval cycle and (through the twelve-tone system) of strict inversive complementation leads to a comprehensive system of tone relations that permits us to define and classify every one of these combinations in terms of its sums and intervals, and consequently to establish differentiations, associations, and progressions between and among all these combinations” (Perle, 1977b, pp. 171-172).

⁶² “Lieber Freund, ich bin durch Zufall auf obige Eigentümlichkeit gekommen. Eine theoretische Spielerei” (Perle, 1977a).

The image displays a musical score for Alban Berg's 'Estudo dos ciclos de intervalos'. It consists of 12 staves, each representing a different interval: Oitava, Sétima maior, Sétima menor, Sexta maior, Sexta menor, Quinta perfeita, Quarta aumentada, Quarta perfeita, Terceira maior, Terceira menor, Tom, and Meio-tom. Each staff shows a sequence of notes in a specific key signature, with some notes marked with accidentals (sharps and flats). The notation includes clefs (bass and treble), stems, and beams. Some staves have annotations like '8^{va}' and '15^{ma}' with brackets, indicating specific intervals or octaves. The score is presented in a clean, black-and-white format on a white background.

Figura 16: Alban Berg – Estudo dos ciclos de intervalos.

In fact, Berg's array of the interval cycles, far from being a mere "trifle," reflects a significant and persistent feature of his musical language (Perle, 1977a, p. 2).

Perle percebe a importância desta "bagatela teórica" e confirma a persistência de formações simétricas como esta, não só na obra de Alban Berg como na de outros compositores, facto amplamente documentado no seu trabalho teórico e em estudos e textos vários (Perle, 1964, 1977a, 1977b, 1983, 1990, 1991, 1995, 1996).

Num encontro com Krenek, depois de Perle apresentar o que seria a sua primeira tentativa serialista num esboço inicial para quarteto de cordas, Krenek confrontou-o com o facto de ter interpretado mal uma premissa fundamental no sistema dodecafónico, mas ao mesmo tempo tinha feito aquilo que apelidou de uma 'descoberta':

I brought with me, to my first lesson, the beginning of a string quartet that I supposed to be in the 12-tone system. Krenek stared at it with considerable puzzlement until I explained what I was doing. It turned out that I had misconstrued a fundamental premise. But he did not say, "You have made a mistake." What he said was, "You have made a discovery" (Perle, 1995, p. 177).

Segundo parábola do próprio Krenek à altura, Perle acabara de reinventar o fósforo e continuaria a fazê-lo por mais algumas dezenas de anos numa linguagem musical a que chamaria *Twelve-Tone tonality*, enquanto Krenek seguiria um caminho diametralmente oposto direccionado para o serialismo integral, juntamente com outros nomes como Stockhausen ou Boulez (ver Perle, 1995, p. 177). Perle sabia que a partir de uma série podia elaborar uma matriz. Assumiu então que nessa matriz podia definir uma qualquer nota como fundamental (axis note) e quatro notas vizinhas (neighbor note), duas horizontais e duas verticais como integrantes harmónicas. Entendeu que o resultado se revelava ambíguo, demasiado variável e sem qualquer fundamento na sistematização, pois a quantidade de intervalos existentes na série multiplica-se no número de possibilidades na sua concretização harmónica.

Apesar desta constatação Perle percebe que certas séries desenvolvem uma padronização consistente: As séries que, tal como no esquema de Berg, assentam em ciclos de intervalos simétricos constantes. Perle recorda:

My first attempt at what I took to be twelve-tone composition was based on the following P and I row forms:

b c d f a ab g f# d# e bb c# (b
b bb ab f c# d d# e g f# c a (b

From these I derived a collection of adjacency relations by pairing three-note segments that shared the same pivotal pitch class, as in the following array, in which the horizontally stated segments are taken from P and the intersecting vertically stated segments from I:

<i>f#</i>	<i>f</i>	<i>c#</i>	<i>d</i>	<i>d#</i>	<i>ab</i>
<i>b c d</i>	<i>bb c# b</i>	<i>c d f</i>	<i>f# d# e</i>	<i>d# e bb</i>	<i>d f a</i>
<i>a</i>	<i>d</i>	<i>d#</i>	<i>e</i>	<i>g</i>	<i>c#</i>
<i>g</i>	<i>e</i>	<i>bb</i>	<i>c</i>	<i>b</i>	<i>a</i>
<i>g f# d#</i>	<i>ab g f#</i>	<i>a ab g</i>	<i>f a ab</i>	<i>e bb c#</i>	<i>c# b c</i>
<i>c</i>	<i>f#</i>	<i>f</i>	<i>b</i>	<i>ab</i>	<i>bb</i>

Figura 17: Adjacências.

In effect, the distinction between retrograde-related row forms was eliminated and any note was free to move to either of its neighbors in either of two inversionally complementary forms' (Perle, 1996, p. xi).

Perle troca o conceito de *série* como elemento motivico pela sua interpretação pessoal da *série* como coleção pré-compositiva com princípios de estruturação e associação. Trazendo na maioria dos casos resultados fortuitos e incongruentes, Perle percebe que a sua interpretação faz sentido somente num caso específico – quando a *série* é organizada por intervalos periódicos, ou seja, em *ciclos simétricos*:

I soon realized, of course, that I had misunderstood Schoenberg's concept of tone row. In Schoenberg's system pitch classes are not, in general, assumed to be points of intersection between different forms of the row. [...] I found this motivic concept uncongenial, but I also found that my own interpretation of the row as a precompositional collection of neighbour-note configuration could not provide a meaningful basis for twelve-tone composition, except where it was applied to a very special type of set structure. Where such configurations were derived from the general set they were too haphazard and too fortuitous to be useful.

This special type of tone row is the "cyclic set," in which the notes that are neighbors to each element always form the same interval (Perle, 1996, pp. xi-xii).

Perle assume que as adjacências compreendidas nas 48 formas diferentes duma dada série dodecafónica eram uma afirmação colectiva das relações atribuídas a cada elemento da escala de meios tons, mas não lhe ocorreu que a série em si era construída como uma unidade linear estrutural.

Com a edição em 1977 de *Twelve-Tone Tonality* (Perle, 1977b), Perle assume-se como o autor do primeiro tratado de harmonia dodecafónica⁶³. Atualmente o seu sistema é utilizado em universidades e academias em processos de ensino e de composição, e por um número significativo de compositores que, divulgando ou não a utilização do seu sistema, o utilizam na sua prática compositiva (T. Marques & Ferreira-Lopes, 2013). Este sistema alia uma consistência e considerável discernimento auditivo a uma grande flexibilidade estilística (Rosenhaus, 1995).

Perle considera que o princípio de "simetria" presente no seu modelo é o elemento chave que vem permitir estabelecer uma relação direta com o sistema tonal:

I can sum up my present understanding of the meaning of symmetry for twelve-tone music in a few words. I believe that it can serve as the foundational premise of a coherent and natural twelve-tone harmonic language, just as the triad does for the harmonic language of diatonic tonality; and just as the universality of the triad presents diatonic tonal music with a normative principle that defines the meaning of dissonance – a controlled departure from the triad, which remains the referential norm even when it is momentarily absent – so can analogous departures from symmetrical relations provide a basis for prolongational procedures in twelve-tone tonal music (Perle, 1996, p. xiv).

⁶³ O termo *dodecafónico* é usado neste contexto para traduzir do inglês *Twelve-Tone* ou seja, a divisão da oitava em 12 notas temperadas.

Ciclo Simétrico de intervalo 7

Ciclo por 5^{as} - (P) Prime (ascendente)

Ciclo por 5^{as} - (I) Inversion (descendente)

P₀P₇

I₀I₄

Figura 18: Ciclo Simétrico de intervalo 7.

A Figura 18 em cima apresenta um ciclo simétrico de intervalo de sete (P7) e sua inversão (i5). A terminologia reflete a distância intervalar de acordo com o movimento ascendente ou descendente do ciclo. A interpolação dos dois ciclos (P7 privilegiada e sua inversão i5) resulta em um novo conjunto (neste caso chamado pop7). Desta vez, a terminologia pop7 de Perle reflete as somas intervalo constante presentes no ciclo: soma 0 e soma 7. O último sistema apresenta uma variação do mesmo ciclo de intervalo de 7: i9i4. A partir de um ponto inicial diferente, somas intervalo divulgam diferentes padrões (somatórios sucessivos 4 e 9). No entanto, o perfil linear é uma inversão (transposição) de pop7.

Quaisquer três elementos contíguos contém as características “moleculares” da interpolação: As somas de qualquer elemento com o seu contíguo, e deste com um terceiro são um binómio constante. A Figura 19 em baixo é exemplo dessa característica. O definição do *ponto médio de simetria* revela três características primárias de invariância que surgem em qualquer ciclo simétrico: uma invariância simétrica da primeira metade do ciclo com transposição de trítono (T6), uma invariância na inversão das duas séries que compõem o ciclo, e uma invariância na simetria da forma retrógrado. Com efeito, a distinção entre as formas Original (Prime) e Retrógrada é eliminada.

Ciclo de Intervalo 7

The figure displays musical notation for the Interval Cycle of 7. It consists of four staves:

- Staff 1:** Labeled "p7 - (P) Prime", showing a sequence of notes in a treble clef.
- Staff 2:** Labeled "i5 - (I) Inversão", showing the corresponding inverted sequence in a bass clef.
- Staff 3:** Labeled "P₀P₇ Intervalo de soma 7 (Prime 7)", showing the Prime series with brackets indicating intervals of sum 7. A vertical line marks the "ponto médio de simetria". Below the staff, it is labeled "Intervalo de soma 0 (Prime 0)".
- Staff 4:** Labeled "I₃I₁₀ Intervalo de Soma 3 (Inversão 3)", showing the Inversion series with brackets indicating intervals of sum 3. A vertical line marks the "ponto médio de simetria". Below the staff, it is labeled "Intervalo de Soma 10 (Inversão 10)".

Figura 19: Intervalos de Soma Constante.

A Figura 20 apresenta o resultado harmónico de dois ciclos cognatos. Este processo implica a justaposição das notas vizinhas dos dois ciclos (a azul), com a mesma nota eixo partilhada (a vermelho). Esta progressão harmónica é elaborada sobre um baixo que na verdade é a mesma série pop7 (a amarelo).

P₀P₇ Verticalização: nota eixo + notas vizinhas

I₃I₁₀ Verticalização: nota eixo + notas vizinhas

Cognatização dos dois ciclos com base no mesmo eixo

Figura 20: Cognatização dos dois ciclos com base no mesmo eixo.

The image shows a musical score with two systems of chords, labeled A and B. System A (left, blue box) contains six chords in a sequence. System B (right, red box) contains six chords in a sequence. Below the systems, a blue arrow points right and a red arrow points left, with the text $A = T(6), \text{Inv. } B$ between them.

Figura 21: Relação dos subconjuntos A e B.

A Figura 21 apresenta a relação constante entre os seis primeiros acordes do subconjunto A e os seis últimos acordes do B. A transforma-se em B pela sua inversão (Inv.) e transposição trítono T(6). Esta atributo está na origem da nomenclatura analítica definida por Perle (ver Perle, 1964, pp. 97-98) e explorada por Carrabré no trabalho analítico de obras de Perle (Carrabré, 1993). A Figura 22 mostra a representação analítica da relação funcional entre a progressão A (com graus funcionais em numeração romana) e a progressão B (com graus em indo-árabe). A funcionalidade harmónica entre os conjuntos é verificada pela equivalência de ordem comum em romano e indo-árabe à distância do trítono, e da sua disposição em sentido inverso.

The image shows the same musical score as Figure 21, but with functional labels below the chords. Under system A, the chords are labeled with Roman numerals I, II, III, IV, V, VI from left to right. Under system B, the chords are labeled with Indo-Arabic numerals 6, 5, 4, 3, 2, 1 from left to right. The blue and red boxes and arrows from Figure 21 are still present.

Figura 22: Relação harmónica de Trítono.

Perle's discovery of twelve-tone tonality occurred within a context that was strongly influenced by the Schoenbergian twelve-tone system. However, the strong melodic function implicit in "the general definition of the Schoenbergian tone row as an ordered succession of the twelve-notes of the chromatic scale" was not compatible with Perle's objective, which was to pre-define the pitch material of the chromatic scale in such a way that it could function as the scale had in diatonic tonality. Perle's quest for an answer to what he felt were the "problematic aspects of verticalization [in the twelve-tone system] lead him to explore the harmonic potential of the twelve-tone modal system. [...] Unfortunately, Perle never offered a detailed discussion of his criteria for harmonic succession (Carrabré, 1993, pp. 122-123).

  possível apreender algumas das técnicas de Perle de reordena o pr -compositiva através do exemplo da seguinte Figura 23. Agrupando os acordes dois a dois, unindo os eixos nos baixos, consegue-se com esta interpola o uma progressão cromática das vozes inferiores de somatório 7 constante.

The figure displays two systems of musical notation, each consisting of a treble and bass clef staff. The top system shows a sequence of six pairs of chords, labeled I-II, III-IV, V-VI, 6-5, 4-3, and 2-1. The bottom system shows a reordering of these pairs: I-II, 3-4, V-VI, 6-5, IV-III, and 2-1. Colored boxes (cyan, purple, green, yellow, red, pink) group the chords in pairs, and lines connect these boxes between the two systems, illustrating the reordering process. The bass lines in both systems show a chromatic progression of notes, with the bottom system's bass line being a chromatic scale starting from a lower pitch.

Figura 23: Reordena o pr -compositiva.

A aplicação dos modos (I, II e III) e das formas (W, X e Z) pode ser observado no cap. 2 do trabalho de tese de Carrabré sobre obra de Perle (Carrabré, 1993, pp. 121-169). No cap.3 do mesmo trabalho analítico entrega-se à questão dos centros tonais, desenvolvimento que levou Perle a mudar a sua *Twelve-Tone Modality* para *Twelve-Tone Tonality* (pp. 170-231).

While the relationship between transpositionally related arrays had been the focus of the modal system, the establishment of tonal centers have begun to predominate the structural processes within the tonal system (Carrabré, 1993).

A Figura 24 apresenta um trecho de uma obra orquestral encomendada pela "Guimarães 2012 – Capital Europeia da Cultura" de nome *Abertura em Forma de Pena*. O excerto entre os compassos 50 e 55 foi construído com base nos ciclos simétricos de Perle, respeitando até certo ponto a ordenação do conjunto: a linha de eixo começa na tuba continuando na parte do clarinete, enquanto as harmonias associadas foram distribuídas pelos outros instrumentos.

A disposição no espaço desta componente harmónica pode resultar em contorno melódico, mas neste caso a melodia é consequência do processo e não o contrário. O sistema da Perle tem seus resultados pré-composicionais finais na forma de progressões de acordes – entidades verticais com organização estrutural onde se pretende que existem *graus tonais* com função análoga àqueles presentes na tonalidade funcional. Com efeito, uma estrutura harmónica com inexistência motívica por um lado, e uma estrutura motívica com inexistência harmónica por outro, terão de ser posicionadas em polos de oposição – ou de complemento.

The image displays a page of a musical score for a symphony, titled "Abertura em Forma de Pena" by Telmo Marques. The score is for a full orchestra and includes woodwinds, brass, percussion, strings, and piano. The page number "9" is visible in the top right corner. The score is written in a key signature of one flat (B-flat major or D minor) and features dynamic markings such as *ff*, *p*, *mf*, and *pp*. A blue box highlights a passage in the woodwinds and brass, and a red box highlights a passage in the brass and piano. The piano part includes a key signature change to G major (G#) in the final measure of the highlighted section.

Figura 24: Abertura em Forma de Pena.

4.3. Desenvolvimentos Exteriores

São muitos os desenvolvimentos que se seguiram ao serialismo de Schoenberg. É fácil perceber que alguns deles vão de encontro às necessidades de sistematização harmónica, como é o caso do processo de rotação cíclica de hexacordes formulado por Ernst Krenek em *Lamentatio Jeremiae* em 1941 e usado por Igor Stravinsky a partir da obra *Movements* de 1959 (Simms, 1996, p. 69). Depois de dispor o hexacorde e as suas cinco rotações numa matriz (Tabela 1), todas as rotações sofrem uma transposição de forma a que todos os hexacordes comecem com a mesma nota (Tabela 2).

Tabela 1: Rotação cíclica.

2	0	9	11	4	10
0	9	11	4	10	2
9	11	4	10	2	0
11	4	10	2	0	9
4	10	2	0	9	11
10	2	0	9	11	4

Tabela 2: Transposição.

2	0	9	11	4	10
2	11	1	6	0	4
2	4	9	3	7	5
2	7	1	5	3	0
2	8	0	10	7	9
2	6	4	1	3	8

Este processo facilita a construção de conjuntos cordais, como é explicado por Simms:

The matrix is used by Stravinsky in various ways in his *Variations*, especially to guide him in constructing chords by duplicating the content of pitches found in vertical columns of the matrix. These verticalities greatly expand the harmonic vocabulary derivable from the row. The third and fifth columns of the matrix, for example, form major/minor tetrachords – a set that had long been favoured by Stravinsky (Simms, 1996, p. 69).

Os termos *Combinatorialidade* e *Invariância* foram cunhados por outra figura proeminente no estudo das potencialidades do serialismo, Milton Babbitt. Por *Combinatorialidade* entenda-se da capacidade de um segmento de série, quando combinado com uma ou mais transformações de si próprio, resultar na coleção das doze notas cromáticas temperadas a que Babbitt dá o nome de *agregado* (Simms, 1996, p. 70).

Partindo da série original do *Präludium* da Suite para Piano Op.25 de Schoenberg, podemos verificar que, quando combinada com a Inversão na 7^a transposição, apresenta propriedades de combinatorialidade conforme o seguinte: os primeiros hexacordes de P₀ e I₇ combinados, resultam num *agregado* (12 notas diferentes); os segundos hexacordes de P₀ e I₇ combinados, resultam também num *agregado* (12 notas diferentes).

	primeiro hexacorde	segundo hexacorde
P ₀ :	4 5 7 1 6 3	8 2 11 0 9 10
I ₇ :	11 10 8 2 9 0	7 1 4 3 6 5
	agregado	agregado

Por *Invariância* entenda-se em geral da capacidade de uma série (ou segmento de série) em manter elementos característicos, após transformação ou transformações como sejam as operações de retrogradação, inversão, retrogradação da inversão e transposição.

O sistema de Perle também não ficou pelo seu enunciado inicial. Numa entrevista a Joshua Cody, Paul Lansky lembra que o sistema de George Perle seria completamente ignorado por 30 anos após o momento do seu nascimento e a sua exposição por volta de 1939 (Cody, 1996, p. 20). É por essa altura que Lansky inicia um intenso período de colaboração de cerca de quatro anos com Perle que perduraria até 1973 e resultaria na expansão radical da teoria original visível na terceira edição de *Serial Composition and Atonality* (1972). Essa expansão é visível no trabalho de doutoramento *Affine Music* de Lansky (1973), logo na primeira edição de *Twelve-Tone Tonality* de Perle (1977a) e mais consistente na segunda edição em 1996 (Perle, 1996). Dez anos mais tarde, numa entrevista a Curtis Roads, Lansky afirmaria:

Essentially, the system Perle and I were working on is based on multidimensional cyclic arrays. The point is that you are not concerned with ordering, as you are in the 12-tone system, but more concerned with the context that a given bunch of notes may have in this universe of pitch cycles in many dimensions (Roads, 1983, p. 17).

Pode-se compreender que a ordem presente na série de Schoenberg, de importância vital para o processo compositivo e para a unidade formal da obra, não tem equivalente na ordenação dos eventos no sistema TTT. Este manifesta uma aparente multidimensionalidade, sendo no entanto uma multidimensionalidade não ordenada, não linear. Com a proposta de distinção entre *implicativo* e o *referencial*, Lansky procura diferenciar O *implicativo* refere-se aos elementos musicais (notas, acordes, passagens) que implicam outros elementos musicais, sejam por implicação consequente, simultânea ou prévia (ex: suspensões, resoluções, progressões, sequências, sem atender se essas implicações são realizadas ou não). O *referencial* refere-se à habilidade de relacionar essa nota, esse acorde, essa passagem, com um conceito mais abstrato como é uma escala, uma tonalidade, ou uma série de notas ou de *pitch-class set* (ver Lansky, 1995). A tentativa de relacionar a similaridade intervalar diádica dos ciclos de Perle com o *implicativo* e as classes de igual somatório com o *referencial* parece apesar de tudo um pouco artificial, tendo em conta a influência que o contexto musical pode trazer a esta abordagem. Uma constância intervalar, tal como uma constância de igual somatório, apontam ambas

para a mesma referencialidade, estando a consequência, a simultaneidade ou a antecedência dependentes apenas das opções disponíveis ao compositor, e não condicionadas pelo princípio *implicativo*. Daqui se pode perceber que Lansky termine por afirmar que o sistema TTT de Perle é mais dependente do *referencial* que do *implicativo*:

I feel that the 12-tone system is overly dependent on reference and has weak implicative potential. Most of the well-known techniques, such as combinatoriality, are effective at telling us where we are at any given point, allowing us to make connections and associations between spots, and create clear transformations which, to my ear, have the main effect of shifting reference, but with an ineffective and artificial sense of implication. I simply don't like the way in which relations between moments are formed by comparing points of reference. Proponents will probably say that I am expressing a simple-minded view of transformation and of the 12-tone system, but I think I am simply saying that I do not hear the implicative sense of most classical 12-tone transformations, and consequently don't see the 12-tone system making a compelling case for interaction between reference and implication⁶⁴.

Patrick Carrabré (1993) expõe o novo sistema ou linguagem de Perle como causador de confusão, desde logo pela sua própria designação: *Twelve-Tone Tonality*. Estes dois conceitos, indiciadores de abordagens incompatíveis na organização musical, assim reunidos resultam em confusão e polémica devido à sua mútua exclusividade: Se por um lado o termo *tonality* está diretamente relacionado com o sistema tonal diatónico, o termo *twelve-tone* foi concebido como um meio de evitar, ou mesmo negar, o funcionalismo tonal⁶⁵.

⁶⁴ <http://silverstone.princeton.edu/~paul/perle.html> (consultado em 2014-01-28).

⁶⁵ “A great deal of confusion exists regarding “twelve-tone tonality,” the musical “language” or “system” utilized by George Perle as the structural basis for pitch relationships in most of his mature compositions. This situation results, for many, quite simply because he has chosen to join the terms “twelve-tone” and “tonality.” For many contemporary musicians these terms are mutually exclusive, connoting antithetical approaches to the organization of music. This dialectic relationship arises from the fact that the term “tonality” is associated with the diatonic tonal system, which was held in common by the western composers for almost three hundred years, ending in the early twentieth century, while “twelve-tone” is synonymous with more recent methods of composition which were, to a great extent, conceived as a means of avoiding, or even negating, the function of tonality” (Carrabré, 1993, p. 1).

Gretchen Foley reorganiza a teoria de Perle num formato mais acessível fornecendo análises detalhadas de dois dos seus *Six Etudes for Piano*. As análises pretendem marcar uma distinção entre a dimensão abstrata da construção TTT e sua materialização na superfície musical, quer no aspeto local como na sua macroestrutura. As análises de Foley pretendem ir para além da teorização de Perle utilizando para isso ferramentas da teoria pitch-class set na sua abordagem. A partir das associações com a teoria *pitch-class set* identifica um número de propriedades estruturais, incluindo a simetria inversional, combinação transposicional e equivalência em outros universos modulares resultando no que vem a classificar como "imbricated cyclic set families." O estudo também apresenta uma relação de similaridade original de acrónimo RSYM, para refletir a natureza simétrica da semelhança intervalar entre pares de classes de conjunto das famílias ICS.

Steven Rosenhaus apresenta na sua tese os dez princípios gerais da teoria de Perle. Uma síntese de todo um estudo da teoria a partir dos textos de Perle e de desenvolvimentos da tese de Patrick Carrabré (Rosenhaus, 1995).

4.4. Algumas Conclusões Preliminares

Do atrás discutido podemos extrair duas tendências de afirmação com respeito a cada um dos sistemas abordados:

1. A dimensão linear presente na série (dodecafónica ou não) é de extrema relevância na determinação motívica – e caso essa conotação seja do interesse do compositor. Esta relevância linear não se encontra evidente no sistema TTT.
2. A organização e estruturação harmónica com sustentação em princípios de simetria é uma mais valia na teoria TTT. Esta mais valia não se encontra na teoria serialista inicial.

Na

Tabela 3 apresentamos uma síntese do resultado deste estudo comparativo relativo ao binómio linear/vertical presentes nos sistemas de Schoenberg e de Perle. Podemos ver as mais-valias que um sistema motívico pode oferecer, assim como as mais-valias que um sistema harmónico funcional também pode oferecer. Também podemos perceber a mais-valia de um sistema capaz de reunir o melhor de dois mundos.

Tabela 3: Quadro comparativo das dimensões vertical e horizontal.

	Dimensão Horizontal	Dimensão Vertical
Sistema serial dodecafónico	<ol style="list-style-type: none"> 1. A série já parte da premissa linear; 2. Funciona como motivo temático; 3. A Matriz é um auxiliar de transformação da série em R (retrógrado), I (inversão) e RI (retrógrado da inversão); 4. As transformações da Matriz são lineares, não apresentando fundamento de articulação na definição harmónica. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Critério pré-compositivo de adjacências dos elementos da série; 2. Sobreposição de linhas – contraponto; 3. Segmentação da série, habitualmente em hexacordes, tetracordes e tricordes derivado das propriedades do número doze⁶⁶. 4. O conteúdo total da série impõe restrições pré-compositivas determinantes na exclusão de relações harmónicas.
Twelve-Tone Tonality	<ol style="list-style-type: none"> 1. Os Ciclos de simetria resultam em linearidade previsível; 2. O processo de segmentação destas séries origina sempre o mesmo padrão de invariância intervalar. (Essa é afinal a essência que fundamenta todo o do sistema); 3. Esse padrão, resultando no mesmo desenho linear, é pobre em interesse motivico. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. As simultaneidades (harmonia ou verticalização) resultam da interpolação de ciclos simétricos; 2. Critério pré-compositivo para os elementos pertencentes ao eixo (axis) e aos adjacentes (neighbors) da série cíclica.

⁶⁶ Na prática compositiva serial, a simultaneidade harmónica com base na segmentação da série obedece a critérios que podem ser descritos do seguinte modo: a relevância harmónica da formação linear está na proporção inversa ao número de elementos que constituem este segmento. Se a formação harmónica contém apenas duas notas as adjacências verticais e horizontais serão idênticas; se contém doze notas não tem relação com nenhum arranjo linear pois funciona como verticalização de toda e qualquer série (t.l.a.) (Perle, 1991, p. 85).

O modelo desenvolvido e apresentado no capítulo seguinte exibe um perfil de reciprocidade entre as dimensões linear e harmónica, patenteada por uma bidireccionalidade com sentidos do melódico para o harmónico e vice-versa. Assim a harmonia é inferência de uma premissa temática (melódica) e, do mesmo modo, a melodia pode também resultar de uma premissa harmónica. Toda a sustentação do sistema evidencia uma relação direta com a sustentação de Perle na sua TTT – o princípio unificador estrutural de simetria. Cumulativamente, não difere dos princípios de ordem presentes nos sistemas de Schoenberg e de Perle.

PARTE 3: TEORIA

5. GEOMETRIA SERIAL: UM MODELO COMPOSITIVO

“Les modèles ne se cherchent ni ne se trouvent : ils se construisent.”

Serge Pahaut⁶⁷

O modelo pré-compositivo que se avança neste estudo foi desenvolvido com sustentação no atrás exposto e discutido e extrapolado para o campo da geometria Euclidiana⁶⁸. Assenta a sua base como ponto de partida nos dois sistemas discutidos: o sistema serial de Schoenberg e o TTT de Perle, de perspectivas ortogonais, mas com evidentes características de complementaridade. Como foi anteriormente apresentado e discutido neste trabalho, a perspectiva de Schoenberg revela uma concepção linear, onde a série funciona como se de um motivo ou tema se tratasse; Por outro lado, do sistema TTT de Perle emergem simultaneidades harmónicas baseado em ciclos de simetria. A *Geometria Serial* é a resposta à possibilidade de construir um sistema compositivo circunscrito às doze notas temperadas cromáticas

⁶⁷ “Un modèle ne se retrouve jamais en un lieu du monde qu’il n’y ait été mis en œuvre d’abord. Il n’y a pas de diffusion d’objets inertes dans le règne de la culture. Et donc les modèles ne se cherchent ni ne se trouvent : ils se construisent” (Pahaut, 1991, p. 11).

⁶⁸ A geometria euclidiana parte do axioma que linhas retas ou planos permanecem sempre a uma distância fixa uns dos outros independentemente do seu comprimento. Os postulados de Euclides são:

- a) Dados dois pontos distintos, há um único segmento de reta que os une;
- b) Um segmento de reta pode ser prolongado indefinidamente para construir uma reta;
- c) Dados um ponto qualquer e uma distância qualquer, pode-se construir uma circunferência de centro naquele ponto e com raio igual à distância dada;
- d) Todos os ângulos retos são congruentes (semelhantes);

Postulado de Euclides: "Se uma linha reta corta duas linhas retas de forma a que os dois ângulos internos de um mesmo lado sejam (em conjunto, ou soma) menores que dois ângulos retos, então as duas linhas retas, se forem prolongadas indefinidamente, encontram-se num ponto no mesmo lado em que os dois ângulos são menores que dois ângulos retos."

Paralelismo de Euclides. "Há um ponto P e uma reta r não incidentes tais que no plano que definem não há mais do que uma reta incidente com P e paralela a r."

http://pt.wikipedia.org/wiki/Geometria_euclidiana/
(consultado em 2014-01-12).

onde seja clara a equipendência na dicotomia motivico/harmónico, assumindo uma abordagem interativa entre o horizontal e as demonstrações verticais alicerçado em padrões cíclicos de simetria e configurações geométricas. A intencionalidade do termo *serial* não se pretende comparável com o peso histórico de um serialismo iniciado com os *Tropes* de Joseph Hauer, transformado em dodecafonismo por Schoenberg e extrapolado ao rigor do integralismo apontado por Webern (embora não assumido por este). Preferiu-se *serial* com acentuação no aspeto morfológico, mantendo as definições que o postulado impõe: a série baseia-se no universo cromático das doze notas, sem diferenças de peso valorativo (enquanto figura geométrica) e não havendo lugar a repetições. A semântica dos processos e sistemas compositivos históricos que orbitam em torno da música serial são modelos a observar, mas a não repetir em prole da originalidade do modelo que se oferece.

Utilizar o termo *serial* noutra contexto que não o tradicional pode empertigar alguns estudiosos, podendo mesmo atingir um sentimento de repulsa pela ousadia de mexer em algo que se pode considerar um *canon*, matéria intocável e sacralizada. Não se pretende utilizar o termo com a significação que se encontra universalizada, mas só e apenas pelo ser significado estrito. No presente contexto, a palavra *serial* é capital na definição do sistema. *Serial* no seguinte sentido:

Serial – série cromática de doze notas temperadas estruturadas.

Geometria no seguinte sentido:

Geometria – ordenação estruturada determinada por uma figura geométrica.

Segundo Simms “Serialism is a method of composition by which the order of occurrence of one or more musical elements is determined by a preexistent arrangement. [...] Serialism is thus a structural element and compositional method that does not produce any single musical style” (Simms, 1996, p. 61).

Esta ordem pré-existente é definida pela geometria aplicada à série. Podemos assim avançar com uma primeira tentativa de definição geral:

Define-se assim *Geometria Serial* como “um sistema pré-compositivo que utiliza a série cromática de doze notas temperadas doze-notas de ordenação estruturadas de integração motivico/harmónica sustentada em padrões de simetria e equilíbrio geométrico”.

A análise segmentar desta definição traduz-se no seguinte descritivo:

1. Um sistema pré-compositivo – é normativo e constrangido não apresentando resultados musicais com aspeto de obra finalizada. Este condicionalismo aumenta o perfil de neutralidade estilística, sendo essa parte do processo criativo deixado inteiramente à disposição do compositor. Encontra-se perfeitamente enquadrado no conceito de Composição Algorítmica Assistida por Computador (CAAC);
2. Com doze-notas – tradução literal do termo *twelve-tone* representativo do espaço cromático temperado da oitava. A relação com o termo *serial* deve-se também ao condicionalismo da não-repetição de notas (*pitch-class*);
3. De integração motivico/harmónica – uma das pretensões deste trabalho de investigação já discutido nos capítulos anteriores. A plenitude integrada das perspectivas de horizontalidade e verticalidade musical;
4. Sustentada em padrões de simetria – a simetria como aspeto determinante de unidade orgânica na composição musical. Assunto também já discutido em capítulos anteriores;
5. E equilíbrio geométrico – a figura geométrica como representação do espaço musical das doze-notas, e como suporte equilibrado na distribuição das doze-notas em padrões segmentais de igual somatório resultantes em policordes.

Assim a representação do espaço musical (search space) fica restrito às doze notas, com equidade na não-repetição de notas imposta pela figuração geométrica. O modelo foi implementado em PWGL para CAAC em duas fases. Uma primeira fase de desenvolvimento da teoria GH (Geometria Harmónica) onde foram exploradas estruturas e progressões harmónicas com evidências de geometria e simetria cíclica; uma segunda fase com a integração (interação) da perspectiva motivico-linear com a GH a fim de sustentar os predicados motivico/harmónico discutidos anteriormente.

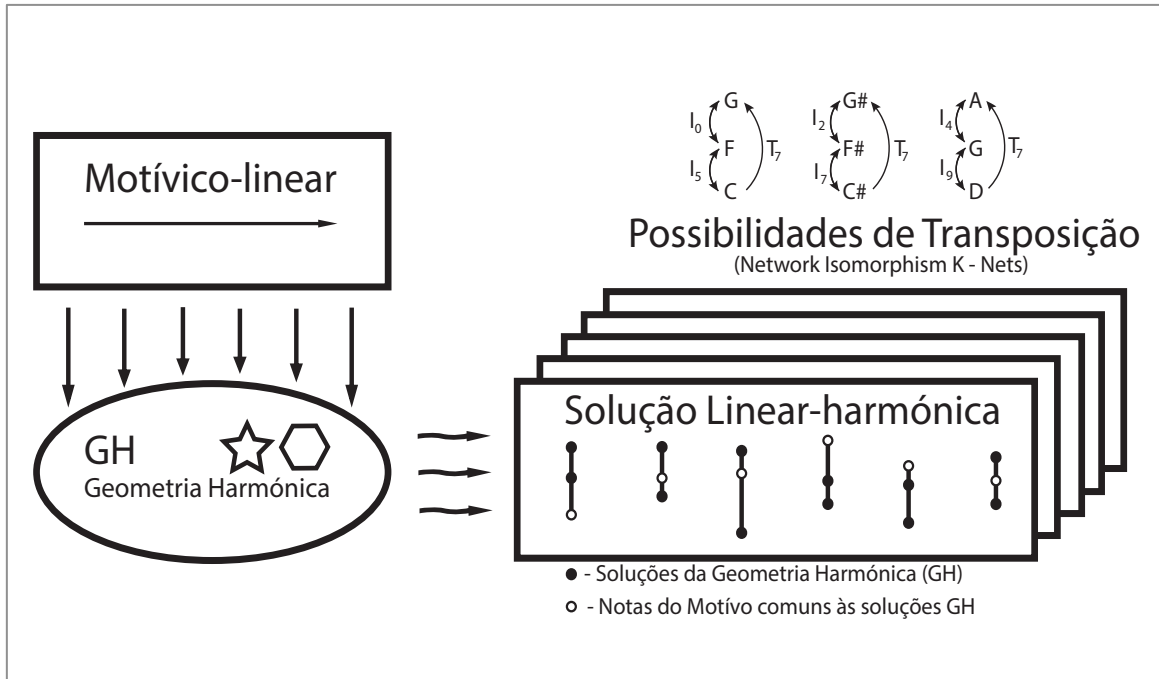


Figura 25: Modelo melódico/harmónico da *Geometria Serial*.

A Figura 25 em cima é representativa do modelo motívico/harmónico onde se pode perceber a integração da perspectiva linear com a simultaneidade harmónica da teoria GH. Esta articulação vai gerar soluções em que o motivo se encontra integrado nas progressões harmónicas fundamentadas na teoria GH. A construção motívica ainda fica dependente de decisões exteriores ao sistema. A partir deste momento a teoria GH é estendida às possibilidades de transposição – de modo a ter soluções compatíveis com a proposta motívica – transposições estas com características diretamente comparáveis com o isomorfismo das redes de Klumpenhouwer (K – Nets)⁶⁹.

⁶⁹ A terminologia *network isomorphism* (isomorfismo nas redes de Klumpenhouwer, ou K-Nets) caracteriza-se pela relação existente entre dois membros da mesma *pitchclass set* (ou *pcs*). A transposição total e equitativa de todos os elementos de um acorde não altera a sua *pcs* segundo princípio teórico de Alan Forte (Forte, 1973). Para as redes de Klumpenhouwer ver também (Klumpenhouwer, 1991a, 1991b; Lambert, 2002; Lewin, 1987, 1990, 2002; Stoecker, 2002).

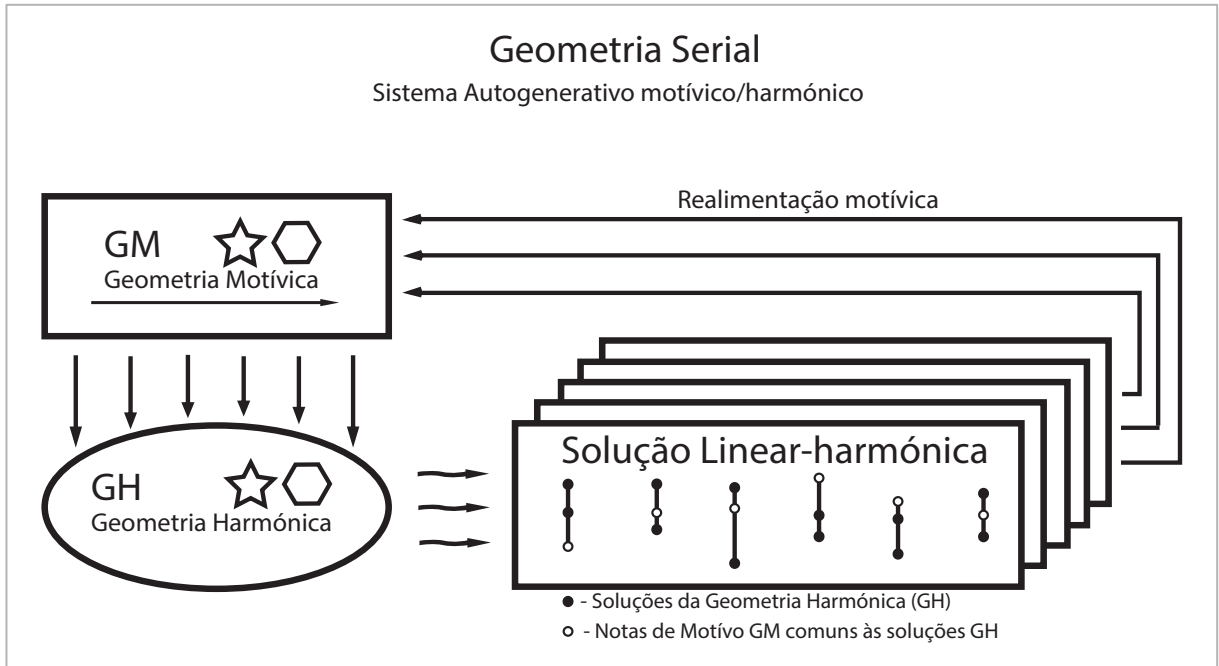


Figura 26: Modelo de Geometria Serial.

A Figura 26 mostra a realimentação do modulo motivico através dos resultados linear-harmónicos. Completa-se assim o ciclo orgânico do modelo de Geometria Serial.

5.1. Geometria Harmónica – GH

O modelo oferece uma gramática com os seguintes postulados:

1. São consentidas figurações geométricas bi-dimensionais cuja representação apresente claramente propriedades de simetria bilateral ou radial;
2. As figuras geométricas devem apresentar com clareza doze pontos referenciais consequência de qualquer das seguintes classificações: a) arestas, b) pontos de intersecção, c) pontos de delimitação divisória;
3. Os doze pontos são classificados com as variantes de A a L representativas das doze notas cromáticas às quais se atribui um valor de 0 a 11 conforme nomenclatura *pitchclass*;
4. Os doze pontos – doze notas – não podem conter repetições;
5. Alguns destes pontos são comuns a mais que um segmento passando a ter propriedades específicas sendo definidos pelos seus EC – Elementos Comuns (ver capítulo 5.2)⁷⁰;
6. As figuras geométricas devem apresentar com clareza segmentos distribuídos simetricamente pela figura com os pontos referenciais também distribuídos igualitariamente;

⁷⁰ Já no contexto dodecafónico a importância dos *elementos comuns* assumia relevo na ordenação estrutural dos grupos de notas (ver Lester, 1989, p. 190).

7. Cada segmento terá de um número de notas que, conforme a figura, varia entre o tricorde e o hexacorde. Todos os segmentos de uma mesma figura terão de apresentar somatório igual das notas que o integram, somatório esse definido ao início mediante as possibilidades de permutação inerentes ao complexo do conjunto;
8. A capacidade de transposição apenas se utilizará depois de definida a progressão harmónica original (ou *Prime*).

Numa primeira fase procurou-se perceber o universo de possibilidades do modelo GH de Geometria Harmónica no seu todo através da programação algorítmica passo a passo capaz de fornecer uma solução total. Delimitou-se o número de simultaneidades da estrutura harmónica entre três e seis vozes: abaixo de tricorde apenas temos intervalos; estender para lá do hexacorde, para além da aproximação à série total, acresce complexidade harmónica com impossibilidades no campo da simetria e da geometria. É no entanto possível através de figuração geométrica virtual abstrata, como é abordado nas conclusões finais.

5.1.1 GH – Tricordes em Hexágono

A Figura 27 apresenta uma solução geométrica para organizar tricordes de igual somatório, tendo como base uma organização das doze notas cromáticas representadas por variáveis de A a L.

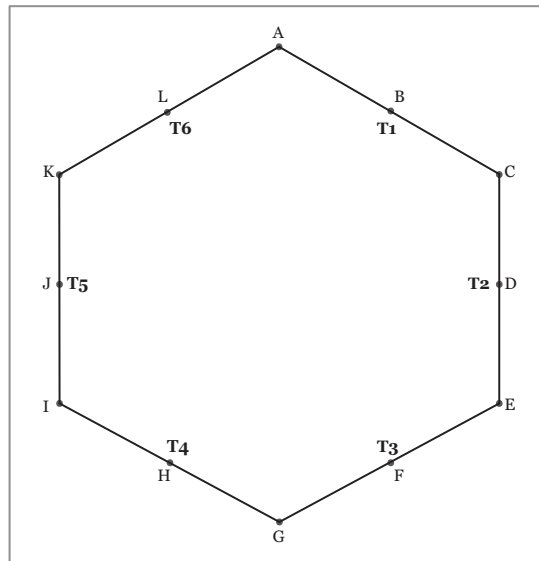


Figura 27: Tricordes em Hexágono.

Tal como numa série dodecafónica, aqui podemos encontrar propriedades geométricas e proporções de equivalência simétrica. Cada lado representa um tricorde de igual somatório das suas notas. Para isso é necessário que:

$$A+B+C=C+D+E=E+F+G=G+H+I=I+J+K=K+L+A= s \text{ (somatório)}$$

Neste exemplo é facilmente verificável a propriedade em relação aos elementos comuns de proximidade: Dois segmentos próximos – aqui dir-se-á mesmo *contíguos* – apresentam um elemento comum; três elementos contíguos apresentam dois elementos comuns. Assim definimos EC 1:2 segundo morfologia já apresentada.

O *patch* da Figura 28 encontrou soluções positivas para somatórios de valor compreendido entre 14 e 19.

value-box
(12* ((0_11)))

Only Triadic Sums between 14 and 19 return an output.
TRIADIC SUMS => 13 14 15 16 17 18 19 20

Multi-PMC
search-space
data
length
sequences

matrix-constructor
data
length
sequences

MATRIX

Matrix-editor
matrix-object/labels/data

1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	1	10	6	4	7	2	8	0	9	3	5	11
2	1	7	9	3	5	8	4	2	11	0	6	10
3	1	7	9	0	8	6	3	4	10	2	5	11
4	1	5	11	2	4	10	3	6	8	0	9	7
5	0	8	9	3	5	1	11	2	4	6	7	10
6	0	6	11	2	4	8	5	3	9	1	7	10
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
12	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Like in a serial dodecaponic set, here we can find geometrical properties and symmetrical proportional equivalences. Each edge segment represents a trichord. All trichord has the same sum. For example, if sum 17 is selected, then
 $A+B+C=C+D+E=E+F+G=G+H+I=I+J+K=K+L+A=17$
Because rotations between vertices result in equivalent sets, the search compares those sets and returns only the Primes - those where the first integer tends to zero. Counter-clockwise results result in unnecessary inversions duplicates: Constraint $B < L$.

1. Select the TRIADIC SUM wanted,
2. Click the buttons on the left starting with no. 1 till you get no results,
3. Click the MATRIX button to visualize the results in the matrix.

Figura 28: Totalidade de soluções para os tricordes em Hexágono.

O objecto *Multi-PMC* permite definir através de regras a procura a desenvolver num determinado espaço musical (*search-space*), aqui definido e delimitado ao universo cromático de uma oitava.

O código para definir essas regras é o seguinte:

```
(* ?1
  (?if (not (member ?1 (rest rl))))
  "No duplicates")
(* ?1
  (?if (not (member (mod ?1 12) (rest rl) :key #'mod12)))
  "No pitch class duplicates")
(i1 i2 i3
  (?if (eq (+ (+ i1 i2) i3) 17)))
(i3 i4 i5
  (?if (eq (+ (+ i3 i4) i5) 17)))
(i5 i6 i7
  (?if (eq (+ (+ i5 i6) i7) 17)))
(i7 i8 i9
  (?if (eq (+ (+ i7 i8) i9) 17)))
(i9 i10 i11
  (?if (eq (+ (+ i9 i10) i11) 17)))
(i11 i12 i1
  (?if (eq (+ (+ i11 i12) i1) 17)))
(i1 i3
  (?if (< i1 i3))
  "no rotation invariance")
(i1 i5
  (?if (< i1 i5)))
(i1 i7
  (?if (< i1 i7)))
(i1 i9
  (?if (< i1 i9)))
(i1 i11
  (?if (< i1 i11)))
(i2 i12
  (?if (< i2 i12))
  "no retrograde invariance")
```

Tabela 4: Distribuição sequencial dos tricordes.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
o	o	o									
		+	+	+							
				*	*	*					
						x	x	x			
								©	©	©	
Ω										Ω	Ω

A Tabela 4 apresenta a distribuição dos seis segmentos tricordais e o respectivo padrão de desfasamento. De notar o atributo da rotatividade: o ciclo passa da letra L para a letra A do início, fruto da simetria axial da figura geométrica. Esta característica verificar-se-á em todas as figuras.

Como a rotação da série com base nos vértices resulta em séries equivalentes, o resultado apresenta apenas as *Primes* – aqueles em que o primeiro elemento é mais próximo de zero. O código escrito para este caso não difere muito do anterior com as devidas adaptações às diferenças geométricas e de textura harmónica.

Exemplo: Seleccionamos a primeira solução da tabela – 0 10 4 9 1 11 2 7 5 3 6 8.

Cada letra tem relação direta com a posição da série.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
0	10	4	9	1	11	2	7	5	3	6	8

Assim, para definir os seis tricordes de cada série teremos de extrair os valores de cada lado dos dois triângulos:

A B C – 0 10 4
 C D E – 4 9 1
 E F G – 1 11 2

G H I – 2 7 5
 I J K – 5 3 6
 K L A – 6 8 0

Surge entretanto uma questão de invariância que se prende com as soluções resultantes do sentido indireto (sentido contrário aos ponteiros do relógio). Como se pode ver pela figura do hexágono, a sequência [A B C D E ...] espelha-se no seu retrógrado [A L K J I ...]. Observemos por exemplo os resultados para a Soma 14:

Somatório 14:

0 10 4 9 1 11 2 7 5 3 6 8 (0) ←

0 10 4 8 2 11 1 7 6 3 5 9 (0) ←

0 10 4 7 3 9 2 11 1 5 8 6 (0) ←

0 9 5 3 6 7 1 11 2 8 4 10 (0)

0 8 6 3 5 7 2 11 1 9 4 10 (0)

0 6 8 5 1 11 2 9 3 7 4 10 (0)

As primeiras três soluções já se encontram representadas nos retrógrados das três seguintes e últimas. De maneira a reduzir o número de soluções às suas *Prime* acrescentou-se a condição $B < L$ ao código, afastando assim estas invariâncias.

(i2 i12

(?if (< i2 i12))

A tabela com a totalidade de soluções pode ser consultada no Apêndice 2.

5.1.2 GH – Tetracordes em Estrela

A Figura 29 representa uma solução geométrica para organizar tetracordes de igual somatório, mantendo a organização das doze notas representadas por variáveis de A a L.

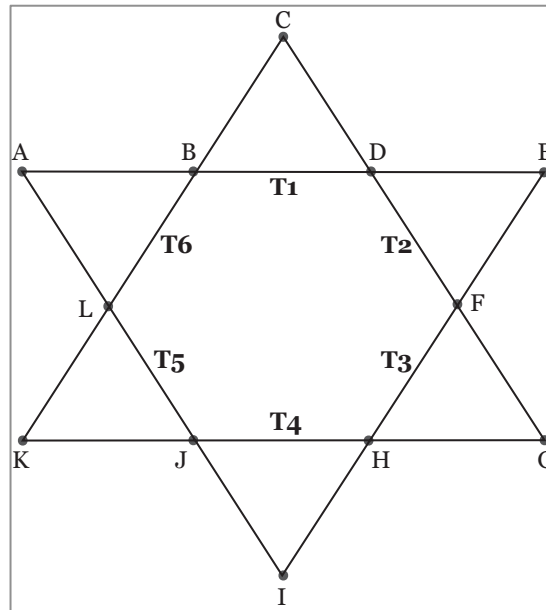


Figura 29: Tetracordes em Estrela.

Procurámos encontrar propriedades geométricas e proporções de equivalência simétrica. Cada segmento representa um tetracorde de igual somatório das suas notas. Neste caso a única solução é para s (somatório) = 22. Apresenta na relação de elementos comuns EC 1:3 (o número de elementos comuns com três segmentos de proximidade é igual a 3).

A relação entre segmentos tem de respeitar a seguinte série de equivalências:

$$A+B+D+E=C+D+F+G=E+F+H+I=G+H+J+K=I+J+L+A=K+L+B+C= s \text{ (somatório)}$$

TETRACHORDS: STAR
80 non-equivalent solutions

Based on a dodecahpic set, here we can find geometrical properties and symmetrical proportional equivalences. Each edge segment represents a tetrachord. All tetrachords have the same sum. In this case the solution is SUM 22.

$A+B+D+E+E+F+H+H+I+J+L+A=C+D+F+G=G+H+H+K+L+B+C=22$

Because rotations between vertices result in equivalent sets, the search completes those sets and returns only the Primes - those where the first integer tends to zero.

Matrix-editor

matrix-object/labels/data

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
2	5	0	7	8	9	1	6	2	10	3	11	4
2	4	2	5	6	10	0	11	3	9	1	7	8
3	4	1	6	9	8	0	7	3	11	2	10	5
4	4	0	5	8	10	2	7	1	9	3	11	6
5	3	2	7	6	11	1	8	0	10	5	9	4
6	3	2	7	6	11	0	9	1	10	4	8	5
7	3	2	4	8	9	0	10	6	7	1	5	11
8	3	1	5	7	11	2	8	0	9	4	10	6
9	3	0	4	9	10	1	8	5	6	2	7	11
10	2	6	3	10	4	0	9	7	11	1	5	8
11	2	5	3	8	7	0	11	6	9	1	4	10
12	2	4	3	11	5	0	8	7	10	1	6	9
13	2	4	3	10	6	0	9	5	11	1	7	8
14	2	3	6	7	10	1	8	0	11	5	9	4
15	2	3	6	7	10	0	9	1	11	4	8	5
16	2	1	7	9	10	0	6	8	4	5	3	11
17	2	1	5	11	8	0	6	4	10	3	9	7
18	2	1	5	8	11	0	9	4	7	3	6	10
19	2	1	3	9	10	4	6	0	8	5	11	7
20	2	0	7	11	9	1	3	8	4	6	5	10
21	2	0	4	11	9	1	6	5	7	3	8	10
22	2	0	4	9	11	3	6	1	7	5	10	8
23	1	7	5	11	3	0	6	10	9	4	2	8
24	1	7	3	9	5	0	10	6	11	2	4	8

Only the Tetrachordal Sum 22 returns an output. Why? Because the total sum of integers from 0 to 11 is 66 and everyone is used twice: $\rightarrow 2 \times 66 = 132$. That makes six tetrachords of sum 22 each. The only solution with

value box (12' (0, 11))

matrix

Click FIRST

- Select the TRIADIX SUM wanted.
- Click the buttons on the left starting with with no. 1 till you get no results.
- Click the MATRIX button to visualize the results in the matrix.

Figura 30: Patch em PWGL para os tetracordes em Estrela.

O patch da Figura 30 apresenta a única solução positiva para somatórios de valor igual a 22. Como exemplo selecionamos a primeira solução da tabela:

5 4 11 3 10 2 6 1 9 8 7 0.

De novo, cada letra tem relação direta com a posição da série.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
5	4	11	3	10	2	6	1	9	8	7	0

Assim, para definir os seis tetracordes de cada série teremos de extrair os valores dos segmentos de cada lado dos dois triângulos que compõem a Estrela:

A B D E – 5 4 3 10
 C D F G – 11 3 2 6
 E F H I – 10 2 1 9

G H J K – 6 1 8 7
 I J L A – 9 8 0 5
 K L B C – 7 0 4 11

A Tabela 5 apresenta a distribuição dos seis segmentos de tetracordes e o respectivo padrão de desfasamento.

Tabela 5: Distribuição sequencial dos seis tetracordes.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
o	o		o	o							
		+	+		+	+					
				*	*		*	*			
						x	x		x	x	
©								©	©		©
	Ω	Ω								Ω	Ω

Encontramos aqui a mesma questão de invariância apontada na situação do Tricordes/Hexágono. Neste caso prende-se com as soluções resultantes do sentido indireto. Como se pode ver pela Figura 29 (Tetracordes/Estrela), o segmento com a sequência [A B C D E] espelha-se no seu retrógrado [A L K J I]. Podemos observar por alguns dos resultados para Soma 22:

5 4 11 3 10 2 6 1 9 8 7 0 (5) ←
 5 0 7 8 9 1 6 2 10 3 11 4
 4 8 7 1 9 3 11 0 10 6 5 2 (4) ←
 4 2 5 6 10 0 11 3 9 1 7 8
 4 6 11 3 9 1 7 2 10 8 5 0 (4) ←
 4 0 5 8 10 2 7 1 9 3 11 6
 4 5 10 2 11 3 7 0 8 9 6 1 (4) ←
 4 1 6 9 8 0 7 3 11 2 10 5

De maneira a reduzir o número de soluções às suas *Prime* acrescentou-se mais uma vez a condição $B < L$ ao código, afastando assim estas invariâncias e reduzindo a metade o total de soluções.

```
(i2 i12
  (?if (< i2 i12)))
```

A tabela com a totalidade das 80 soluções pode ser consultada no Apêndice 2.

5.1.3 GH – Tetracordes em Cruz

A Figura 31 representa uma outra solução geométrica para organizar tetracordes de igual somatório, mantendo a organização das doze notas representadas por variáveis de A a L. A variável fundamental que o diferencia dos Tetracordes/Estrela é a relação dos elementos comuns. Neste caso temos EC 1:2 em vez de EC 1:3 presente nos exemplo anterior. O número de elementos comuns com três segmentos de proximidade é igual a 2.

Apesar da diferença, aqui também podemos encontrar propriedades geométricas e proporções de equivalência simétrica. Para que cada segmento represente um tetracorde de igual somatório é necessário que:

$$A+B+E+F=D+E+H+I=G+H+K+L=J+K+B+C=s \text{ (s=somatório)}$$

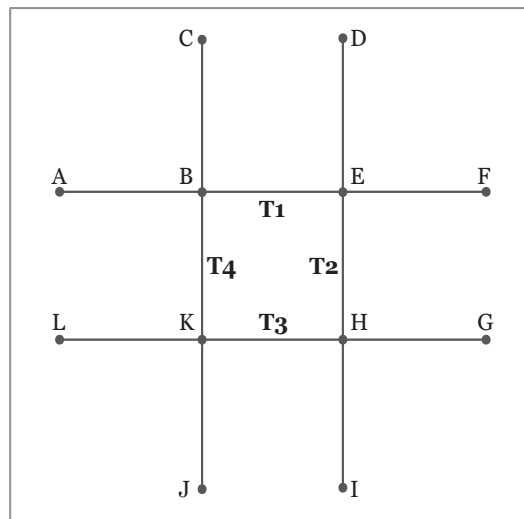


Figura 31: Tetracordes em Cruz: Soma 18 a 26.

Foram encontradas soluções positivas para somatórios de valor compreendido entre 18 e 26. A totalidade do universo dos inteiros de 0 a 11 é 66. Os quatro elementos do centro da figura são usados duas vezes. Assim para um mínimo teremos 66 mais as repetições mínimas:

$66+(0+1+2+3)=72$; cada tetracorde terá de somatório 18 ($18*4=72$).

Para o máximo teremos 66 mais as repetições máximas:

$66+(8+9+10+11)=104$; cada tetracorde terá de somatório 26 ($26*4=104$).

Para um novo exemplo seleccionámos a 1ª solução da tabela (Soma 18):

4 3 6 8 1 10 11 0 9 7 2 5

Cada letra tem relação direta com a posição da série.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
4	3	6	8	11	10	11	0	9	7	2	5

Assim, para definir os quatro tetracordes de cada série teremos de extrair os valores da seguinte forma:

A B E F - 4 3 1 10

D E H I - 8 1 0 9

G H K L - 11 0 2 5

J K B C - 7 2 3 6

O *patch* é respetivamente apresentado na Figura 32.

Only Tetrachordal Sums between 18 and 26 return an output. The total sum of integers from 0 to 11 is 66. The four in the middle are used twice.
 From the minimum: $66 + (0+1+2+3) = 72$
 4 Tetrachords Sum 18 equal 72.
 To the maximum: $66 + (8+9+10+11) = 104$
 4 Tetrachords Sum 26 equal 104.

TETRACHORDS: CROSS
 Non-equivalent solutions Modulo 12 (mod12)

Because permutations between, for example C and J bring new results with invariance, the code reflects restriction with arguments like: C < J

1. Click FIRST button, select 'permut circ' and press lock (l) on the keyboard to speed up processing.
2. Click the buttons on the right of each score-editor.

Figura 32: Tetracordes – Cruz.

A Tabela 6 apresenta a distribuição dos quatro segmentos de tetracordes e o respectivo padrão de desfaseamento.

Tabela 6: Distribuição sequencial dos quatro tetracordes.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
O	O			O	O						
			+	+			+	+			
						*	*			*	*
	X	X							X	X	

A permutação das extremidades dos tetracordes resulta em séries equivalentes (ex: A com F, D com I, G com L e J com C). O resultado apresenta apenas as *Primes* – aqueles em que a primeira extremidade é menor que a extremidade oposta. O mesmo acontece com o núcleo central e com a rotação sendo aplicada uma solução similar.

O código seguinte reduz as soluções apontadas às suas *Prime* afastando assim as referidas invariâncias.

Rotação:

```
(i1 i3
  (?if (< i1 i3))
  "no rotation invariance")
(i1 i4
  (?if (< i1 i4)))
(i1 i6
  (?if (< i1 i6)))
(i1 i7
  (?if (< i1 i7)))
(i1 i9
  (?if (< i1 i9)))
(i1 i10
  (?if (< i1 i10)))
(i1 i12
  (?if (< i1 i12)))
```

Extremidades:

```
(i1 i6
  (?if (< i1 i6))
  "no extremity invariance")
(i3 i10
  (?if (< i3 i10)))
(i4 i9
  (?if (< i4 i9)))
```

```
(i12 i7
  (?if (< i12 i7)))
```

De igual modo, no núcleo central, a permutação por exemplo dos tetracordes C B K J com D E H I também produz resultados com invariâncias. Mais uma vez se dá preferência às soluções primárias – *Prime* – de menor valor integral.

Núcleo Central:

```
(i3 i4
  (?if (< i3 i4))
  "no middle invariance")
```

A tabela com a totalidade de soluções pode ser consultada no Apêndice 2.

5.1.4 GH – Pentacordes em Pentagonais

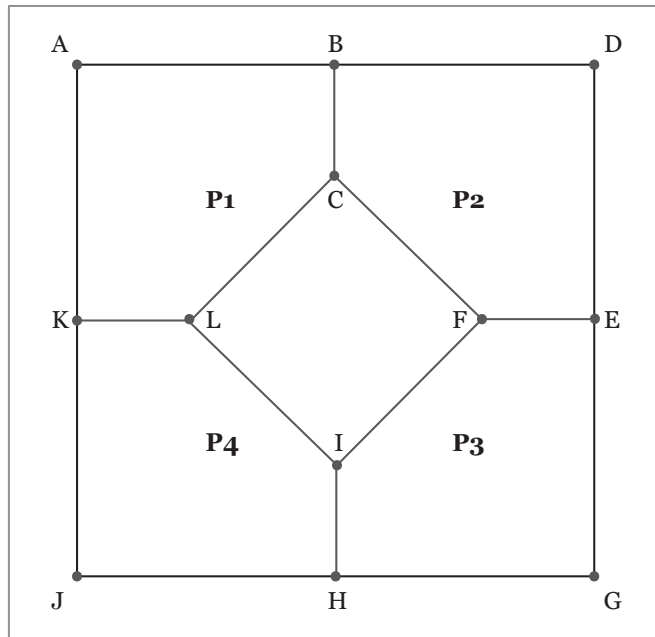


Figura 33: Pentacordes em figuras pentagonais.

A Figura 33 representa mais uma solução geométrica para organização de Pentacordes de igual somatório, mantendo a organização das doze notas representadas por variáveis de A a L. A relação de elementos comuns será EC 2:4.

Foram encontradas 260 possibilidades seriais em relação direta com as variáveis representadas na figura geométrica com somatórios compreendidos entre 24 e 31. Os somatórios 24 e 31 apresentam 12 soluções cada; os somatórios 25 e 30 com 21 soluções cada; os somatórios 26 e 29 com 38 soluções cada; e os somatórios 27 e 28 com 59 soluções cada.

Selecionámos a primeira solução da tabela:

7 2 5 8 0 9 11 1 3 10 4 6

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
7	2	5	8	0	9	11	1	3	10	4	6

Para definir os quatro pentacordes de cada série extraímos os valores dos lados de cada secção pentagonal:

K L A B C – 4 6 7 2 5
 B C D E F – 2 5 8 0 9

E F G H I – 0 9 11 1 3
 H I J K L – 1 3 10 4 6

A Tabela 7 apresenta a distribuição dos quatro segmentos de pentacordes e o respectivo padrão de desfasamento.

Tabela 7: Distribuição sequencial dos pentacordes.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
o	o	o								o	o
	+	+	+	+	+						
				*	*	*	*	*			
							x	x	x	x	x

value-box
(12* ((0 11)))

Only Pentachords Sums between 24 and 31 return an output.

PENTACHORD SUMS => 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32

Multi-PMC
search-space
x-axis 0 0
y-axis 0 0

matrix-creator
((a b c d e f g h i j k l) (1_12))

Like in a serial dodecaphonic set, here we can find geometrical properties and symmetrical proportional equivalences. Each pentagonal figure represents a pentachord. All pentachord should have the same sum. For example, if sum 24 is selected, then
 $A+B+C+K+L=D+E+F+B+C=G+H+I+E=F=J+K+L+H+I=24$

Because rotations between vertices result in equivalent sets, the search compares those sets and returns only the Primes - those where the first integer tends to zero.

Counter-clockwise solutions result in unnecessary inversionsal duplicates: Constraint $B < K$

Unnecessary common elements permutations invariance $B < C$ $E < F$ $H < K$ L

Matrix-editor
matrix-object/labels/data

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	7	2	5	8	0	9	11	1	3	10	4	6
2	7	2	4	8	1	9	11	0	3	10	5	6
3	7	1	9	10	0	4	11	3	6	8	2	5
4	7	1	9	8	0	6	11	3	4	10	2	5
5	7	1	9	8	0	6	11	2	5	10	3	4
6	7	1	5	8	4	6	11	0	3	10	2	9
7	7	1	4	8	5	6	11	0	2	10	3	9
8	7	0	9	10	1	4	11	3	5	8	2	6
9	7	0	9	10	1	4	11	2	6	8	3	5
10	7	0	9	8	3	4	11	1	5	10	2	6
11	7	0	9	8	1	6	11	2	4	10	3	5
12	7	0	6	10	3	5	11	1	4	8	2	9

Score-Editor

1. Select the Penta SUM wanted,
2. Click the buttons on the left starting with with no.1 till you get no results,
3. Click the MATRIX button to visualize the results in the matrix.

Figura 34: Pentacordes – pentágonos.

O *patch* exposto na Figura 34 vem permitir encontrar as soluções atrás descritas. Possibilita também a visualização de dez soluções de cada vez, bem como uma matriz com doze do total das séries resolvidas. A tabela com a totalidade de soluções pode ser consultada no Apêndice 2.

As invariâncias foram resolvidas com o seguinte código:

Rotação:

```
(i1 i4
  (?if (< i1 i4))
  "no rotation invariance")
(i1 i7
  (?if (< i1 i7)))
(i1 i10
  (?if (< i1 i10)))
```

EC – Elementos Comuns:

```
(i2 i3
  (?if (< i2 i3))
  "no equal elements invariance")
(i5 i6
  (?if (< i5 i6)))
(i8 i9
  (?if (< i8 i9)))
(i11 i12
  (?if (< i11 i12)))
```

A retrogradação não apresenta soluções de invariância no modelo apresentado com esta figura geométrica.

A tabela com a totalidade de soluções pode ser consultada no Apêndice 2.

5.1.5 GH – Hexacordes em 4 Círculos

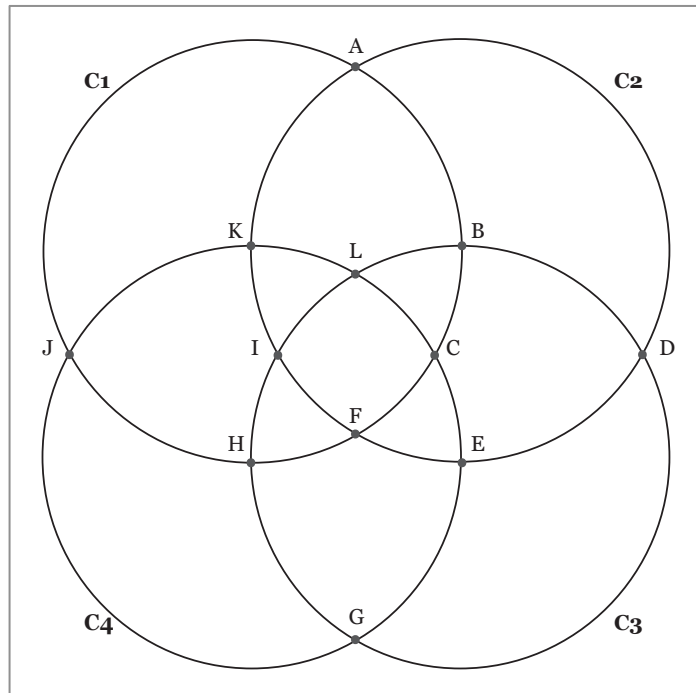


Figura 35: Hexacordes a partir das intersecções de quatro círculos.

A Figura 35 representa uma última solução geométrica para organizar hexacordes de igual somatório, mantendo a organização das doze notas representadas por variáveis de A a L.

A distribuição das notas pelos segmentos de hexacordes e respectivo padrão de defasamento faz-se com o padrão de simetria sequencial representado na Tabela 8.

Tabela 8: Distribuição sequencial dos quatro hexacordes.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
o	o	o			o		o		o		
+			+	+	+			+		+	
	*		*			*	*	*			*
		x		x		x			x	x	x

A leitura da soluções apresentadas no Apêndice faz-se da mesma forma que nos exemplos anteriores e de acordo com o padrão visível na Tabela 8.

Obteve-se um total de 1032 *Primes* ou soluções não-equivalentes de Somatório 33, único somatório possível pelo facto de todos os seus elementos serem usados duas vezes em todo o processo. Com elementos de valores de 0 a 11 duplicados a totalizar 132, dividindo este total pelos quatro segmentos temos como resultado 33. Anularam-se as transposição, os retrógrados, as inversões e as permutações de elementos comuns.

Selecionámos a primeira solução da tabela – 4 1 11 9 0 7 5 2 10 8 3 6.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
4	1	11	9	0	7	5	2	10	8	3	6

Para definir os quatro hexacordes de cada série extraímos os valores de cada um dos quatro círculos:

A B C F H J – 4 1 11 7 2 8
 D E F I K A – 9 0 7 10 3 4
 G H I L B D – 5 2 10 6 1 9
 J K L C E G – 8 3 6 11 0 5

As mesmas questões de invariância apontada nas situações anteriores resolvida com o seguinte código:

Rotação:

```
(i1 i4
  (?if (< i1 i4))
  "no rotation invariance")
(i1 i7
  (?if (< i1 i7)))
(i1 i10
```

```
(?if (< i1 i10))
```

Retrógradação:

```
(i2 i11
  (?if (< i2 i11))
  "no retrograde invariance")
```

EC – Elementos Comuns:

```
(i1 i6
  (?if (< i1 i6))
  "no equal elements invariance")
(i4 i9
  (?if (< i4 i9)))
(i7 i12
  (?if (< i7 i12)))
(i10 i3
  (?if (< i10 i3)))
(i5 i11
  (?if (< i5 i11)))
(i2 i8
  (?if (< i2 i8)))
```

O *patch* exibido na Figura 36 é a concretização do atrás descrito. Possibilita a visualização de doze soluções de cada vez, bem como uma matriz também com doze da totalidade das séries resolvidas. A tabela com a totalidade de soluções pode ser consultada no Apêndice 2.

value-box (12* ((0 11)))

text box text box text box

Only Sum 33 returns a solution.

HEXACHORD SUMS => 32 33 34

Multi-PMC search-space rules 0 0 0 :all 0 length sequence

permut-circ list 0

matrix-creator ((a b c d e f g h i j k l) (1 2))

MATRIX

matrix-editor

matrix-object/labels/data

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	4	1	11	9	0	7	5	2	10	8	3	6
2	4	1	11	7	0	10	6	2	9	5	3	8
3	4	1	11	7	0	9	5	2	10	6	3	8
4	4	1	10	8	0	7	5	2	11	9	3	6
5	4	1	10	7	0	11	6	2	8	5	3	9
6	4	1	10	6	0	11	7	2	9	5	3	8
7	4	1	10	6	0	9	5	2	11	7	3	8
8	4	1	9	7	0	11	5	2	8	6	3	10
9	4	1	9	5	0	11	7	2	10	6	3	8
10	4	1	9	5	0	10	6	2	11	7	3	8
11	4	1	8	6	0	11	5	2	9	7	3	10
12	4	1	8	5	0	11	6	2	10	7	3	9

Four Circles

Like in a serial dodecahphonic set here we can find geometrical properties and symmetrical proportional equivalences. Each circle represents an hexachord. Hexachords should have the same sum. Sum 33 is selected because is the only solution: (Since every element is commonly used twice, the 12-tone universe sum doubles: $2 * (\text{Sum } 0_{11}) = 66 * 2 = 132$ 1 circle = $32/4 = 33$)

$A+B+C+F+H+J=D+E+F+I+K+A=G+H+I+L+B+D=I+K+L+C+E+G=24$

90° Rotation of the figure result in 4 equivalent sets. The algorithm compares those sets selecting integers tending to zero.

Counter-clockwise solutions result in unnecessary inversional duplicates: Constraint $B < K$

Unnecessary common elements permutations invariance: $B < C \quad E < F \quad H < I \quad K < L$

Score Editor

1. Select the Penta SUM wanted.

2. Click the buttons on the left starting with no.1 till you get no results.

3. Click the MATRIX button to visualize the results in the matrix.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

Figura 36: Hexacordes – Quatro Círculos.

5.2. EC – Elementos Comuns

A relação de elementos comuns (EC) vem notar diferenças entre modelos geométricos com características similares de funcionalidade. Por exemplo, os modelos geométricos *Estrela* e *Cruz* aparentam uma mesma funcionalidade quando da mesma divisão das 12 notas resultando ambos em segmentos de tetracordes. É certo que a *Estrela* gera um grupo de seis segmentos enquanto a *Cruz* gera apenas quatro. Isto deve-se na verdade à distribuição de EC que é manifestamente diferente nos dois modelos. A importância dos elementos comuns já se fazia sentir no dodecafonismo da segunda escola de Viena. Lester atribui um termo comparativo entre a importância desses elementos na música serial e a importância dos elementos harmónico e melódico da música tonal:

These common elements add focus to a passage, bringing a small number of pitch-classes or intervals to the fore, and highlighting them against the background pitches. [...] From this perspective, common elements in twelve-tone music are akin to important harmonic and melodic pitches in tonal music. [...] Common elements provide similar types of connections in twelve-tone music, retaining and changing focal pitch-classes while all twelve pitch-classes remain in circulation (Lester, 1989, p. 190).

Determinou-se assim morfológicamente a designação EC (acrónimo para *Elementos Comuns*) sendo os integrais que se seguem (separados por dois pontos) a definição dos elementos comuns entre dois segmentos próximos e três segmentos próximos respectivamente.

Por exemplo, *EC 1:3* significa que dois segmentos próximos têm 1 EC, enquanto três segmentos próximos têm 3 EC cruzando-se em três pontos.

5.3. Geometria Motívica – GM

Na Figura 37 podemos observar o patch programado em PWGL que transforma as soluções harmónicas em séries motívicas. Estas soluções poderão ser posteriormente ser utilizadas no patch principal onde a partir destas soluções motívicas são calculadas as soluções harmónicas integradas, isto é, encadeamentos harmónicos com base na Geometria Harmónica que integram os elementos do motivo na posição respetiva.

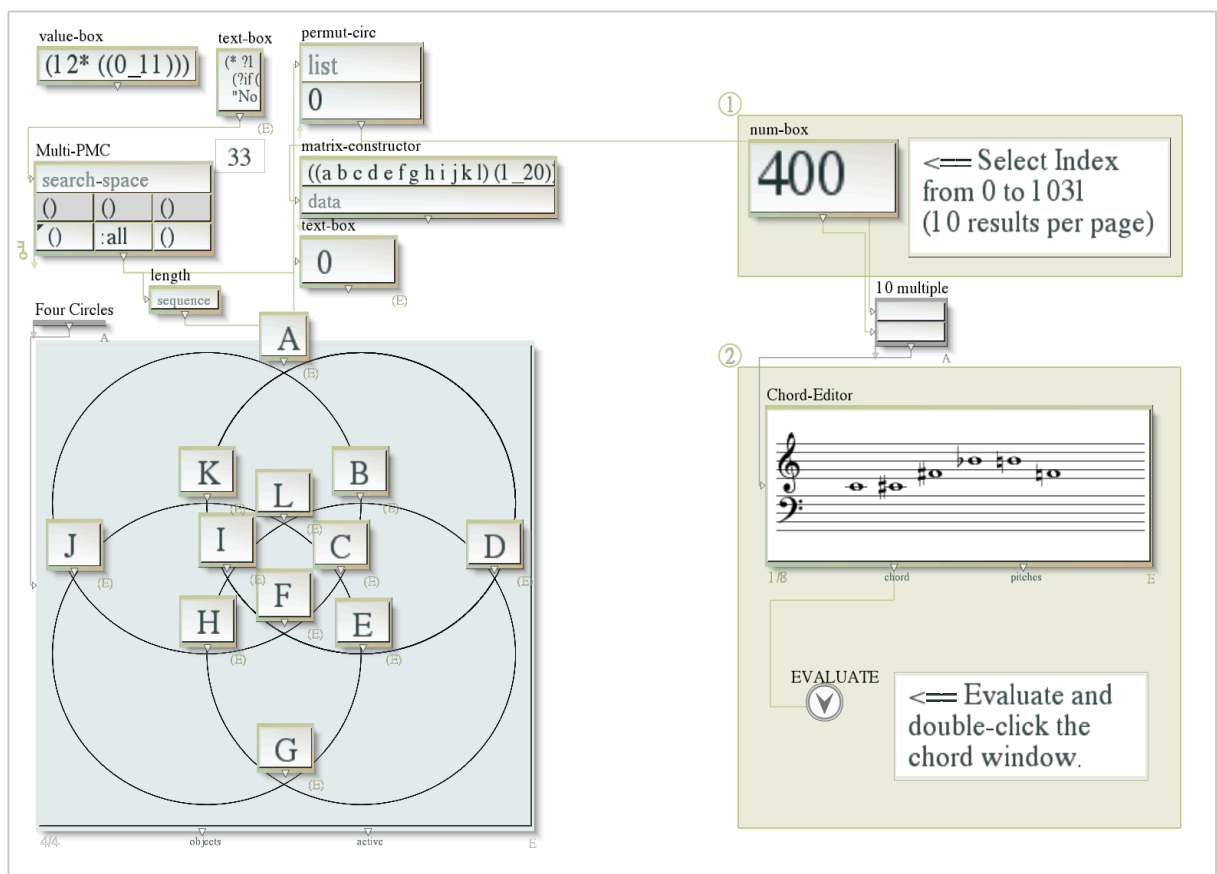


Figura 37: Geometria Motívica – GM.

Neste caso, os hexacordes retornam à série sequencial original relacionada com as variáveis distribuídas pela figura. Depois de selecionar o índice desejado (resultados entre 0 e 1031) e de validar (*evaluate*), fazendo duplo clique na janela do *Chord-Editor* abre-se uma nova janela similar à Figura 38. Cada fila representa os segmentos motivicos hexacordais dos quatros círculos. As dez filas permitem visualizar 10 soluções seguidas das 1032 possíveis.

The image displays a grid of 40 musical staves, numbered 1 to 40, each labeled 'P1'. The staves are arranged in a 10x4 grid. Three specific solutions are highlighted with red boxes and arrows:

- 360 - 369**: A red box highlights staves 1, 2, 3, and 4.
- Solution 363**: A red box highlights staves 11 and 12.
- Solution 369**: A red box highlights staves 34 and 35.

Figura 38: Dez soluções GM.

A Geometria Motívica verifica esta mesma situação e de igual modo para todo o restante universo da Geometria Harmónica, mais concretamente relacionando também os tricordes, os tetracordes *estrela* e *cruz*, e os pentacordes. Podemos perceber desta forma que a afinidade motivo/harmonia se esbate através da fundamentação de um princípio de simetria e de um espaço geométrico, conseguindo a articulação pretendida com este trabalho entre a dimensão linear horizontal e a de simultaneidades vertical. A Geometria Motívica transforma as soluções geométricas em gestos lineares; a Geometria Serial, que iremos ver a seguir no próximo capítulo, atribui a esta linearidade o suporte harmónico integrado e coerente que a teoria que vem sendo desenvolvida proporciona.

5.4. Geometria Serial – GS

Somos chegados ao ponto nuclear do processo pre-compositivo. A página de entrada do *patch* central de todo o processo pode ser visto na Figura 39. Aqui todas as escolhas determinam o espaço musical e a interligação entre a dimensão horizontal e a vertical. O sistema integra a componente motívica no universo da GH que funciona como base do sistema e, partindo do postulado inicial da GH, a análise da componente motívica constrange a seleção da componente harmónica sugerindo só e apenas as progressões que integram todas as notas do motivo.

The image displays the Geometria Serial software interface, which is used for creating and editing musical compositions. The interface is divided into several main sections:

- 1. GH Universe - Generic Rules:** A panel on the left containing various rule categories such as Trichords, Pentachords, Hexachords, and Tetrachords, each with a 'text-box' and '(in-pack)' indicator.
- 2. Extended Rules:** A panel on the left containing more specific rules like 'Rules Trichord Hexagon', 'Rules Tetrachord Star', and 'Rules Hexachord 4 Circles', along with a 'GH Selection' dropdown.
- 3. Process Core:** A central control panel with buttons for 'LENGTH', 'EVALUATE', and 'Multi-PMC'. It includes a 'TOTAL NUMBER OF SOLUTIONS' display showing '30' and a 'MULTIPLES OF 10 SOLUTIONS' display showing '0'.
- 4. Motive - number of notes:** A panel on the right with five 'Chord-Editor' windows, each showing a musical staff with notes and a 'pitchess' label below it.
- 5. GH Geometrical Harmony Selection:** A panel on the right with a 'GH Selection' dropdown and several 'TETRACHORDS' and 'HEXACHORDS' options.
- 6. GH Motivic Harmonic Results:** A large central workspace containing ten 'Score-Editor' windows, each displaying a musical staff with notes and a 'pitchess' label below it.
- 7. Invariance Reduction:** A panel on the right with a 'MULTIPLES OF 10 SOLUTIONS' display showing '0' and a 'Common Elements' section with 'No Retrograde' and 'No Rotation' options.
- 8. Apeaqiao Results:** A panel on the right with a 'MULTIPLES OF 10 SOLUTIONS' display showing '10X10' and a 'Chord-Editor' window.

STEP-BY-STEP PROCEDURES:

- Choose the number of notes for your motive by selecting the appropriate button on the frame-box number 4. Double-click the "Chord-Editor", and change the notes according to your chosen motive.
- Select one Geometric Paradigm from frame-box 5, according to the number of voices you want in the harmony. Polyphonic texture goes from trichords to hexachords.
- In frame-box 3 click the "EVALUATE" button. Motives and configurations produce results from zero to several thousands. Be patient. After the evaluation select the "Multi-PMC" object and press 'f' on keyboard to lock the process. You must want to know how many solutions were founded by clicking the "LENGTH" button.
- Now it's time to see the Motivic-Harmonic results. Frame-box 6 can display 100 solutions by clicking buttons 1 to 10. To get more results (if they exist) you must change the value of the "MULTIPLES OF 10 SOLUTIONS" on frame-box 7. For example, if you have 180 solutions you must change this value to 100 to get the last 80 solutions.
- You can reduce the amount of results by selecting from the three buttons on frame-box 7 the desired reduction. Buttons are cumulative. You must unlock the "Multi-PMC" object to evaluate again.
- Don't forget every time you want to perform another processing to unlock the "Multi-PMC" object (and lock after processing).

Figura 39: Geometria Serial – página inicial do patch em PWGL.

Se na etapa basilar da Geometria Harmónica as soluções são encontradas através dum processo algorítmico de *brute force*⁷¹ de modo a não deixar de lado qualquer possibilidade, nesta fase do processo interessa restringir as soluções à dimensão pretendida. Expressões como *Constraints* e *Constraint Programming (CP)* têm sido aplicadas nas últimas décadas a processos compositivos onde restrições e condicionalismos são utilizados na programação informática. Tem servido de tecnologia subjacente a várias aplicações e ferramentas permitindo aos compositores determinar com abstrações um universo de soluções com base em regras previamente definidas. Quando aplicado à prática compositiva ou pré-compositiva identifica um conjunto de regras com a intenção de reduzir ou delimitar o espaço musical.

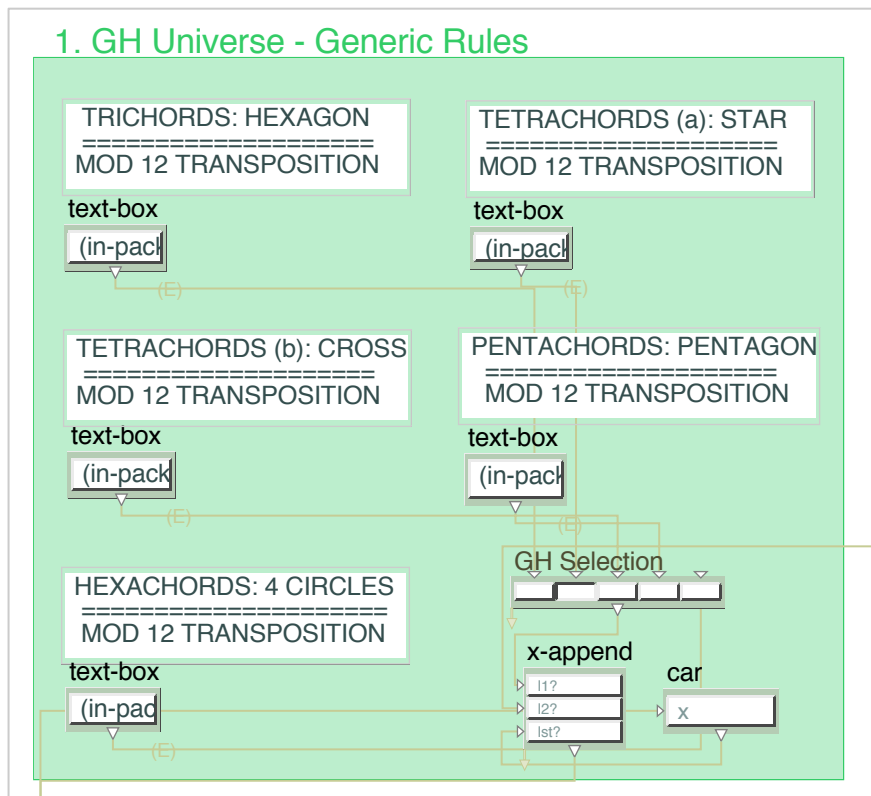


Figura 40: Secção 1 – Universo GH.

A Figura 40 é referente à primeira secção do *patch*. Toda a base teórica da Geometria harmónica encontra-se aqui alocada. A Figura 41 é um exemplo do código

⁷¹ Ver Glossário.

relativo a um dos princípios geométricos. No caso caso referente aos hexacordes 4 círculos.

1. GH Universe - Generic Rules

- TRICHORDS: HEXAGON
MOD 12 TRANSPOSITION
- TETRACHORDS (a): STAR
MOD 12 TRANSPOSITION
- TETRACHORDS (b): CROSS
MOD 12 TRANSPOSITION
- PENTACHORDS: PENTAGON
MOD 12 TRANSPOSITION
- HEXACHORDS: 4 CIRCLES
MOD 12 TRANSPOSITION

2. Extended Rules

- Rules Trichord Hexagon
- Rules Tetrachord Star
- Rules Tetrachord Cross
- Rules Pentachord Pentagon
- Rules Hexachord 4 Circles
- GH Selection
- Motivic Selection

3. Process Core

LENGTH EVALUATE

Multi-PMC

(1 2* ((0_11)))		
rules	()	()
()	:all	()

```

in-package :ccl

(* ?1
  (?if (not (member ?1 (rest r1))))
  "No duplicates")

(i1 i2 i3 i4 i5 i6 i7
  (?if (eq (mod12 (+ (+ (+ i1 i2) i4) i5)) (mod12 (+ (+ (+ i3 i4) i6) i7)))))

(i3 i4 i5 i6 i7 i8 i9
  (?if (eq (mod12 (+ (+ (+ i3 i4) i6) i7)) (mod12 (+ (+ (+ i5 i6) i8) i9)))))

(i5 i6 i7 i8 i9 i10 i11
  (?if (eq (mod12 (+ (+ (+ i5 i6) i8) i9)) (mod12 (+ (+ (+ i7 i8) i10) i11)))))

(i7 i8 i9 i10 i11 i12 i1
  (?if (eq (mod12 (+ (+ (+ i7 i8) i10) i11)) (mod12 (+ (+ (+ i9 i10) i12) i1)))))

(i9 i10 i11 i12 i1 i2 i3
  (?if (eq (mod12 (+ (+ (+ i9 i10) i12) i1)) (mod12 (+ (+ (+ i11 i12) i2) i3)))))

(i11 i12 i1 i2 i3 i4 i5
  (?if (eq (mod12 (+ (+ (+ i11 i12) i2) i3)) (mod12 (+ (+ (+ i1 i2) i4) i5)))))

;i1 i2 i11 i12
; (?if (= (+ (mod12 (- i2 i1)) (mod12 (- i12 i11))) 12))
; "complement int.pairs (indexes 1-2/11-12)"
    
```

Figura 41: Código – Hexacordes 4 Círculos.

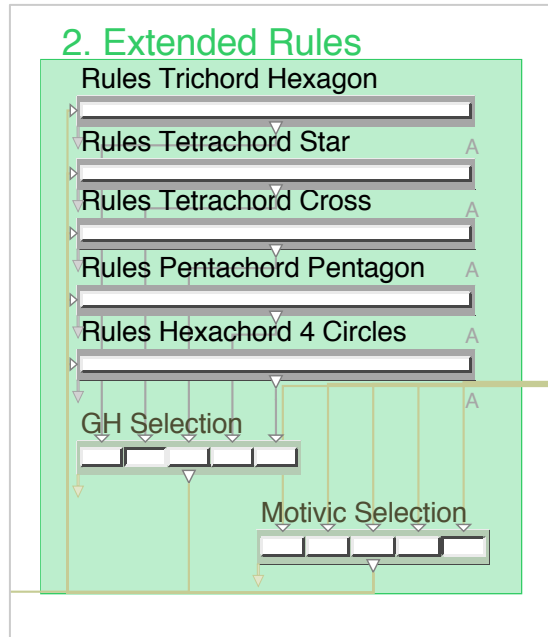


Figura 42: Extensão de Regras.

A Secção 2 na Figura 42 faz a seleção dos encadeamentos harmónicos compatíveis com o motivo definido, de acordo com a teoria descrita atrás. A Figura 43 mostra a indexação de cada uma das notas do motivo (até seis) à sequência harmónica.

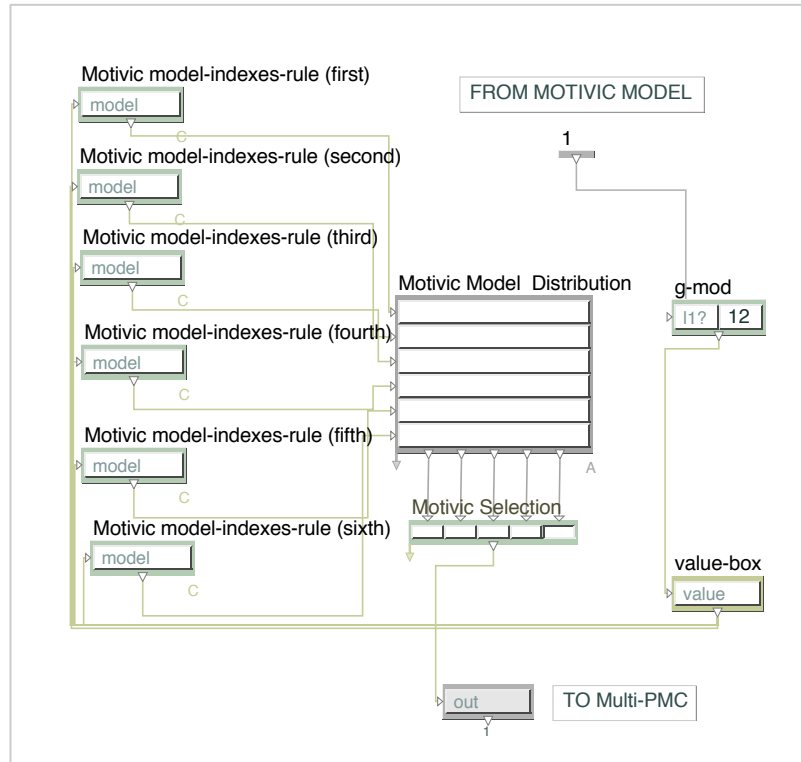


Figura 43: Exemplo para Tricordes Hexágono.

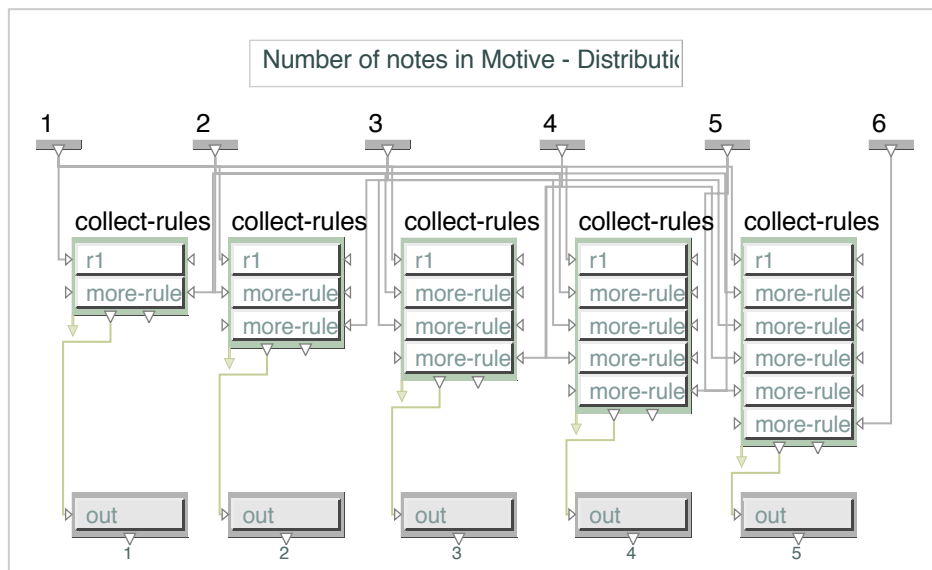


Figura 44: Distribuição de regras motivo/harmonia.

A Figura 44 apresenta a inter-relação do Motivo definido e selecionado (de tricorde a hexacorde) com as cinco figuras da Geometria Harmónica (também de tricorde a hexacorde).

3. Process Core

LENGTH
EVALUATE

Multi-PMC

(12* ((0_11)))		
rules	()	()
	:all	()

TOTAL NUMBER OF SOLUTIONS 30

MULTIPLES OF 10 SOLUTIONS 0

STEP-BY-STEP PROCEDURES:

1. Choose the number of notes for your motive by selecting the appropriate button on the frame-box number 4. Double-click the "Chord-Editor", and change the notes according to your chosen motive.
2. Select one Geometric Paradigm from frame-box 5, according to the number of voices you want in the harmony. Polyphonic texture goes from trichords to hexachords.
3. In frame-box 3 click the "EVALUATE" button. Motives and configurations produce results from zero to several thousands. Be patient. After the evaluation select the "Multi-PMC" object and press 'l' on keyboard to lock the process. You may want to know how many solutions were founded by clicking the "LENGTH" button.
4. Now it's time to see the Motivic/Harmonic results. Frame-box 6 can display 100 solutions by clicking buttons 1 to 10. To get more results (if they exist) you must change the value of the "MULTIPLES OF 10 SOLUTIONS" on frame-bo: For example, if you retrieve 180 solutions you must change this value to 100 to get the last 80 solutions.
5. You can reduce the amount of results by selecting from the three buttons on frame-box 7 the desired reduction. Buttons are cumulative. You must unlock the "Multi-PMC" object to evaluate again.
6. Don't forget every time you want to perform another processing to unlock the "Multi-PMC" object (and lock after processing).

Figura 45: Centro do processamento – constrangimentos.

A Figura 45 apresenta o centro nevrálgico do *patch*. Para além de fazer correr os algoritmos permite conhecer o número de soluções que em cada caso é contemplado. Como só é possível visionar 10 soluções de encadeamentos de cada vez, podemos alterar a indexação nos ‘múltiplos de 10 soluções’.

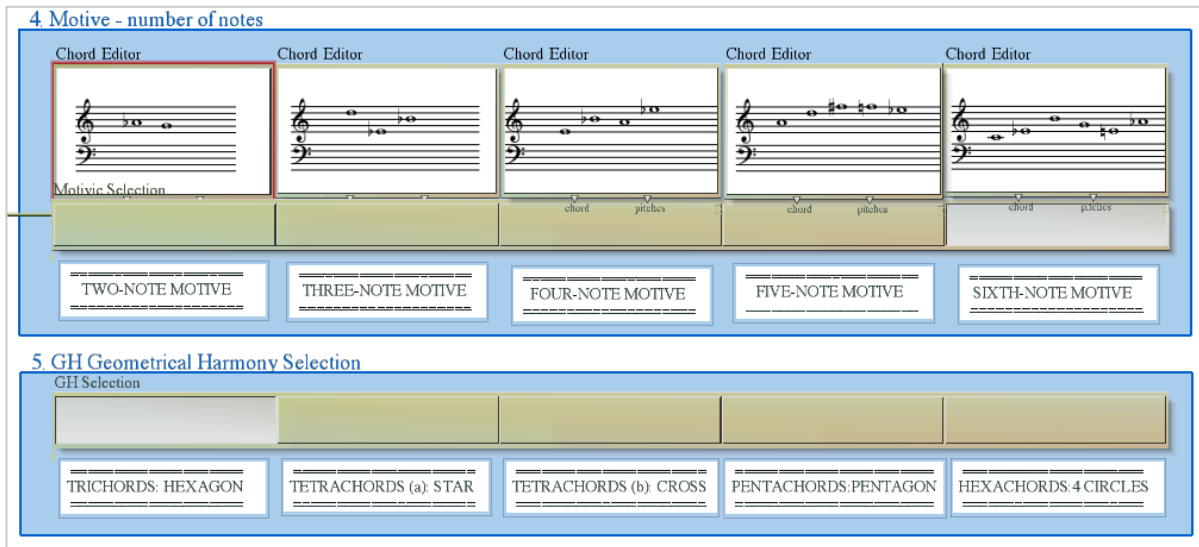


Figura 46: Secção 4 e 5 – Introdução de dados.

Podemos ver na Figura 46 as secções 4 e 5. Aqui opera-se toda a introdução dos dados necessários ao processamento final. Permite selecionar o número de notas do motivo (duas a seis), permite perfilar o motivo escrevendo diretamente nos editores, e finalmente selecionar a Geometria harmónica desejada.

A Figura 47 apresenta a secção onde os resultados são apresentados. A Figura 48 sintetiza a distribuição dos resultados que irá permitir visualizar com encadeamentos harmónicos (10x10) de cada vez. Caso não existam com soluções serão apenas visíveis as concretizadas.

6. GH Motivic/Harmonic Results

The image displays a grid of 10 'Score-Editor' windows, numbered 1 to 10. Each window is a 'Score-Editor' interface with a 'g+' control, a '10X Dist' input field, and a musical score area. The windows are arranged in two columns of five. The left column shows musical notation for '10X Dist' values of 0, 10, 20, 30, and 40. The right column shows empty 'Score-Editor' windows for '10X Dist' values of 50, 60, 70, 80, and 90. Each window has a 'Score-Editor' area with 'score', 'pitches', and 'rtns/times' tabs. A vertical axis on the right of each window is numbered 1 through 10.

Figura 47: Secção 6 – Resultados.

The image shows a Pure Data patch titled "10X Dist". It features a score editor at the top with 10 staves, each containing a hexachord (e.g., g+ 0, g+ 1, g+ 2, etc.). Below the score editor is a "Score Dist" window showing a tree diagram of the distribution process, including "Dist Star", "Distribution 5 Final", and "Distribution 6 Final". To the right is a "Chord Editor" window showing musical notation for a chord. Below the score editor is a "list-filter" window with three "eq" objects. A "10 solutions" window displays a list of 10 solutions. A "Distribution 6 Final" window shows a 6x6 grid of objects labeled A through L, representing the distribution of hexachords across six circles. A text box at the bottom explains the results:

Hexachords result always in a six-letter segment with the following sequences for each circle:
 A B C (D E) F (G) H (I) J
 D E F (G H) I (J) K (L) A
 G H I (J K) L (A) B (C) D
 J K L (A B) C (D) E (F) G

Figura 48: Distribuição dos resultados.



Figura 49: Score Editor.

A Figura 49 mostra um exemplo de um dos dez editores, cada um dos quais com dez soluções de encadeamentos harmónicos relacionados com o motivo definido.

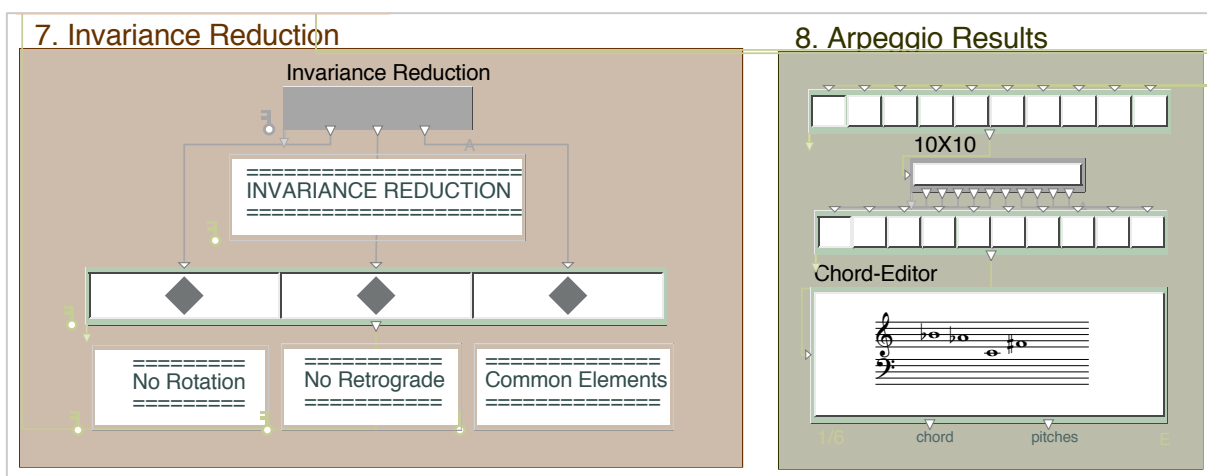


Figura 50: Secções 7 e 8 – Redução de Invariâncias e transformação linear.

Por fim, podemos ver as secções 7 e 8 na Figura 50, respetivamente Redução de invariâncias e Transformação Linear. Na Figura 51 em baixo podemos ver um exemplo de redução de invariância do movimento de rotação da figura ‘Tricorde Hexágono’.

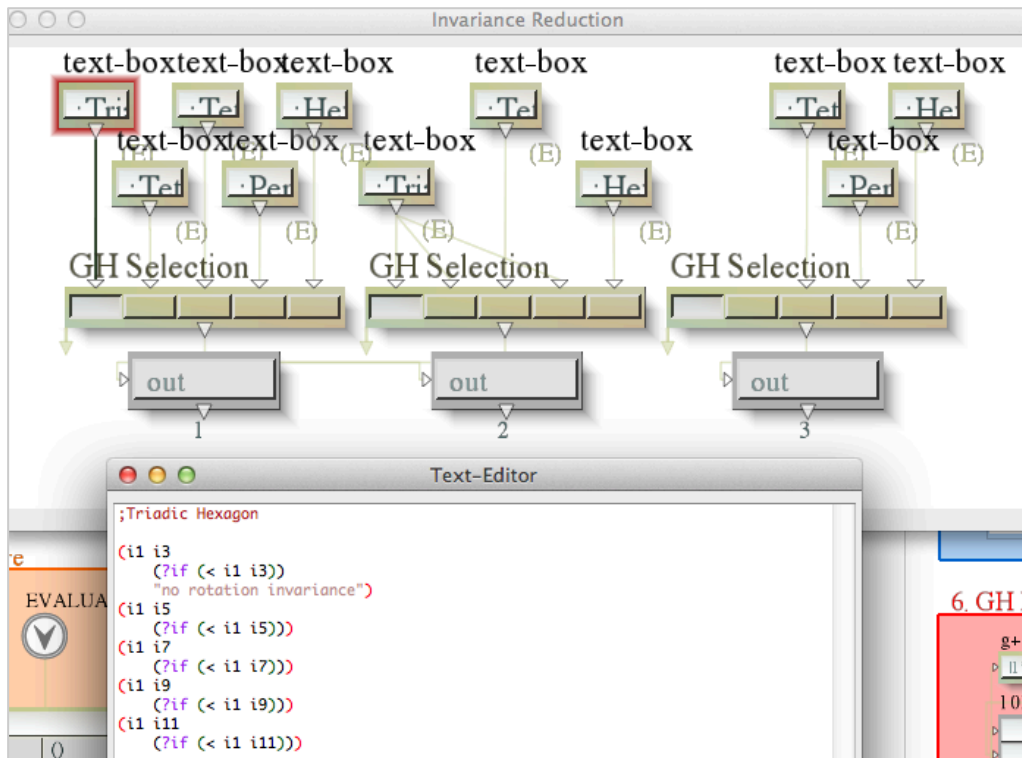


Figura 51: Exemplo de Redução de Invariância.

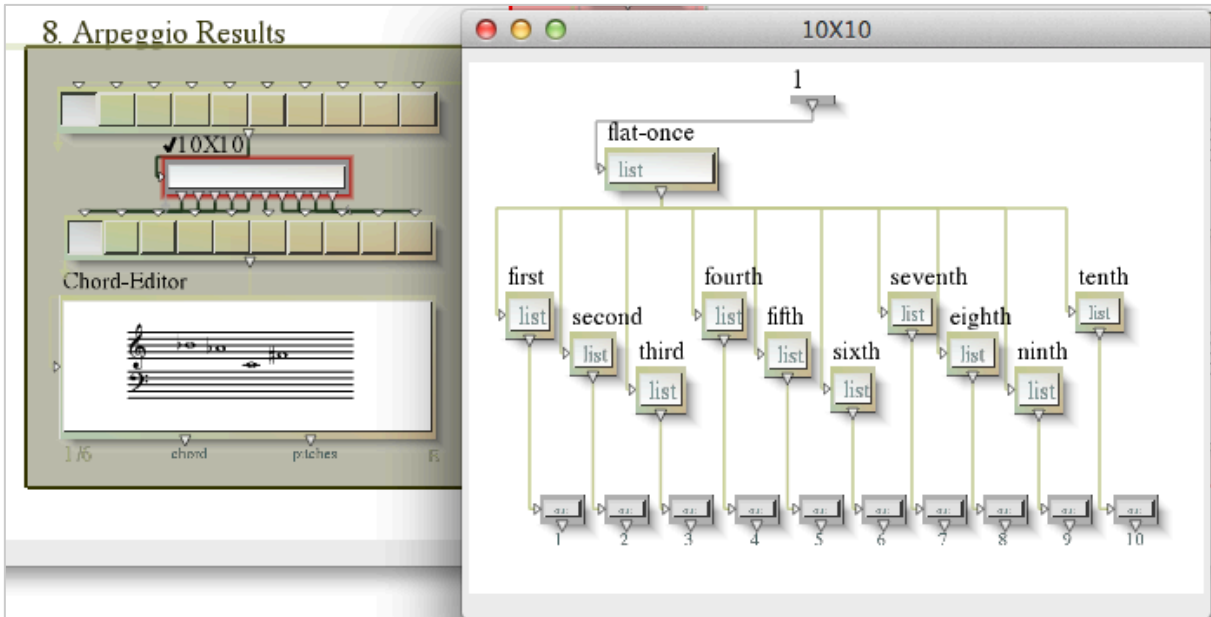


Figura 52: Transformação Linear.

A Figura 52 apresenta a possibilidade de Transformação Linear de qualquer dos 100 encadeamentos harmónicos, permitindo com estes resultados voltar a programar o motivo na secção 4, e assim fechar o circuito da interrelação linear/harmónica.

PARTE 4 – EMPÍRICA

6. PRÁTICA DOS SISTEMAS

“What could not possible interest a composer today ought not and cannot be taught in a course of music.”

Charles Rosen⁷²

As obras apresentadas e analisadas seguidamente refletem um percurso efectuado durante o desenvolvimento do sistema GS. Para isso foi necessário incluir as técnicas mais preponderantes estudadas nesta investigação – o serialismo e o TTT. A linearidade do serialismo presente na primeira obra vai-se perdendo nas seguintes, onde a estrutura harmónica vai-se tornando cada vez mais absorvente. Por outro lado, a quase isenção de estrutura harmónica é notória: percebe-se aqui ou ali simultaneidades por consequência da segmentação da série e pela sobreposição de planos. Ao longo das seis obras começa-se a perceber uma inflexão a partir da quarta e quinta, sendo patente o enlevo existente na última – inteiramente composta com o sistema GS. A articulação dos planos linear e harmónico aproxima-se da plenitude que o sistema, graças à sua estruturação geométrica e equilíbrio simétrico, pode oferecer.

É de mencionar a importância da programação em todo o processo pré-compositivo – sem esse precioso auxílio, a maioria das soluções geométricas não veriam a luz do dia. Se compomos mais música por usarmos o computador, a resposta é de imediato *sim* e *não*. Depende até onde queremos que o computador trabalhe e depende da música que temos para dar. Quando James Carr mostrou a George Perle a aplicação que desenvolveu – uma aplicação de nome “12-tt 2.0” que fornece uma ‘enciclopédia’ de listas de vectores e de matrizes – o interesse deste foi pouco ou nenhum numa primeira fase. Talvez pela pouca ou nenhuma ligação à

⁷² “What could not possible interest a composer today ought not and cannot be taught in a course of music, although it may have its place in sociology or history of manners” (C. Rosen, 1962, p. 81).

informática que Perle teria (ou não teria) por essa altura. A situação viria a mudar quando, mais tarde e em situação informal, Perle reconheceria:

“This little computer program has changed my life.” I could tell by the gleam in his eye that George had a punch-line ready, so I played the straight man and asked. “How so, George?” He smiled slyly and said “Why, before I could only compose one piece a year, and now, I can compose two!” (Carr, 1995).

6.1. Obra 1: *Four Case Studies*

Dividida em quatro partes (ou andamentos) a obra *Four Case Studies* para clarinete, Fagote e piano trata exatamente quatro estudos de caso. São quatro recursos estilísticos divididos pelos quatro andamentos, o segundo dos quais foi composto à luz do sistema dodecafónico. Deixando de lado algumas normativas – como por exemplo, a não duplicação de notas à oitava – este andamento seguiu no essencial o processo que caracteriza o sistema: Estudos preparatórios para a seleção da série, opções nos exercícios de transformação (R, I, e RI), invariâncias, segmentação para transformação vertical (harmonia), etc.

A Figura 54 apresenta a primeira página da parte em discussão onde facilmente se percebe a afirmação da série logo no primeiro compasso e metade do segundo, conforme evidencia a P_0 na matriz da Figura 53.

	I ₀	I ₁	I ₁₁	I ₉	I ₃	I ₈	I ₆	I ₇	I ₂	I ₅	I ₄	I ₁₀	
P ₀	8	9	7	5	11	4	2	3	10	1	0	6	R ₀
P ₁₁	7	8	6	4	10	3	1	2	9	0	11	5	R ₁₁
P ₁	9	10	8	6	0	5	3	4	11	2	1	7	R ₁
P ₃	11	0	10	8	2	7	5	6	1	4	3	9	R ₃
P ₉	5	6	4	2	8	1	11	0	7	10	9	3	R ₉
P ₄	0	1	11	9	3	8	6	7	2	5	4	10	R ₄
P ₆	2	3	1	11	5	10	8	9	4	7	6	0	R ₆
P ₅	1	2	0	10	4	9	7	8	3	6	5	11	R ₅
P ₁₀	6	7	5	3	9	2	0	1	8	11	10	4	R ₁₀
P ₇	3	4	2	0	6	11	9	10	5	8	7	1	R ₇
P ₈	4	5	3	1	7	0	10	11	6	9	8	2	R ₈
P ₂	10	11	9	7	1	6	4	5	0	3	2	8	R ₂
	RI ₀	RI ₁	RI ₁₁	RI ₉	RI ₃	RI ₈	RI ₆	RI ₇	RI ₂	RI ₅	RI ₄	RI ₁₀	

Figura 53: Matriz dodecafónica da obra *Four Case Studies II*.

Four Case Studies

for Clarinet, Bassoon, and Piano

CONCERT SCORE

II

The score is divided into four case studies, each highlighted with a red box:

- Case Study 1 (Measures 1-4):** Labeled P_0 . Clarinet: 4 5 6 7 8; Bassoon: 9 10 11 12; Piano: 1 2 3 (right hand), 8 (left hand).
- Case Study 2 (Measures 5-8):** Labeled P_0 . Clarinet: 3 4 6 7; Bassoon: 1 2 5; Piano: 9 10 11 12 (right hand), 8 (left hand).
- Case Study 3 (Measures 9-12):** Labeled I_9 . Clarinet: 1 2 3 4 5 6 7; Bassoon: P_0 (incomplete - pc10) 1 2 3 4 5 6 7; Piano: P_3 (incomplete - pc1) 1 2 3 4 5 6 7.
- Case Study 4 (Measures 13-16):** Labeled P_0 and I_9 (incomplete). Clarinet: 3 4 6 8; Bassoon: 2 7 10 11; Piano: 8 9 10 11 12 (right hand), 1 5 9 5 (left hand).

Additional labels for hexachords and other structures are present:

- Measures 10-11: P_0 2nd Hexachord (Clarinet), P_0 1st Hexachord (Bassoon).
- Measures 12-13: P_0 1st Hexachord (Clarinet), P_0 2nd Hexachord (Bassoon).
- Measures 14-15: R_7 (Clarinet), 2nd Hex (Bassoon).
- Measures 16-17: 2nd Hex (Clarinet), 1st Hex (Bassoon).

Figura 54: Four Case Studies – parte II.

A série original $P_0 = [8, 9, 7, 5, 11, 4, 2, 3, 10, 1, 0, 6]$ desdobra-se em dois hexacordes com as *Prime Forms* $H_1 = [0, 1, 3, 4, 5, 7]$ e $H_2 = [0, 2, 3, 4, 5, 8]$ com os pc-set respetivamente 6-Z10 e 6-Z39 – dois zigóticos que partilham o mesmo vector intervalar $[3\ 3\ 3\ 3\ 2\ 1]$. A segmentação em tetracordes tem como resultado as *Prime* $Q_1 = [0, 1, 2, 4]$, $Q_2 = [0, 1, 2, 5]$ e $Q_3 = [0, 1, 3, 7]$ com os pc-set respetivamente 4-2, 4-4 e 4-Z29 – este último um zigótico caracterizado por apresentar todas as classes de intervalos no vector IC = $[1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1]$. Finalmente, a segmentação em tricordes resulta em $T_1 = [0, 1, 2]$, $T_3 = [0, 1, 5]$ e $T_2 = T_4 = [0, 1, 6]$, respetivamente 3-1, 3-4, e 3-5. Os tetracordes contêm todos o intervalo de meio-tom.

6.2. Obra 2: *Inclinado en las Tardes*

Partindo da obra poética de Pablo Neruda intitulada *Veinte poemas de amor y una canción desesperada* foram divididos os poemas e proposto a cinco compositores a realização de um ciclo para canto e piano com o mesmo título. O sétimo destes poemas intitula-se *Inclinado en las Tardes*. Para a sua concepção musical utilizou-se na sua grande parte o sistema de Perle. Definiram-se os dois ciclos a reunir e elaborou-se um plano harmónico a partir destes. Os ciclos são os pop_5 e iii_8 . A Figura 55 apresenta esses dois ciclos interpolados com a sua inversão simétrica.

P₀P₅
middle-point of symmetry
 Sum 5 intervals (Prime 5)
 Sum 0 intervals (Prime 0)

I_{i8}
middle-point of symmetry
 Sum 8 intervals (Inversion 8)
 Sum 1 intervals (Inversion 1)

Figura 55: Ciclos simétricos pop₅ e i_{ii8}.

Se cada elemento funcionar como eixo e se juntarmos as suas notas vizinhas ficamos com uma tríade cujas séries sequenciais podemos ver na figura seguinte. Por último juntam-se os dois ciclos simétricos pelos pares triádicos com as notas de eixo comuns resultando o encadeamento harmónico apresentado no terceiro sistema da Figura 56.

to Bruno Pereira

Twenty Love Poems and a Song of Despair VII. Inclinado en las tardes

Pablo Neruda Telmo Marques (2012)

Calmo ♩ = 60

Baritone In - cli-

Piano *mp* *cresc.*

Red. Red. Red. Red.

p0p5: t 7 5 8 9 3 t 7 5
 i1i8: 1 7 6 e 9 4 1 7 6

5 o - jos o - ce - á - ni - cos. Al-

na - do en las tar-des ti - ro mis tris - tes re - des a tus

p

Red. Red. Red.

p0p5: t 7 5 8 9 3 e 6 6 p2p8: 5 9 e
 i1i8: 1 7 6 e 9 4 2 6 7 i1i10: 2 9 3

Figura 57: *Inclinado en las Tardes* – estrutura inicial.

A construção deriva da ordenação p0p5/i1i8 para os primeiros oito compassos, realizando uma modulação (mudança de ordenação) no compasso

nove⁷³. A série original, pop5, e uma das suas *parentes* (cognate), iii8, espelham as seguintes séries:

pop5: 0 0 5 7 t 2 3 9 8 4 1 e 6 6 e 1 4 8 9 3 2 t 7 5 0 0
 iii8: 0 1 7 6 2 e 9 4 4 9 e 2 6 7 1 0 8 5 3 t t 3 5 8 0 1

O primeiro compasso, letra a, combina os segmentos triádicos $t 7 5 / 1 7 6$ (conferir também com as harmonias assinaladas na Figura 58). O mesmo agregado com base no eixo comum – neste caso a nota 7 – é representativo dos compassos quatro e cinco. Os segundo e terceiro compassos, letra b, representa um alinhamento diferente da mesma combinação *parental* combinando os segmentos triádicos $8 9 3 / e 9 4$. O mesmo se passa nos compassos seis e sete. No compasso oito ocorre um novo alinhamento – $e 6 6 / 2 6 7$. Como se pode perceber, a organização dos dois ciclos simétricos pressupõe o deslizar de um sobre o outro – é uma necessidade fundamental no sistema pré-compositivo TTT. O seu estudo é uma contínua necessidade para explorar as características e as qualidades de cada combinação cíclica.

Figura 58: Segmentos triádicos combinados – a, b, c.

⁷³ As ferramentas analíticas baseiam-se nas dedicadas ao modelo de George Perle e de autores outros de referência. Alguns autores usam as letras *t* e *e* para designar respetivamente o integral 10 (ten) e 11 (eleven) evitando situações de ambiguidade nas listas e séries (ver Foley, 1999; Foley & Cusack, 2006; Perle, 1996; Rosenhaus, 1995).

O compasso nove apresenta uma combinação diferente intervalar, neste caso os ciclos de intervalo 6 e intervalo 1 (ver Perle, 1996, pp. 67-70). A modulação processa-se através da nota 2 (Ré), nota comum que realiza a ponte entre os dois ciclos cognatos.

6.3. Obra 3: *Dodecabrätsche*

A obra *Dodecabrätsche* para ensemble de doze violas foi encomenda do violetista Jorge Alves, membro do *Quarteto de Cordas de Matosinhos*. O nome de imediata evidencia é sinóptico não só do número de interpretes que compõem o *ensemble* mas também pela técnica compositiva que o regula, neste caso o sistema *Twelve-Tone Tonality* de Perle.

A Figura 59 apresenta os primeiros compassos do trabalho final, encontrando-se a partitura completa no Anexo 1.

Figura 59: *Dodecabrätsche* – primeira página.

Melodicamente o início é marcado por uma estrutura dividida em duas grandes frases com relação de antecedente e consequente. Cada uma destas frases organiza-se em segmentos de frase com dimensão métrica ao compasso, quatro na frase antecedente e cinco na consequente. A Figura 60 é representativa do estudo preliminar efetuado.

The figure displays a musical score with five main sections:

- Cycle 1:** A single melodic line starting with a $p0p7$ fingering.
- Cycle 2:** A single melodic line starting with an $i5i0$ fingering.
- Concatenation:** A piano accompaniment consisting of two staves (treble and bass) with a $p0p7 + i5i0$ fingering. Below the staves, a sequence of numbers (I, II, III, IV, V, VI, 6, 5, 4, 3, 2, 1) indicates fingerings or positions.
- ANTECEDENT PHRASE:** A melodic line with a piano accompaniment. The melodic line includes fingerings: IV, II, IV, VI, 6, IV, II, 5, 2, 4, 3, V, II, 2, 1.
- CONSEQUENT PHRASE:** A melodic line with a piano accompaniment. The melodic line includes fingerings: IV, II, IV, VI, 6, IV, II, I, II, IV, V, 2, 4, 5, III, I. A measure number '12' is placed at the beginning of this section.

Figura 60: Estudo pré-compositivo e estrutura formal das frases iniciais.

6.4. Obra 4: 87.658,13H para Banda Sinfónica

A obra com o título “87.658,13H” é o resultado de uma encomenda para a Filarmónica União Taveirense com o intuito de marcar os dez anos do maestro João Paulo Fernandes na direcção da mesma. Sendo o título facilmente relacionável na identificação do número de horas contidas em 10 anos, também é visível na gestão hipermétrica no início da obra com a sequência de compassos 8, 7, 6, 5, 8, 13 etc. A construção melódica do motivo inicial é baseada na seguinte série:

$$P = [0, 5, 10, 9, 8, 11, 4, 6, 7, 3, 2, 1]$$

As duas frases iniciais dividem-na em dois segmentos melódicos conforme a Figura 61:

$$S1 = [0, 5, 10, 9, 8, 11, 4]$$

$$S2 = [6, 7, 3, 2, 1]$$

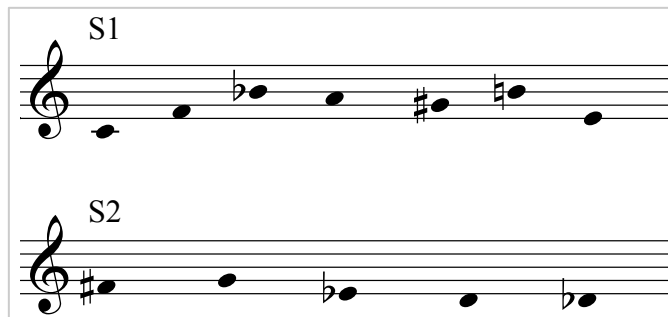


Figura 61: Série dividida em dois segmentos melódicos.

Como foi atrás dito, o modelo tem como objectivo adquirir equilíbrio entre as dimensões horizontal e vertical. Seguindo os princípios do modelo proposto, uma das soluções possíveis apresentadas pelo programa está relacionada com as invariâncias geométricas e com o modelo *Tetracorde Estrela Soma 22*.

Relembrando: São soluções possíveis os encadeamentos harmónicos que contêm sequencialmente o segmento melódico, ou parte dele.

O exemplo na figura seguinte é representativo de uma das soluções encontradas para o primeiro Segmento Melódico S1.

Solution 1a
Tetrachords SUM 22

0 4 8 10	6 8 3 5	10 3 7 2	5 7 9 1	2 9 11 0	1 11 4 6	(0 4 8 10)
A B D E	C D F G	E F H I	G H J K	I J L A	K L B C	(A B D E)

Solution 1b
Tetrachords SUM 22

1 8 2 11	6 2 4 10	11 4 0 7	10 0 9 3	7 9 5 1	3 5 8 6	(1 8 2 11 6 2 4 10)
A B D E	C D F G	E F H I	G H J K	I J L A	K L B C	(A B D E C D F G)

Figure 62: Segmento melódico S1.

The image shows a page of a musical score for a symphonic band, covering measures 19 to 23. The score is written for a large ensemble, including woodwinds, brass, and percussion. The key signature is one flat (B-flat major or D minor), and the time signature is 4/4. The score is marked with dynamics such as *mf* (mezzo-forte) and *f* (forte). A rehearsal mark 'C' is placed at the beginning of measure 19. The percussion section includes Triangle, Tambourine, Cymbals, Snare Drum, and Bass Drum. The woodwind section includes Piccolo, Flutes 1 and 2, Oboe, Clarinets 1, 2, and 3, Bass Clarinet, Bassoon, Alto Saxophone, Tenor Saxophone, and Baritone Saxophone. The brass section includes Horns 1 and 2 (3 and 4), Trumpets 1 and 2 (3 and 4), Flugelhorn, Trombones 1 and 2, Euphonium, and Tuba. The score is written in a standard musical notation style with various articulations and dynamics.

Figura 63: 87.658,13H para Banda Filarmónica – compassos 19 a 23.

The image displays a page of a musical score, labeled '6' in the top left corner. The score is for a large ensemble, including woodwinds, brass, and percussion. The measures shown are 24 through 30. The notation is dense, with many notes and rests. Dynamic markings like 'cresc.' and 'ff' are present. The score is written in a standard musical notation with various clefs and time signatures.

Figura 64: 87.658,13H – compassos 24 a 30.

6.5. Obra 5: *Disgrace* para Saxofone Soprano e Overdubbing

A obra para Saxofone Soprano e *Overdubbing* é uma primeira abordagem prática à teoria que integra o modelo pré-compositivo GH. Com base em ciclos geométricos, vai permitindo evoluir do motivo para a construção harmónica, deduzida esta a partir de motivos não autogenerativos, isto é, de geração independente do sistema. Assim, a independência motívica apenas deve reportar a factores exteriores ao modelo de Geometria Serial. Neste caso particular a geração motívica fica dependente apenas e tão só dum princípio exposto de acordo com a Figura 65. (Apesar de o poder fazer como auxiliar no processo compositivo CAAC, o sistema não obriga a seleccionar conjuntos motívicos exclusivos pertencentes unicamente ao universo GH).

Partindo do pressuposto programático, o título *Disgrace* tem por inspiração o livro com o mesmo nome de J. M. Coetzee. O papel principal pertence a David Lurie professor de inglês sul-africano que é atirado para uma situação extrema que lhe dá a oportunidade de explorar a significação de se ser humano⁷⁴. Esta *desgraça* começa com a sedução à mais vulnerável das suas alunas que, pressionada pela família e amigos, reporta o caso à escola. David recusa-se a pedir desculpa pelo seu comportamento e é forçado a demitir-se. Subsequentemente é lançado num turbilhão de perdas sucessivas: emprego, reputação, dignidade, aparência, aspiração de sucesso. Perde finalmente até a capacidade de proteger a sua própria filha.

Paralelamente, a história mostra-nos um David Lurie a trabalhar numa peça em torno da fase final da vida de Lord Byron em Itália que espelha a sua própria vida de excessos hedonísticos. Segundo Peggy Lindsey, Coetzee não oferece nenhuma solução feliz e rápida para este pós-apartheid sul-Africano, onde os homens brancos andam armados e constroem cercas de segurança sempre na eventualidade de levar

⁷⁴ “Coetzee has always situated his characters in extreme situations that compel them to explore what it means to be human.” *Salon Book Review*: <http://www.salon.com/1999/11/05/coetzee/> (consultado em 2014-01-28).

um tiro nas costas e as mulheres brancas desprotegidas são brutalizadas. Mas a história oferece um leve vislumbre de autorredenção, uma sensação de que David não está completamente perdido: a leve esperança de que se alguém como David pode encontrar sentido na vida novamente – ele dos escalões superiores raciais e culturais da antiga África do Sul – então talvez a desgraça do apartheid possa evoluir para algo melhor também⁷⁵.

Dois excertos do livro relacionados com a arte dos sons:

Although he devotes hours of each day to his new discipline, he finds its first premise, as enunciated in the Communications 101 handbook, preposterous: 'Human society has created language in order that we may communicate our thoughts, feelings, and intentions to each other.' His own opinion, which he does not air, is that the origins of speech lie in song, and the origins of song in the need to fill out with sound the overlarge and rather empty human soul⁷⁶.

In his head Byron, alone on the stage, draws a breath to sing. He is on the point of setting off for Greece. At the age of thirty-five he has begun to understand that life is precious.

Sunt lacrimae rerum, et mentem mortalia tangunt: those will be Byron's words, he is sure of it. As for the music, it hoven somewhere on the horizon, it has not come yet⁷⁷.

O latim é tirado do Livro I, linha 462 da *Eneida* de Virgílio. Pode-se traduzir como: 'Há lágrimas para as coisas que acontecem e o material da nossa mortalidade toca os corações'.

⁷⁵ "True, this story is bleak --- Coetzee offers no happy quick fix for this post-apartheid South African where white men who arm themselves and build security fences are expected to get a bullet in the back eventually, and solitary white women are brutalized. And David's rise from disgrace is by no means complete. He has fallen far enough that he can no longer make a life as he did before. But the story offers a slight glimpse of self-redemption, a sense that David is not completely broken. And the tiny bit of dignity David retains implies a slight hope that if one such as David---he of the upper echelons of race and education in the old South Africa --- can find meaning in life again, then perhaps the disgrace of apartheid can evolve into something better as well."

MostlyFiction Book Reviews: <http://www.mostlyfiction.com/world/coetzee.htm>
(consultado em 2014-01-28).

⁷⁶ Coetzee, J. M. (1999). *Disgrace*. London: Vintage, p. 3-4.

⁷⁷ Idem, p. 162.

A análise macroestrutural revela uma organização formal A – A' – A'' que se fundamenta desde o nível da construção melódica: A' começa com a última semicolcheia do compasso 17 iniciando o processo retrógrado exposto em A que vai até ao início do compasso 37. Nesse ponto tem início A'' apresentando uma recapitulação melódica de A (ver nota⁷⁸).

A Figura 65 apresenta o patch PWGL gerador de sequências destinadas a produzir os segmento motivicos (ou frases melódicas). O sequêcia é gerada partindo de duas notas (no exemplo da figura B(11) e A(9)). As seguintes resultam do somatório das duas imediatamente anteriores (módulo 12) terminando imediatamente antes da primeira nota repetida. Tal como sucede com a série de Fibonacci e de Lucas, a sequêcia converge na proporção $\Phi = 0.618$ (secção de ouro)⁷⁹.

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \text{ para } n \geq 0$$

Aplicando a seguinte fórmula aos dois valores do exemplo, teremos como resultado a série: 11, 9, 20, 29, 49, 78, 127, 205, 332, etc.

A série converge para 0.618 a cada novo elemento:

$$\frac{9}{11} = 0.818 \quad \frac{20}{9} = 2.222 \quad \frac{29}{20} = 1.45 \quad \frac{49}{29} = 1.690 \quad \frac{78}{49} = 1.591$$

$$\frac{127}{78} = 1.628 \quad \frac{205}{127} = 1.614 \quad \frac{332}{205} = 1.619$$

⁷⁸ A razão pela qual é preferível usar A' em vez de B como designação prende-se com o facto de não indiciar um contraste evidente seja de textura ou de caráter.

⁷⁹ De facto, para qualquer série formada somando os dois últimos elementos para conseguir o seguinte tenderá sempre para a proporção $\Phi = 0.618$, para todos e quaisquer dois valores iniciais.

Reduzindo o seu âmbito à oitava (módulo 12) conseguimos o seguinte resultado:

11, 9, 8, 5, 1, 6, 7, 1, 8, etc.

A sequência termina no sétimo elemento, imediatamente antes da primeira repetição.

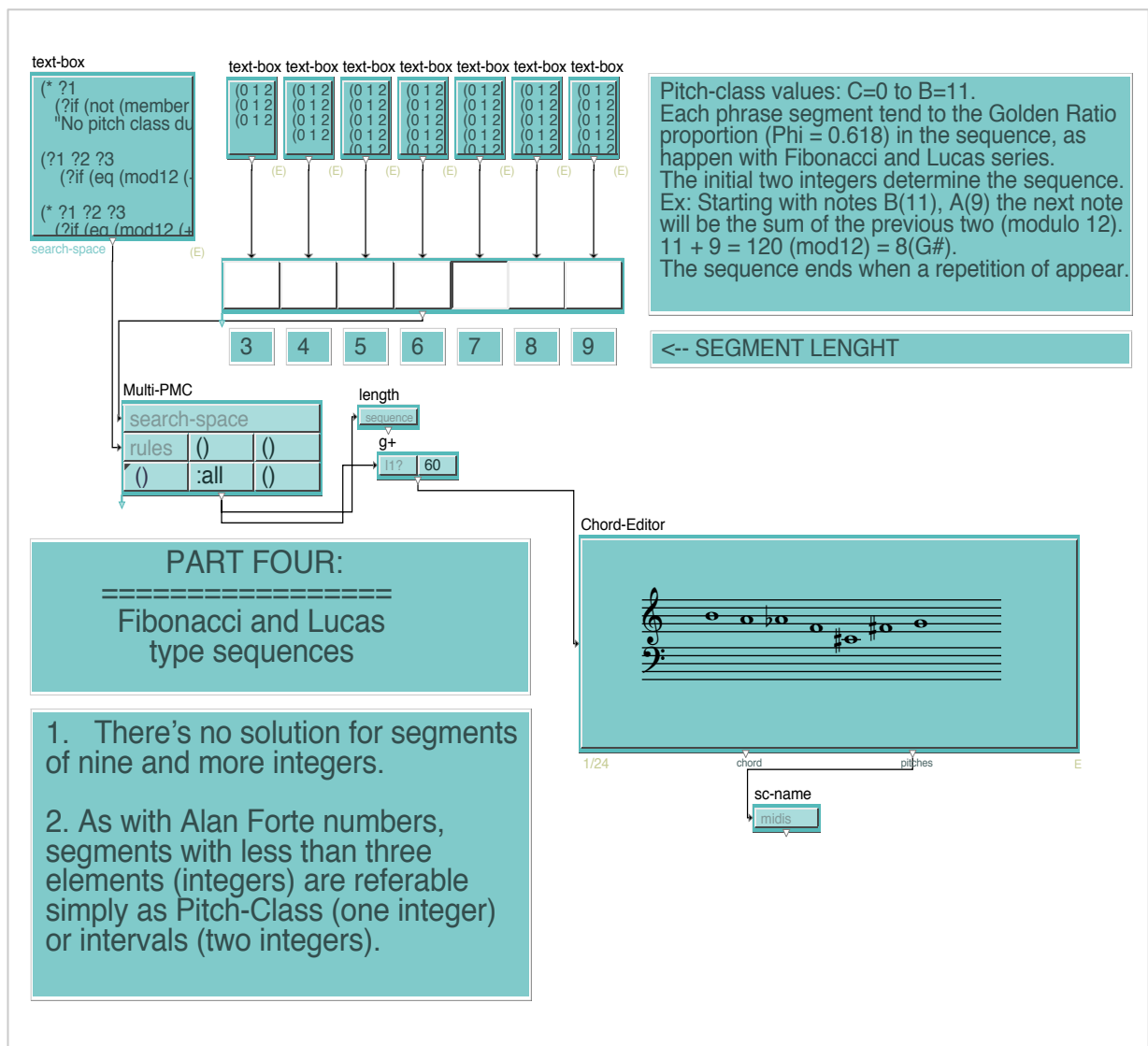


Figura 65: Construção Motívica.

A nomenclatura empregue resulta das soluções geradas pela aplicação, onde o primeiro elemento representa a tamanho do segmento e o segundo a ordem de classificação.

Ex: o primeiro segmento denomina-se 7 – 24.

7 – Segmento com sete notas.

24 – Vigésima quarta solução encontrada pela aplicação.

Os eixos de retrogradação e de recapitulação do conjunto integral de motivos determinam a forma macroestrutural da obra (Figura 66).

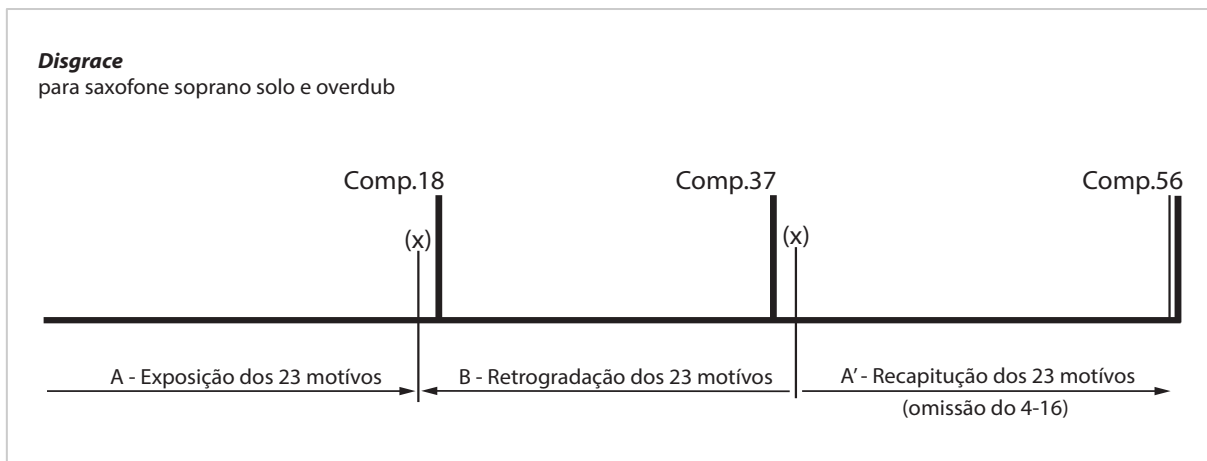


Figura 66: *Disgrace* – análise macroestrutural.

A Figura 67 apresenta o plano da construção melódica em toda a extensão da obra. Optou-se por manter apenas as notas e a rítmica, retirando da partitura toda a informação relativa à dinâmica e à articulação, apenas para uma melhor clarificação analítica.

Soprano Sax Solo Live

(Axis for Retrogradation)

(Axis for Recapitulation)

Figura 67: *Disgrace* – análise do processo de construção melódica.

Disgrace
To my friend and colleague Fernando Ramos

CONCERT SCORE

Cute ♩ = 100

The image shows a musical score for 'Disgrace' with five staves: Soprano Sax, Alto Sax, Tenor Sax, Baritone Sax, and Sampler Guide. The score is annotated with colored boxes and lines indicating the articulation of motifs. The motifs are: 'motivo 7-24' (red box), 'motivo 4-33' (blue box), 'motivo 6-17' (green box), 'motivo 4-16' (orange box), and 'motivo 7-8' (pink box). A red line connects the 'motivo 7-24' box to the Alto Sax staff, with the label 'hipóteses GH - tricordes Hexágono'. A blue line connects the 'motivo 4-33' box to the Alto Sax staff. A green line connects the 'motivo 6-17' box to the Alto Sax staff. An orange line connects the 'motivo 4-16' box to the Sampler Guide staff, with the label 'retrógrado da Inv. e Trans. do motivo 4-16'. A pink line connects the 'motivo 7-8' box to the Alto Sax staff, with the label 'transposição do motivo 7-8'. Another pink line connects the 'motivo 7-8' box to the Baritone Sax staff, with the label 'transposição e aumentação do motivo 7-8'. A final pink box on the Sampler Guide staff is labeled 'retrógrado, transposição e aumentação do motivo 7-8'. The Sampler Guide staff also has labels 'Zyther' and 'To Dr.' above it.

Figura 68: *Disgrace* – articulação horizontal/vertical.

A Figura 68 mostra parte do processo de articulação entre cada motivo e a sua integração na totalidade da construção. O primeiro motivo – 7-24 – tem como resposta uma solução GH dos tricordes hexágono, solução que integra o próprio motivo sem transposição no saxofone alto do *overdub*. O segundo motivo – 4-33 – é utilizado diretamente pelas suas notas na resposta. O motivo 4-16 aparece integrado no processo seguinte (ver figura). O último motivo do exemplo na figura – 7-8 – é distribuído pelos vários instrumentos num processo imitativo onde transformações da ordem da aumentação, da transposição, retrogradação e retrogradação da inversão são aplicadas.

Encontramo-nos numa fase embrionária, onde apenas a direccionalidade do horizontal para o plano vertical é explorada. Podemos ver contudo as possibilidades orgânicas que (por enquanto apenas) esta direccionalidade já imprime na articulação das partes – do motivo para a harmonia.

6.6. Obra 6: *MBA Short Programme* para Ensemble de Metais

Esta obra dedicada aos *Massive Brass Attack* foi integralmente produzida e assistida pela *Geometria Serial*, objecto deste estudo. Constituída por cinco fragmentos, organizados como se de um trabalho académico se tratasse, têm por subtítulo I. Intro; II. Methods; III. Review; IV. Data; e V. Finale.

De entre as 1032 possibilidades, e com critérios que se vão percebendo ao longo da análise, foi seleccionada para toda a obra a série de hexacordes 700 da geometria *4 círculos* e respetivos tetracordes resultantes da geometria *estrela*. Os quatro hexacordes da série 700 são apresentados na Figura 69 em baixo a tracejado. A integração dos quatro círculos obriga a dois EC entre quaisquer dois hexacordes contíguos num total de oito notas diferentes. Estas díades dos EC também apresentam transformações simétricas de igual somatório.

The figure displays musical notation for four hexacords (700, 701, 702, 703) arranged in a 4x4 grid. Each hexacord is represented by two staves (treble and bass clef). Hexacord 700 is enclosed in a dashed rectangular box and is further divided into four tetracords labeled 700a, 700b, 700c, and 700d. The notes in the hexacords are: 700 (C, D, E, F, G, A), 701 (C, D, E, F, G, B), 702 (C, D, E, F, G, Bb), and 703 (C, D, E, F, G, Ab). The tetracords for 700 are: 700a (C, D, E, F), 700b (D, E, F, G), 700c (E, F, G, A), and 700d (F, G, A, B).

Figura 69: Seleção 700 e Elementos comuns – EC.

EC - ELEMENTOS COMUNS

Condução de vozes SUM = 7

[9, 10] [8, 11] [0, 7] [1, 6]

Figura 70: EC – elementos comuns.

A Figura 70 mostra a estreita relação entre as díades dos EC e a sua transformação simétrica cromática de igual somatório 7.

A totalidade de possibilidades de tetracordes obtidos do patch GS, excluindo os retrógrados, as inversões e os elementos comuns, formam as seguintes sequências:

- Hexacorde 1) 54 sequências tetracordais;
- Hexacorde 2) 30 sequências tetracordais;
- Hexacorde 3) 19 sequências tetracordais;
- Hexacorde 4) 05 sequências tetracordais.

Estes tetracordes podem ser consultados no Apêndice 3, ou novamente processados através do patch. Apenas serão apresentados no texto os que se tornaram mais relevantes por terem sido utilizados na obra.

Os quatro hexacordes são denominados 700a, 700b, 700c, e 700d respectivamente. Um aspecto curioso que se verifica em quase 50% das 1032 possibilidades é uma vez mais uma invariância na segmentação em tricordes de cada um dos hexacordes. Em específico no caso presente, todos os hexacordes contêm dois tricordes idênticos segundo nomenclatura de Allen Forte⁸⁰:

700a – 2 pc-set [0, 1, 4]

700b – 2 pc-set [0, 2, 7]

700c – 2 pc-set [0, 3, 6]

700d – 2 pc-set [0, 1, 3]

Relativamente às notas reais, a relação entre os dois tricordes de cada hexacorde é nos quatro casos sempre a mesma,

$$B = T(I(A), 7)$$

sendo “A” o primeiro tricorde de determinado hexacorde, “B” o segundo tricorde do mesmo hexacorde, “T” transposição e “I” inversão. Assim deve-se ler: B é a inversão de A transposta ao nível 7 (ver Forte, 1973, pp. 10-11). Se tivermos em conta esta invariância os 24 elementos dos 4 hexacordes resumem-se a 12 elementos de 4 tricordes, sendo todos os outros tricordes transformações dos primeiros.

Para o início da obra optou-se por seleccionar o primeiro hexacorde (700a) em contraponto com a primeira solução resultante, Estrela 01/54 (leia-se “solução 1 de 54”).

⁸⁰ Forte, Allen (1973). *The Structure of Atonal Music*. New Haven, Connecticut: Yale University Press.

A Figura 71 apresenta a relação entre o plano motivico (700a) e harmónico (Estrela 01/54). As soluções harmónica obedecem ao princípio de integrarem as notas do motivo nas suas progressões – como se verifica na mesma figura. Chamemos a este binómio 700a/01, identificando desta forma o hexacorde motivico e a sua solução Estrela 01 de 54 possíveis.

Figura 71: Hexacorde motivico e tetracordes harmónicos resultantes.

Como resposta à primeira afirmação da obra, com a terceira nota do motivo contrapõe uma progressão harmónica de quatro acordes selecionados da primeira solução de transformação do hexacorde motivico 700a no tetracorde Estrela 01/54 (Figura 72).

Figura 72: Estrutura 700a/01.

Con moto $\text{♩} = 100$ I. Intro

3rd Trumpet in B \flat
1st Trumpet in C
2nd Trumpet in C

Figura 73: Tema – 700a+b+c+d.

O primeiro trompete apresenta o Tema principal anunciando os quatro hexacordes sequencialmente em toda a sua extensão: 700a+700b+700c+700d (Figura 73). A Figura 74 expõe analiticamente a relação desenvolvida pelas duas entidades, hexacordes e tetracordes, no primeiro fragmento do primeiro andamento *I. Intro*. Mais uma vez foi retirada dos exemplos toda a informação relacionada com dinâmicas e articulação de modo a tornar a figura mais clara e focalizada na matéria em causa.

I. Intro Telmo Marques
(Inv.11)700a(1,2,3)
(Nov 2014)

3rd Trumpet in B \flat
1st Trumpet in C
2nd Trumpet in C
Trombone
Horn in F
Piano
Bassoon 1,2
Clarinet in B \flat

Copyright © Telmo Marques

Figura 74: Intro – compassos 1 a 7.

Figura 75: Intro – compassos 8 a 14.

A partir duma Transposição 5, o Hexacorde 700c articula-se com os trombones na primeira solução respetiva – Estrela 01/19 (Figura em cima). A numeração em 700c/01 revela as permutações sofridas a partir da ordenação original dos tetracordes. Depois de uma incursão do 700d pelas trompas e trompetes, no compasso 11 e 12 vemos nascer um novo motivo. Este motivo batizado de *Motivo X* é resultado duma combinação do 700d e um tricorde do 700a. Algumas transformações do 700a em contraponto com imitações reais e invertidas do novo *Motivo X* nos compassos 12 a 14, e finalização com o 700d.

The musical score for Figure 76, Intro – compassos 15 a 20, is presented across ten staves. The sections are color-coded and labeled as follows:

- 700d (orange):** Measures 15-16. Piccolo and Trumpet 1 parts are active, with fingerings 4 5 6 and 4. Horns 1.3 and 1.4 play a rhythmic pattern with fingerings 1 2 3 4 5 6.
- 700a (red):** Measures 17-18. Trumpet 1, Flute, and Trombone 1.2 parts are active. Fingerings 3 4 5 6 are shown for Trombone 1.2.
- 700b (green):** Measures 19-20. Trumpet 1, Flute, and Trombone 1.2 parts are active. Fingerings 1 3 4 5 are shown for Trombone 1.2.
- 700c (blue):** Measures 21-22. Trumpet 1, Flute, and Trombone 1.2 parts are active. Fingerings 3 4 5 6 are shown for Trombone 1.2.
- (T5)700c (light blue):** Measures 23-24. Trumpet 1, Flute, and Trombone 1.2 parts are active. Fingerings 1 2 3 and 3 4 5 are shown for Trumpet 1 and Trombone 1.2 respectively.

Additional labels include 700d/05 for the Horns and 700a/01, 700b/08, 700c/12, and (T5)700c/12 for the Trombone parts. A small '3' is located in the top right corner of the score area.

Figura 76: Intro – compassos 15 a 20.

Os compassos 15 e 16 vemos o 700d com um suporte baseado na quinta solução Estrela 05/05 do hexacorde 700d. A Figura 76 mostra a transição para a recapitulação dos quatro hexacordes – 700a, 700b, 700c, 700d, este último dividido entre os compassos 15/16 e a transposição (T5)700c no final da página. Harmonizam com as mesmas soluções utilizadas nos compassos iniciais.

Intro: Compasso 15 e 16

700d/05

The musical score is organized into six measures, numbered 1 through 6. The top staff shows the 700d/05 tetrachord. The middle section, labeled 'Comp. 15', contains the parts for Trombones tenor and Trombones baixo e contrabaixo. The bottom section, labeled 'Comp. 16', contains the parts for Trompas and Tubas. Colored boxes highlight the notes: pink for harmonic parts and blue for melodic parts. A pink line indicates a melodic connection between the end of measure 15 and the start of measure 16 in the Trompas part.

Figura 77: Intro – compassos 15 e 16.

Maior distribuição vai acontecer no contraponto harmónico desenvolvido nos compassos 15 e 16 através dos tetracordes 700d/05. Com a Figura 77 podemos perceber mais claramente como se desenvolveu esta distribuição: no compasso 15, cada tetracorde divide-se em duas notas harmónicas aos trombones tenores, e duas melódicas aos trombones baixo e contrabaixo; no compasso 16, o desenho melódico dos baixo e contrabaixo transfere-se para o desenho harmónico das tubas, e o desenho harmónico dos tenores transfere-se para o desenho melódico das trompas.

Figura 78: Intro – compassos finais.

Nos compassos 21 e 22 articula-se uma transposição (T7) do 700d com os quartos tetracordes das soluções 700d/03 e 700d/04 (na Figura 78). Nos últimos quatro compassos há um regresso ao hexacorde 700a com transformações de inversão e transposição dos tricordes, consequência da divisão deste hexacorde em dois.

É exatamente com este dois tricordes, numa insistente “pergunta-resposta” entre o primeiro trompete e o primeiro trombone, que se inicia o segundo andamento *II. Methods*. De nota, o carácter *giocoso* que esta constância “pergunta resposta” traz a todo o andamento.

O terceiro andamento *III. Review* é um exercício de sublimação da teoria no seu campo exclusivo de ação – a altura de notas. Trata-se de um exercício de isometria onde do modo mais rigoroso possível se obteve um isolamento de variáveis dependentes das variáveis independentes. Toda a congruência da teoria *Geometria Serial* pôde ser aplicada em absoluto, centrando-se na “nota” como essência na

definição de altura e na construção horizontal e vertical, distanciada de influência das variáveis métrica, dinâmica e agógica.

Depois desta estruturação de alturas, procedeu-se à transferência e movimentação da rítmica, dinâmica e articulação dum excerto do quarteto no. 4, Op.37 de Schoenberg. O resultado é fortemente motivador. Conseguimos isolar o mundo da matéria sonora inerte (notas) do mundo temporal (ritmo) e do humano (dinâmicas e articulação), percebendo que aquilo que difere nas duas obras ainda é relevante mesmo ao nível da percepção. Apesar de ser uma análise meramente especulativa, resulta de factores facilmente assimiláveis por quem possua alguma experiência analítica, permitindo uma concentração no trabalho estrutural pré-compositivo que esta teoria pretende sugerir.

O quarto andamento *IV. Data*, lento e de carácter melancólico, propõe o mesmo motivo inicial 700a, 700b e 700c iniciando-se um contraponto no quinto compasso com o retrógrado do 700d, evoluindo para uma textura contrapontística.

O último andamento *V. Finale*, ataca com os dois primeiros tetracordes Estrela 700a/01 num movimento quebrado horizontal, executado pelas duas trompas em alternância, e pelos segundo trompete e feliscorne, também em alternância, que virá a servir de apoio à reentrada temática do primeiro tricorde do 700a, apresentado pelos trombones, com resposta do primeiro trompete e piccolo (segundo tricorde do mesmo 700a). Os dois tetracordes seguintes desenvolvem-se nos compassos 5 e 6, o mesmo se passando com os tetracordes cinco e seis nos compassos 7 e 8. Entretanto, trombones e trompetes (1º e piccolo) invertem os papéis. O andamento (e a obra) termina com a afirmação do terceiro tetracorde 700a/01 (D#, E, F#, B) nas trompas e trompetes, e conseqüente resposta de trombones e tubas com o hexacorde 700a.

7. CONCLUSÕES

“A ciência nunca resolve um problema sem criar pelo menos outros dez.”

Bernard Shaw

Dos resultados obtidos ao longo deste trabalho podemos extrair:

- A teorização e materialização de estruturas geométricas com distribuição equilibrada das doze notas cromáticas da escala temperada. Esse equilíbrio foi desenvolvido com fundamento em padrões de simetria;
- A sua concretização através de um suporte informático permitiu fazer num relativamente curto espaço de tempo, aquilo que levaria anos através do cálculo convencional, senão de todo impossível;
- A consolidação das técnicas e sistemas composicionais de maior relevo com suporte em processos de simetria e geometria;
- A perceptibilidade da linearidade motívica como característica essencial do serialismo de Schoenberg;
- O estudo do equilíbrio vertical como característica essencial do TTT de Perle;
- A génese de um princípio teórico aglutinador de tudo isto.

A definição e criação do modelo GS – Geometria Serial – foi a principal realização deste trabalho. O carácter capital da fundamentação simétrica e geométrica foi explanado e aprofundado na sustentação do mesmo modelo. O pilar

fundamental assumido pela simetria já se tornara evidente na TTT de George Perle. Para este, o intervalo natural de quinta perfeita está para a escala diatónica como o princípio natural de simetria está para a escala cromática. O princípio de simetria e a sua fundamentação é revelador de uma consistência capaz de regular num primeiro nível de articulação o espaço musical caracterizado pela unicidade do intervalo cromático⁸¹.

Ao contrário de alguns dos modelos estudados, o modelo aqui desenvolvido exhibe um perfil de reciprocidade entre as dimensões linear e harmónica, patenteadas por uma bidirecionalidade com sentidos do melódico para o harmónico e vice-versa. Assim a harmonia é inferência de uma premissa temática (melódica), do mesmo modo que a melodia pode também resultar de uma premissa harmónica. Toda a base do sistema evidencia um princípio unificador estrutural de geometria simétrica capaz de sustentar um gesto motívico, ou um gesto motívico capaz de gerar a sua própria sustentação harmónica. Em alguns destes passos existem relações diretas com o serialismo de Schoenberg, com a sustentação de Perle na sua TTT, com a forma de geração de conjuntos de padrão periódico das *Sieves* de Xenakis, bem como com a organização geométrica da harmonia, teorizada por Dmitri Tymoczko no seu método analítico.

Este trabalho vem assim contribuir para a extensão dos processos compositivos que têm por base o espaço musical da série cromática de doze notas, bem como erguer uma prenoção na organização das dimensões horizontal e vertical do discurso musical. Foram estudadas outras perspectivas, sistemas e teorias relacionáveis com os três assuntos principais deste estudo de modo a valorizar o modelo a desenvolver: simetria e geometria, motivo/horizontalidade e harmonia/verticalidade, e o referencial musical da série de doze notas. Não foi de todo intensão deste estudo produzir uma apreciação comparativa entre os vários sistemas e práticas. O objectivo do postulado exposto na Introdução, no final do capítulo 1.3, propunha a “Construção de um modelo compositivo com base na série cromática de doze notas temperadas, de sustentação simétrica e geométrica, e

⁸¹ “[T]he diatonic scale and the “natural” interval of the perfect fifth have been superseded by a semitonal scale and a “natural” principle of symmetry that are equally well qualified to provide a “first level of articulation.” Symmetry is as “natural” to the twelve-tone scale as the perfect fifth is to the diatonic scale” (Perle, 1996, p. 249).

equilíbrio Motivico/Harmónico.” Este objectivo parece ter sido alcançado e dá agora pelo nome de *GS – Geometria Serial*.

A Geometria Serial traduz-se numa liberdade balizada pela série cromática das doze notas, pela disposição simétrica dos segmentos da série na organização do espaço geométrico, pelas progressões harmónicas que manifestam um equilíbrio no tratamento da condução de vozes que é fruto do igual somatório de cada um dos segmentos e da relação EC (constante de relação segmentar dos elementos comuns). Este processo pré-compositivo afigura-se assim como um elemento estrutural, sem produzir resultados finais ou quasi-finais, e sem absolutamente nenhuma influência de estilo. Assim, “o artista tem o dever e o privilégio de decidir, radicalmente só, as suas escolhas e o valor dos resultados”⁸².

Para trabalhos futuros, e a partir deste momento que temos sistematizado o suporte geométrico, é possível imaginar uma extrapolação abstrata em que todos os procedimentos são respeitados, mas a geometria figurativa é virtual – uma figura virtual multidimensional, em que os requisitos periódicos dos segmentos se mantêm com um desfasamento constante, seguindo os modelos apresentado nas tabelas 4 a 8.

Facilmente se percebe a importância do desenvolvimento do modelo GS para lá do material musical cingido as notas, sendo fundamental alargar o projeto à morfologia do ritmo/métrica e à semântica da frase e da forma. Partindo do já susceptibilizado funcionalismo do sistema tonal, a afirmação da tonalidade com o início do discurso musical (exórdio) e o fim de frase com a cadência, tudo isto está mais que estudado e definido, um pouco como no xadrez com as aberturas e os finais de jogo dissecados até à exaustão. No entanto é na matéria central que pouco se elabora ou sistematiza — para além de uns poucos princípios modulatórios ou de inflexão, e de sequências diatónicas. Continuamos preocupados com o princípio e o fim do discurso como se isso fosse o fundamental. O que faz uma boa uma estória? Será suficiente juntar o *Era uma vez* com o *...e viveram felizes para sempre*? O que falta *entre* estas duas frases que a faça uma estória não igual a outra qualquer estória? Falta quase tudo. Transpondo para o mundo musical, o que falta é a *ideia* no sentido que Schoenberg a utiliza, a *ideia* da obra na sua totalidade. Para Schoenberg a *ideia* é o mais importante na obra de arte, não no sentido vulgarmente utilizado

⁸² “The artist (man) has the duty *and* the privilege to decide, radically alone, his choices and the value of the results” (Xenakis, 1992, p. xi).

para definir tema, melodia frase ou motivo, mas antes a *ideia* que o seu criador quis apresentar. No fundo, a ferramenta pode vir a tornar-se obsoleta, mas a *ideia* que está por trás do seu funcionamento não desaparece tão facilmente. “As ideias não morrem” (ver Schoenberg, 1975, pp. 122-123).

Como em muitas outras situações, não chega abraçarmos uma generalidade e esperar que nasça uma obra. Uma obra musical, mesmo que com base no sistema tonal, está para além da simples escala diatónica. A escala diatónica é apenas um confinamento, uma restrição (*constraint*). Será possível afirmar que toda a música tonal existente encontra-se simplesmente nessa mesma escala diatónica? Obviamente que não, da mesma forma que toda a obra literária não está contida num simples conjunto de elementos de A a Z, nem todo o pensamento matemático se encontra nuns quantos poucos algarismos. Perle relança o desafio afirmando que no início são as “ideias”, e só depois é que essas ideias encontram os alicerces em que se apoiar. Perle compara a série cíclica à escala diatónica no sentido de servir apenas para definir uma base estrutural de elementos através dos quais um sem número de obras se podem basear.

One thing is certain: no good piece of music is ever done backwards, as it were, from the background to the foreground, beginning with the construction of some interesting abstract pattern and then filling in the music. This would be comparable to building up a living organism by finishing the skeleton first, then putting in the organs, muscles, ligaments, etc. (Perle, 1996, pp. xiii-xiv).

É vulgar pensar-se em música como dependente de inspiração. Talvez pelo étimo diretamente relacionável com a musa inspiradora dos artistas. Não deixa de ser verdade que um compositor trabalha muitas vezes de uma forma intuitiva, deixando-se guiar pelo seu ouvido, pela voz interior que determina se o caminho é por aqui ou por ali, umas vezes com mais inspiração, outras nem tanto. Ravel dizia que a inspiração quando batesse à porta iria apanhá-lo a trabalhar. J. S. Bach, considerado pela grande maioria como um dos maiores compositores de todos os tempos (o maior para alguns) entregando toda a sua dedicação ao divino, acreditava ter sido abençoado por Deus e que este o ajudava na elaboração da sua música. Inspiração constante ou não, na extensa obra de Bach podemos entender um modelo de

construção, de pensamento, de engenho – uma *Ideia*. No seguimento dessa *ideia* vinha então a parte técnica levada de forma sistemática e com engenho – esse seu engenho operacional que levou alguns a pensar dar-lhe o rótulo de primeiro compositor dodecafónico⁸³.

⁸³ “Bach sometimes operated with the twelve tones in such a manner that one would be inclined to call him the first twelve-tone composer” (Schoenberg, 1975, p. 117).

BIBLIOGRAFIA

- Amiot, Emmanuel (1991). Pour en finir avec le Désir: La Notion de Symétrie en Analyse Musicale. *Analyse Musicale* (22), 87-92.
- Amiot, Emmanuel (2010). *Modèles algébriques et algorithmes pour la formalisation mathématique de structures musicales*. (Docteur), Université Pierre & Marie Curie, Paris 6.
- Anders, Torsten & Miranda, Eduardo Reck (2009). Interfacing Manual and Machine. *Contemporary Music Review*, 28 (2), 133-147.
- Antokoletz, Elliott (1984). *The Music of Béla Bartók: A Study of Tonality and Progression in Twentieth-Century Music*. Berkeley: University of California Press.
- Antokoletz, Elliott (1992). *Twentieth Century Music*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Ariza, Christopher (2005a). *Navigating the Landscape of Computer Aided Algorithmic Composition Systems: A Definition, Seven Descriptors, and a Lexicon of Systems and Research*. Paper presented at the International Computer Music Conference, ICMC 2005, Barcelona.
- Ariza, Christopher (2005b). The Xenakis Sieve as Object: A New Model and a Complete Implementation. *Computer Music Journal*, 29 (2), 40-60.
- Ashley, Richard (1991). Two Responses. *Computer Music Journal*, 15 (4), 55-61.
- Babbitt, Milton (1960). Twelve-tone Invariants as Compositional Determinants. *The Musical Quarterly*, 46 (2), 246-259.
- Babbitt, Milton (1973). Since Schoenberg. *Perspectives of New Music*, 12 (1/2), 3-28.
- Babbitt, Milton (1976). Responses: A First Approximation. *Perspectives of New Music*, 14 (2), 3-23.
- Bailey, Kathryn (1991). *The Twelve-note Music of Anton Webern: Old Forms in a New Language*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Baragwanath, Nicholas (2001). Alban Berg, Richard Wagner und Leitmotive der Symmetrie. *Archiv für Musikwissenschaft*, 58 (1), 23-50.
- Boretz, Benjamin (1963). Review: Serial Composition and Atonality. *Perspectives of New Music*, 1 (2), 125-136.

- Carr, James (1995). George Perle and the Computer: An Uneasy Alliance. *International Journal of Musicology*, 4, 207-215.
- Carrabré, Patrick T. (1993). *Twelve-Tone Tonality and the Music of George Perle*. (PhD dissertation), City University of New York.
- Cody, Joshua (1996). An Interview with Paul Lansky. *Computer Music Journal*, 20 (1), 19-24.
- Cohn, Richard (1997). Neo-Riemannian Operations, Parsimonious Trichords, and their Tonnetz Representations. *Journal of Music Theory*, 41 (1), 1-66.
- Cohn, Richard (1998). An Introduction to Neo-Riemannian Theory: A Survey and historical Perspective. *Journal of Music Theory*, 42 (2), 167-180.
- Cohn, Richard (2008). Pitch-Time Analogies and Transformations in Bartók's Sonata for Two Pianos and Percussion. In Jack Douthett, Martha M. Hyde & Charles J. Smith (Eds.), *Music Theory and Mathematics: Chords, Collections, and Transformations* (pp. 49-71). New York: University of Rochester Press.
- Cope, David (1991). *Computers and Musical Style*. Madison WI: A-R Editions.
- Cope, David (1993). *Algorithmic Composition [re]Defined*. Paper presented at the International Computer Music Conference, ICMC 1993, Waseda, Japan.
- Cope, David (1996). *Experiments in Musical Intelligence*. Madison WI: A-R Editions.
- Cope, David (1997). The Composer's Underscoring Environment: CUE. *Computer Music Journal*, 21 (3), 20-37.
- Cope, David (2000). *The Algorithmic Composer*. Madison WI: A-R Editions.
- Dallin, Leon (1974). *Techniques of Twentieth Century Composition: A Guide to the Materials of Modern Music* (3rd ed.). Long Beach: California State University.
- Darvas, Gy rgy (2008). Symmetry. Retrieved 06/09/2013, from <http://www.symmetry.hu/definition.html>
- de Oliveira, Dennison (2007). *História Contempor nea*. Curitiba: Iesde.
- Dembski, Stephen & Strauss, Joseph (Eds.). (1987). *Milton Babbitt: Words About Music*. Madison, Wisconsin: University of Wisconsin Press.
- Dodge, Charles (1988). *Profile: A Musical Fractal*. *Computer Music Journal*, 12 (3), 10-14.
- Eigenfeldt, Arne & Pasquier, Phippe (2010). *Realtime Generation of Harmonic Progressions Using Controlled Markov Selection*. Paper presented at the First International Conference on Computational Creativity (ICCCX), Lisbon: Portugal.

- Essl, Karlheinz (2007). Algorithmic Composition. In N. Collins & J. d'Esquivan (Eds.), *Cambridge Companion to Electronic Music* (pp. 107-125). Cambridge: Cambridge University Press.
- Foley, Gretchen (1999). *Pitch and Interval Structures in George Perle's Theory of Twelve-Tone Tonality*. (Ph.D. dissertation), University of Western Ontario.
- Foley, Gretchen & Cusack, Charles (2006). Computer-Assisted Analysis of Music in George Perle's System of Twelve-Tone Tonality. *Computer Music Journal*, 30 (3), 53-66.
- Forte, Allen (1973). *The Structure of Atonal Music*. New Haven, Connecticut: Yale University Press.
- Fux, Johann Joseph (1725). *Gradus ad Parnassum*. (Alfred Mann, trans. 1943). New York: Norton.
- Griffiths, Paul (1983). Webern. In Stanley Sadie (Ed.), *Second Viennese School* (pp. 89-134). New York: Norton.
- Griffiths, Paul (1985). *Olivier Messiaen and the Music of Time*. London: Faber.
- Harley, James (1995). Generative Processes in Algorithmic Composition: Chaos and Music. *Leonardo*, 28 (3), 221-224.
- Hartman, Charles O. (1996). *Virtual Muse: Experiments in Computer Poetry*. London: Wesleyan University Press.
- Headlam, David (2002). Perle's Cyclic Sets and Klumpenhouwer Networks: A Response. *Music Theory Spectrum*, 24 (2), 246-258.
- Headlam, David (2008). Introduction. *Theory and Practice*, 33 (Dedicated to George Perle: 1915-2006), 1-46.
- Hiller, Lejaren (1981). Composing with Computers: A Progress Report. *Computer Music Journal*, 5 (4), 7-21.
- Hiller, Lejaren & Isaacson, Leonard (1959). *Experimental Music*. New York: McGraw-Hill.
- Hook, Julian L. (1998). Rhythm in the Music of Messiaen: An Algebraic Study and an Application in the "Turangalila Symphony". *Music Theory Spectrum*, 20 (1), 97-120.
- Hunter, David J. & Hippel, Paul T. von (2003). How Rare Is Symmetry in Musical 12-Tone Rows? *The American Mathematical Monthly*, 110 (2), 124-132.
- Järveläinen, Hanna (2000). *Algorithmic Musical Composition*. seminar on content creation. Helsinki University of Technology. Helsinki.

- Jones, Evan (2001). Residue-Class Sets in the Music of Iannis Xenakis: An Analytical Algorithm and a General Intervallic Expression. *Perspectives of New Music*, 39 (2), 229-261.
- Kendall, Gary S. (1981). Composing from a Geometric Model: *Five-Leaf Rose*. *Computer Music Journal*, 5 (4), 66-73.
- Klumpenhouwer, Henry (1991a). Aspects of Row Structure and Harmony in Martino's Impromptu Number 6. *Perspectives of New Music*, 29 (2), 318-354.
- Klumpenhouwer, Henry (1991b). *A Generalized Model of Voice-Leading for Atonal Music*. (Ph.D), Harvard University.
- Kowalski, David (1986). An Annotated Bibliography of Array Studies. *Indiana Theory Review*, 7 (1), 52-65.
- Kowalski, David (1987). The Construction and Use of Self-Deriving Arrays. *Perspectives of New Music*, 25 (1/2), 286-361.
- Kuhn, Thomas S. (1962). *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago: University of Chicago Press.
- Lambert, Phillip (2002). Isographies and Some Klumpenhouwer Networks They Involve. *Music Theory Spectrum*, 24 (2), 165-195.
- Lansky, Paul (1973). *Affine Music*. (PhD dissertation), Princeton University.
- Lansky, Paul (1995). Being and Going: for Perle's 80th Birthday *International Journal of Musicology* (Vol. 4).
- Lansky, Paul; Perle, George & Headlam, Dave (Eds.). (2001) *The New Grove Dictionary of Music and Musicians* (second edition ed.). London: Macmillan.
- Leavy, Patricia (2009). *Method Meets Art: Arts-Based Research Practice*. New York: Guildford Press.
- Lendvai, Ernő (1971). *Béla Bartók: An Analysis of his Music*. London: Kahn & Averill.
- Lendvai, Ernő (1999). *Bartók's Style*. Budapest: Akkord Music.
- Lester, Joel (1989). *Analytic Approaches to Twentieth-Century Music*. New York: W. W. Norton & Company.
- Lewin, David (1987). *Generalized Musical Intervals and Transformations*. New Haven: Yale University Press.
- Lewin, David (1990). Klumpenhouwer Networks and Some Isographies that Involve Them. *Music Theory Spectrum*, 12 (1), 83-120.

- Lewin, David (2002). Thoughts on Klumpenhouwer Networks and Perle-Lansky Cycles. *Music Theory Spectrum*, 24 (2), 196-230.
- Mann, Alfred (1987). *The Study of Fugue*. New York: Dover.
- Manning, Peter (2004). *Electronic and Computer Music*. New York: Oxford University Press.
- Marques, Paulo; Quadrado, Ricardo; Frade, Fernando; Sequeira, César; Herold, B. & Palma Ramos, J. V. B. (1998). Simetria *Enciclopédia Verbo Luso-Brasileira da Cultura: Edição Século XXI* (Vol. 22, pp. 1254-1267). Braga: Editorial Verbo.
- Marques, Telmo & Ferreira-Lopes, Paulo (2013). George Perle's Twelve-Tone Tonality: Some Developments for CAC using PWGL. *CITAR Journal - Journal of Science and Technology of the Arts*, 5, 61-69.
- Marques, Telmo & Ferreira-Lopes, Paulo (2014). *Symmetrical and Geometrical Cycles in Twelve-Tone Composition: Developments Toward a New Model*. Paper presented at the ICMC/SMC, Athens.
- Martino, Donald (1961). The Source Set and Its Aggregate Formations. *Journal of Music Theory*, 5 (2), 224-273.
- Martino, Donald (1962). Addendum. *Journal of Music Theory*, 6 (2), 322-323.
- Mazzola, Guerino (1990). *Geometrie der Töne, Elemente der Mathematischen Musiktheorie*. Basel: Birkhäuser.
- Mazzola, Guerino (2002). *The Topos of Music: Geometric Logic of Concepts, Theory, and Performance*. Basel: Springer.
- McNiff, Shaun (2008). Art-Based Research. In J. Gary Knowles & Ardra Cole (Eds.), *Handbook of the Arts in Qualitative Research: Perspectives, Methodologies, Examples, and Issues* (pp. 29-40). California: Sage.
- Messiaen, Olivier (1944a). *Technique de mon langage musical*. Paris: Leduc.
- Messiaen, Olivier (1944b). *The Technique of my Musical Language* (John Satterfield, Trans.). 1956, Paris: Leduc.
- Miranda, Eduardo Reck (2002). *Composing Music with Computers*. Burlington: Focal Press.
- Moreno, Jairo (2001). Schenker's Parallelisms, Schoenberg's Motive, and Referential Motives: Notes on Pluralistic Analysis. *College Music Symposium*, 41, 91-111.
- Muzzulini, Daniel (1995). Musical Modulation by Symmetries. *Journal of Music Theory*, 39 (2), 311-327.
- Nachmanovitch, Stephen (1990). *Free Play: Improvisation in Life and Art*. New York: Tarcher.

- Ockelford, Adam (2005). *Repetition in Music: Theoretical and Metatheoretical Perspectives*. Aldershot: Ashgate Press.
- Oliveira, Fernando Corrêa (1990). *Simetria Sonora* (2nd Ed ed.). Braga: Sólivros de Portugal.
- Pahaut, Serge (1991). Du bon usage des modèles: La musique entre les sciences de la nature et les sciences de l'homme. *Analyse Musicale*, 22, 7-12.
- Pereira, José Pacheco (1986). Weber e a Crise do Paradigma Positivista. *Análise Social*, XXII (5), 989-995.
- Perle, George (1964). An Approach to Simultaneity in Twelve-Tone Music. *Perspectives of New Music*, 3 (1), 91-101.
- Perle, George (1977a). Berg's Master Array of Interval Cycles. *The Musical Quarterly*, 63 (1), 1-30.
- Perle, George (1977b). *Twelve-Tone Tonality*. Berkeley: University of California Press.
- Perle, George (1983). Berg. In Stanley Sadie (Ed.), *Second Viennese School* (pp. 137-197). New York: Norton.
- Perle, George (1990). *The Listening Composer*. Berkeley: University of California Press.
- Perle, George (1991). *Serial Composition and Atonality: An Introduction to the Music of Schoenberg, Berg, and Webern* (6th ed. revised ed.). Berkeley: University of California Press.
- Perle, George (1993). [Letter from George Perle]. *Music Theory Spectrum*, 15 (2), 300-303.
- Perle, George (1995). *The Right Notes: Twenty-Three Selected Essays by George Perle on Twentieth-Century Music*. Stuyvesant, NY: Pendragon Press.
- Perle, George (1996). *Twelve-Tone Tonality* (2nd edition ed.). Berkeley: University of California Press.
- Pires, Filipe (1981). *Elementos Teóricos de Contraponto e Cânon*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Polnauer, Josef (Ed.). (1967). *Anton Webern: Letters to Hildegard Jone and Josef Humplik*. London: Theodore Presser co and Universal Edition.
- Pope, Stephen Travis (1994). A Taxonomy of Computer Music. *Computer Music Journal*, 18 (1), 5-7.
- Pressing, Jeff (1988). Improvisation: Methods and Models. In John Sloboda (Ed.), *Generative Processes in Music: The Psychology of Performance, Improvisation, and Composition* (pp. 129–178). New York: Oxford University Press.

- Quaresma, Paulo (2012). Metodologia da Pesquisa em Artes: O paradigma Arts-Based Research Practice. Retrieved 31/jul/2014, from <http://www.ces.uc.pt/coimbrac/pages/pt/comunicacoes-e-posters/409---paulo-quaresma.php>
- Reuter, Christoph (2001). Musical Dice Games: by Mozart, Haydn and Other Great Composers (CD-ROM). Mainz: Schott.
- Roads, Curtis (1983). Interview with Paul Lansky. *Computer Music Journal*, 7 (3), 16-24.
- Robson, Colin (2002). *Real World Research: A Resource for Social Scientists and Practitioner-Researchers* (2nd ed.). Malden: Blackwell Publishing.
- Rosen, Charles (1962). The Proper Study of Music. *Perspectives of New Music*, 1 (1), 80-88.
- Rosen, Joseph (2008). *Symmetry Rules: How Science and Nature Are Founded on Symmetry*. Berlin: Springer-Verlag.
- Rosenhaus, Steven (1995). *Harmonic motion in George Perle's Wind Quintet No. 4*. (Ph.D. dissertation), New York University.
- Schenker, Heinrich (1979). *Free Composition* (Ernst Oster, Trans. Ernst Oster Ed. Vol. 3). New York: Longman.
- Schilingi, Jacopo Baboni (2009). Local and Global Control in Computer-Aided Composition. *Contemporary Music Review*, 28 (2), 181-191.
- Schoenberg, Arnold (1975). *Style and Idea: Selected Writings of Arnold Schoenberg* (Leo Black, Trans. Leonard Stein Ed. 60th Anniversary Edition ed.). Berkeley: University of California Press.
- Simms, Bryan R. (1996). *Music of the Twentieth Century: Style and Structure* (2nd ed.). Belmont CA: Schirmer.
- Sitsky, Larry (1994). Nikolai Obukhov: Mystic Beyond Scriabin *Music of the Repressed Russian Avant-Garde, 1900-1929* (pp. 254-263). Westport, CT: Greenwood.
- Sloboda, John A. (1985). *The Musical Mind: The Cognitive Psychology of Music*. Oxford: Oxford University Press.
- Solomon, Larry J. (1973). Symmetry as a Compositional Determinant. (revised 2002). Retrieved 24th September, 2014, from <http://solomonsmusic.net/diss.htm>
- Stoecker, Phillip (2002). Klumpenhouwer Networks, Trichords, and Axial Isography. *Music Theory Spectrum*, 24 (2), 231-245.
- Straus, Joseph N. (1990). *Introduction to Post-Tonal Theory*. New Jersey: Prentice-Hall.

- Street, Donald (1976). The Modes of Limited Transposition. *The Musical Times*, 117 (1604), 819-823.
- Supper, Martin (2001). A Few Remarks on Algorithmic Composition. *Computer Music Journal*, 25 (1), 48-53.
- Tymoczko, Dimitri (2006). The Geometry of Musical Chords. *Science*, 313, 72-74.
- Tymoczko, Dimitri (2011). *A Geometry of Music: Harmony and Counterpoint in the Extended Common Practice*. Oxford: Oxford University Press.
- Walker, Rosemary (1989). Modes and Pitch-Class Sets in Messiaen: A Brief Discussion of 'Premiere Communion de la Vierge'. *Music Analysis*, 8 (1/2), 159-168.
- Wazlawick, Raul Sidnei (2009). *Metodologia de Pesquisa para Ciência da Computação*. Rio de Janeiro: Elsevier.
- Westergaard, Peter (1966). Toward a Twelve-Tone Polyphony. *Perspectives of New Music*, 4 (2), 90-112.
- Winders, Christopher (2008). *Cycles of Cycles: Ordering Principles Suggested by George Perle's Twelve-Tone Tonality*. (Ph.D), University of Rochester, New York.
- Winograd, Terry (1979). Beyond Programming Languages. *Communications of the Association for Computing Machinery*, 22 (7), 391-401.
- Xenakis, Iannis (1970). Towards a Metamusic. *Tempo*, 93, 2-19.
- Xenakis, Iannis (1992). *Formalized Music: Thought and Mathematics in Music* (Revised Edition ed.). Hillsdale, NY: Pendragon Press.
- Xenakis, Iannis & Brown, Roberta (1989). Concerning Time. *Perspectives of New Music*, 27 (1), 84-92.
- Xenakis, Iannis & Rahn, John (1990). Sieves. *Perspectives of New Music*, 28 (1), 58-78.
- Zee, Anthony (1989). *Fearful Symmetry: The Search for Beauty in Modern Physics*. New York: Collier Books.
- Zweig, Janet (1997). Ars Combinatoria: Mystical Systems, Procedural Art, and Computer. *Art Journal*, 56 (3), 20-29.

APÊNDICE 1

Four Case Studies

for Clarinet, Bassoon, and Piano

CONCERT SCORE

II

The musical score is divided into three systems. The first system (measures 1-4) features Clarinet in Bb, Bassoon, and Piano. The tempo is marked as quarter note = 60. The Clarinet part starts with a forte (f) dynamic, followed by mezzo-forte (mf) and mezzo-piano (mp), and concludes with an expressive (espress.) section featuring a triplet. The Bassoon part mirrors the Clarinet's dynamics and includes a triplet. The Piano part begins with fortissimo (ff), moves to mf, then piano-piano (pp), and ends with espress. and mp. The second system (measures 5-8) shows the Clarinet (C.) and Bassoon (B.) parts. The Clarinet part is marked piano (p) and features a long melodic line. The Bassoon part is also marked p and has a similar melodic line. The Piano part (P.) continues with sf, mp, pp, and mf dynamics, featuring a triplet. The third system (measures 9-10) shows the Clarinet (C.) and Bassoon (B.) parts. The Clarinet part has a quintuplet (5) and the Bassoon part has a triplet (3). The Piano part (P.) features a triplet (3) and a mezzo-forte (mf) dynamic.

2

15

C. *f*

B. *f*

P. *f*

This system contains measures 15, 16, and 17. The C. part features a melodic line with a triplet in measure 15 and another in measure 17. The B. part has a bass line with triplets in measures 15 and 16. The P. part consists of a complex piano accompaniment with chords and moving lines in both staves.

18

C. *f*

B. *f*

P. *f*

This system contains measures 18 and 19. The C. part has a melodic line with a dynamic marking of *f*. The B. part has a bass line with a dynamic marking of *f*. The P. part features a complex piano accompaniment with a dynamic marking of *f*.

20

C. *ff* *p*

B. *ff* *p*

P. *ff* *p*

This system contains measures 20, 21, and 22. The C. part starts with a dynamic marking of *ff* and changes to *p* in measure 21. The B. part starts with a dynamic marking of *ff* and changes to *p* in measure 21. The P. part starts with a dynamic marking of *ff* and changes to *p* in measure 21. The system concludes with a time signature change to 2/4.

23

Measures 23-25 of the musical score. The system includes three staves: C (Cello), B (Bass), and P (Piano). Measure 23 features a *sfz* dynamic in the C staff and *ff* in the P staff. Measure 24 includes a *tr* (trill) in the C staff. Measure 25 features a *f* dynamic in the P staff.

26

Measures 26-28 of the musical score. The system includes three staves: C (Cello), B (Bass), and P (Piano). Measure 26 features a *espress.* dynamic in the P staff. Measure 27 includes a triplet of eighth notes in the C staff. Measure 28 features a *ff* dynamic in the P staff.

29

Measures 29-31 of the musical score. The system includes three staves: C (Cello), B (Bass), and P (Piano). Measure 29 features a *ff* dynamic in the C staff and *ff* in the P staff. Measure 30 features a *fff* dynamic in the B staff. Measure 31 features a *fff* dynamic in the P staff. Pedal points are indicated at the bottom of the P staff for measures 29 and 31, marked with *8vb* and *Ped.*.

4

31

C. *mf*

B. *mf*

P. *mf*

33

C.

B.

P.

35

C. *cresc.*

B. *cresc.*

P. *cresc.*

37

C. B. P.

Detailed description: This system contains measures 37 and 38. The C. (Cello) staff has a treble clef and a 6/8 time signature. It features a melodic line with a slur over measures 37-38 and a fingering '5' above the final note. The B. (Bass) staff has a bass clef and a 6/8 time signature, with a melodic line that includes a slur and a fingering '5' above the final note. The P. (Piano) part is written in two staves (treble and bass clefs) and consists of a complex, rhythmic accompaniment with many accidentals.

38

C. B. P.

Detailed description: This system contains measures 38 and 39. The C. (Cello) staff has a treble clef and a 6/8 time signature, with a melodic line that includes a slur and a fingering '5' above the final note. The B. (Bass) staff has a bass clef and a 6/8 time signature, with a melodic line that includes a slur and a fingering '5' above the final note. The P. (Piano) part is written in two staves (treble and bass clefs) and consists of a complex, rhythmic accompaniment with many accidentals.

39

C. B. P.

Detailed description: This system contains measures 39 and 40. The C. (Cello) staff has a treble clef and a 6/8 time signature, with a melodic line that includes a slur and a fingering '4' above the final note. The B. (Bass) staff has a bass clef and a 6/8 time signature, with a melodic line that includes a slur and a fingering '4' above the final note. The P. (Piano) part is written in two staves (treble and bass clefs) and consists of a complex, rhythmic accompaniment with many accidentals. An '8va' marking is present in the right-hand piano staff.

6

40

C.

B.

(8)

P.

41

C.

B.

P.

cresc. molto

cresc. molto

cresc. molto

42

C.

B.

P.

43

C. *sfz* *mp* *espress.*

B. *ff* *mp* *espress.*

P. *ff* *pp* *espress.* *mp*

47

C.

B. *3*

P. *sf*

53

C. *mf*

B. *mp*

P. *mp* *sfz* *mf*

8

57

C. *3*

B. *3*

P.

Detailed description: This system contains measures 57, 58, and 59. The vocal line (C.) begins with a triplet of eighth notes (F#, G, A) followed by a quarter note (B) and a half note (B). The bass line (B.) has a whole rest in measure 57, followed by a triplet of eighth notes (B, C, D) and a quarter note (E) in measure 58, and a half note (F) in measure 59. The piano accompaniment (P.) features a complex texture with chords and moving lines in both hands, including a triplet of eighth notes in the right hand in measure 59.

60

C.

B.

P.

Detailed description: This system contains measures 60 and 61. The vocal line (C.) has a quarter note (G), a quarter note (A), a quarter note (B), and a quarter note (C) in measure 60, followed by a quarter rest in measure 61. The bass line (B.) has a quarter note (B), a quarter note (C), a quarter note (D), and a quarter note (E) in measure 60, followed by a quarter note (F), an eighth note (G), and an eighth note (A) in measure 61. The piano accompaniment (P.) continues with complex textures, including a triplet of eighth notes in the right hand in measure 61.

62

C. *f* *ff risoluto*

B. *f* *p* *ff risoluto*

P. *f* *ff risoluto*

Detailed description: This system contains measures 62, 63, and 64. Measure 62 starts with a dynamic marking of *f*. The vocal line (C.) has a quarter note (D), a quarter note (E), a quarter note (F), and a quarter note (G) in measure 62, followed by a quarter rest in measure 63, and a quarter note (A), an eighth note (B), and an eighth note (C) in measure 64. The bass line (B.) has a quarter note (D), a quarter note (E), a quarter note (F), and a quarter note (G) in measure 62, followed by a quarter note (A), an eighth note (B), and an eighth note (C) in measure 63, and a quarter note (D), an eighth note (E), and an eighth note (F) in measure 64. The piano accompaniment (P.) has a dynamic marking of *f* in measure 62. The system concludes with a double bar line and a dynamic marking of *ff risoluto* in measure 64.

to Bruno Pereira

Twenty Love Poems and a Song of Despair
VII. Inclinado en las tardes

Pablo Neruda

Telmo Marques

Calmo ♩ = 60

Baritone

Piano

mp In-cl-

mp

cresc.

ped.

6

cresc.

mf

mp

na - do en las tar-des ti - ro mis tris - tes re - des a tus o-jos o-ce - á - ni-cos. Al-

p

mp

cresc.

mf

p

ped.

11

cresc.

f

lí se es-ti - ra y ar - de en la más al - ta ho-gue - ra

mp

cresc.

f

13 *mp*

mi so-le-dad que da vuel-tas los bra-zos co-mo un náu - fra-go.

15 *pp*

Ha - go ro - jas se-ña - les so-bre tus o - jos au - sen - tes que o-

18

le - an co - mo el mar a la o - ril - la de un fá - ro.

20 *p*

Só - lo guar - das ti-nie - blas, hem - bra dis-tan - te y mí - a,

22 *f*

de tu mi - ra - da e - mer - ge a ve - ces la

24

cos - ta del es - pan to.

28

In - cli - na - do en las tar - des

33

e - cho mis tris - tes re - des a e - se mar que sa - cu - de tus o - jos o - ce - á - ni - cos.

36 sprechgesang

p Los

37

pá - ja - ros noc - tur - nos pi - co - te - an las pri - me - ras es - tre - llas que cen

38

te - lean co - mo mi al - ma cuan - do te

39 *mp*

a - mo. Ga-

pp

41

lo - pa la no - che en su ye - gua som - bri - a _____ dea -

43

par - ra - man - do es - pi - gas a - zu - les so - bre el

45

cam - po.

This musical score is for the piece "Geometria Serial" by Telmo Marques. It consists of five systems of staves, each with a vocal line and a piano accompaniment. The score is marked with various dynamics and performance instructions.

- Measure 37:** The vocal line begins with a *p* dynamic, followed by a *sfz* dynamic. The piano accompaniment features a complex rhythmic pattern with many sixteenth notes.
- Measure 44:** The vocal line has a *pp* dynamic, followed by a *f* dynamic. The piano accompaniment includes a section labeled "flatterzung" (flutter-tonguing) and a *p subito* dynamic.
- Measure 45:** The vocal line has a *mf* dynamic. The piano accompaniment includes a section labeled "Zyther" (zither).
- Measure 51:** The vocal line begins with a *p* dynamic, followed by a *cresc.* dynamic. The piano accompaniment includes a section labeled "Drum Set" and a *p subito* dynamic.

The score is written in a key signature of one flat (B-flat) and a 3/4 time signature. The vocal line is in a soprano or alto range, and the piano accompaniment is in a standard piano range.

Dodecabrätsche

to my friend and colleague Jorge Alves

Telmo Marques (2014)

Risoluto ♩ = 84

The musical score is arranged in 12 staves, labeled Viola 1a through Viola 4c. The notation includes various dynamics such as *f*, *sfz*, *p*, *mf*, *f marcantissimo*, *f marcantissimo*, *f marcantissimo*, *f*, *pizz.*, *arco*, *f*, *arco*, *p*, *arco*, *p*, *arco*, *pizz.*, *f*, *arco*, *f marcantissimo*, *f marcantissimo*, *arco*, and *f marcantissimo*. The score is written in a complex, serial style with frequent accidentals and dynamic markings.

3

1a *ff* *sfz* *p* *mf* *pizz.* *f*

1b *ff* *sfz* *mp* *mf* *pizz.* *f*

1c *ff* *sfz* *mf* *pizz.* *f*

2a *ff* *p* *arco* *mf* *pizz.* *f* *cresc. molto* *pp*

2b *ff* *p* *arco* *mf* *pizz.* *f*

2c *ff* *p* *arco* *mf* *pizz.* *f*

3a *ff* *sfz* *p* *pp legato* *f* *cresc. molto*

3b *ff* *sfz* *f*

3c *ff* *sfz* *f*

4a *ff* *sfz* *pizz. p* *arco* *mf* *f*

4b *ff* *sfz* *pizz. p* *arco* *mf* *f*

4c *ff* *sfz* *pizz. p* *arco* *mf* *f* *cresc. molto* *pp*

The musical score consists of four systems, each with three staves. The notation is as follows:

- System 1 (1a, 1b, 1c):** Staves 1a and 1b feature triplets of eighth notes. Staff 1c has a natural sign (*nat.*) above the first measure. Dynamics include *mf* and *sf*.
- System 2 (2a, 2b, 2c):** Staves 2a and 2b feature triplets of eighth notes. Staff 2a has a natural sign (*nat.*) above the first measure. Dynamics include *mf* and *sf*.
- System 3 (3a, 3b, 3c):** Staff 3a has a natural sign (*nat.*) above the first measure and a *f marcato* instruction. Dynamics include *mf* and *sf*.
- System 4 (4a, 4b, 4c):** Staves 4a and 4b feature triplets of eighth notes. Staff 4a has a natural sign (*nat.*) above the first measure. Dynamics include *mf* and *sf*.

6

A

38

1a

1b

1c

2a

2b

2c

3a

3b

3c

4a

4b

4c

8

67

1a 1b 1c

2a 2b 2c

3a 3b 3c

4a 4b 4c

mf molto *express.*

f *express.* sul pont. sul tasto

f sul pont. *p* sul tasto

mf *mf*

glass glass glass

C Tempo primo

molto accel.

The musical score consists of 12 staves, labeled 1a through 4c. The first three staves (1a-1c) are marked 'Tempo primo' and 'molto accel.'. They feature complex rhythmic patterns with dynamics ranging from *mf* to *sfz*. Staves 2a-2c, 3a-3c, and 4a-4c are marked 'p subito' and 'nat.'. Staves 2a-2c include 'marcato' markings. Staves 3a-3c include 'sul tasto' and 'sul pont.' markings. Staves 4a-4c include 'sul tasto' and 'sul pont.' markings. The score concludes with a *f marcato sf* dynamic.

10

82

1a marcato *sfz*

1b *mf* *sf*

1c *mf* *sf*

2a *pizz.* *sf*

2b *pizz.* *sf*

2c *pizz.* *sf*

3a *pizz.* *p* *sf*

3b *pizz.* *p* *sf*

3c *pizz.* *p* *sf*

4a *pizz.* *p* *sf*

4b *pizz.* *p* *sf*

4c *pizz.* *p* *sf*

90

1a *f marcassimo* *sfz* *p* *mp*

1b *f marcassimo* *sfz* *sfz*

1c *f marcassimo* *sfz* *sfz*

2a *f* *arco* *p*

2b *f* *arco* *p*

2c *f* *arco* *p*

3a *ff* *arco* *p* *sfz*

3b *ff* *arco* *sfz*

3c *ff* *arco* *sfz*

4a *ff* *arco* *pizz.* *mf*

4b *ff* *arco* *pizz.* *mf*

4c *ff* *arco* *pizz.* *mf*

12

The musical score is divided into four systems, each with three staves (1a, 1b, 1c; 2a, 2b, 2c; 3a, 3b, 3c; 4a, 4b, 4c).
System 1 (measures 98-100):
- Staff 1a: *mf* melodic line.
- Staff 1b: *mf* melodic line.
- Staff 1c: *mf* melodic line.
System 2 (measures 101-103):
- Staff 2a: *pp* melodic line, *arco* marking.
- Staff 2b: *mf* melodic line, *arco* marking.
- Staff 2c: *mf* melodic line, *arco* marking.
System 3 (measures 104-106):
- Staff 3a: *pp legato* melodic line, *arco* marking.
- Staff 3b: *f* melodic line, *arco* marking.
- Staff 3c: *f* melodic line, *arco* marking.
System 4 (measures 107-109):
- Staff 4a: *f* melodic line, *arco* marking.
- Staff 4b: *f* melodic line, *arco* marking.
- Staff 4c: *f* melodic line, *arco* marking.
Measures 101, 104, and 107 feature *cresc. molto* markings. Dynamic markings include *mf*, *pp*, *f*, and *ff*. Performance instructions include *pizz.*, *arco*, *legato*, and *cresc. molto*.

104

1a 1b 1c

2a 2b 2c

3a 3b 3c

4a 4b 4c

p *sf* *ff* *f* *p*

Telmo Marques

MBA Short Programme

- I. Intro
- II. Methods
- III. Review
- IV. Data
- V. Finale

Instrumentation

1 Piccolo Trumpet in B \flat
2 Trumpets in C
1 Flugelhorn
2 Horn in F
3 Tenor Trombones
1 Bass Trombone
1 Contrabass Trombone
2 Tubas

dedicated to the Massive Brass Attack
MBA Short Programme

I. Intro

Telmo Marques
(Nov 2014)

Con moto ♩ = 100

Piccolo Trumpet in Bb
1st Trumpet in C
2nd Trumpet in C
Flugelhorn
Horn in F 1. 3.
Horn in F 2. 4.
Trombone 1. 2.
Trombone 3.
Bass Trombone
Contrabass Trombone
Tuba 1. 2.

Copyright © Telmo Marques

The musical score is arranged in a system of 12 staves. The instruments and their parts are as follows:

- Pic:** Piccolo part, starting at measure 8 with a *f* dynamic and *p subito* marking.
- T 1:** Trumpet 1 part, starting with *f* and *p subito*.
- T 2:** Trumpet 2 part, starting with *f* and *p subito*.
- Fl:** Flute part, starting with *f* and *p subito*.
- H 1.3:** Horn 1.3 part, starting with *f* and *p cresc.*
- H 2.4:** Horn 2.4 part, starting with *f* and *p cresc.*
- Tbn 1.2:** Trombone 1.2 part, starting with *f* and *p subito*.
- Tbn 3:** Trombone 3 part, starting with *f* and *p subito*.
- B Tbn:** Baritone Trombone part, starting with *f* and *p subito*, including glissando markings.
- Ch Tbn:** Cornet part, starting with *f* and *p subito*.
- Tba 1.2:** Tuba 1.2 part, starting with *f* and *p subito*.

The score includes various musical notations such as dynamics (*f*, *mp cresc.*, *p cresc.*, *p subito*), articulation marks (accents, slurs), and performance instructions (gliss.).

21

Pic

T 1

T 2

Fl

H 1.3

H 2.4

Tbn 1.2

Tbn 3

B Tbn

Cb Tbn

Tba 1.2

f

mp

cresc. molto

ff

II. Methods

5

Allegretto Giocoso $\text{♩} = 80$

Piccolo Trumpet in B \flat

1st Trumpet in C

2nd Trumpet in C

Flugelhorn

Horn in F
1. 3.
2. 4.

Trombone 1. 2.

Trombone 3.

Bass Trombone

Contrabass Trombone

Tuba 1. 2.

The musical score is arranged in a system of 11 staves. From top to bottom, the staves are labeled: Pic, T 1, T 2, Fl, H 1.3, H 2.4, Tbn 1.2, Tbn 3, B Tbn, Eb Tbn, and Tba 1.2. The Piccolo part features a melodic line with 'scoop' markings and accents. The Trumpets and Flute parts include 'open' markings and dynamic accents. The Horns and Trombones parts feature complex rhythmic patterns, including triplets and sixteenth-note runs. The Baritone and Euphonium parts have dynamic markings like 'f' and 'sf'. The Tuba part has a melodic line with dynamic markings. The score is written in a key signature of one flat and a 4/4 time signature.

III. Review

9

Allegro Molto, Energico ♩ = 140

The musical score is arranged in a standard orchestral layout with ten staves. The instruments and their parts are as follows:

- Piccolo Trumpet in B \flat** : Starts with a melodic line marked *mp*.
- 1st Trumpet in C**: Muted part marked *mp*.
- 2nd Trumpet in C**: Muted part marked *mp*.
- Flugelhorn**: Part marked *f*.
- Horn in F 1. 3.**: Part marked *f*.
- Horn in F 2. 4.**: Part marked *f*.
- Trombone 1. 2.**: Part marked *f*.
- Trombone 3.**: Part marked *f*.
- Bass Trombone**: Part marked *f*.
- Contrabass Trombone**: Part marked *f*.
- Tuba 1. 2.**: Part marked *f*.

The score includes various musical notations such as dynamics (*mp*, *f*, *sf*), articulation (accents, slurs), and performance instructions (muted).

The musical score is presented in a standard orchestral layout. It begins with a measure number of 10. The instruments are arranged in the following order from top to bottom: Piccolo (Pic), Trumpets 1 (T1) and 2 (T2), Flute (Fl), Horns 1.3 and 2.4, Trombones 1.2, 3, and Bass Trombone (B Tbn), and Tubas 1.2 and 1.1. The score is written in a key signature of one sharp (F#) and a time signature of 3/4. The music is characterized by complex rhythmic patterns, including sixteenth and thirty-second notes, and rests. Dynamic markings are used extensively, including piano (*p*), sforzando (*sf*), fortissimo (*ff*), and forte (*f*). The score is organized into systems for each instrument group, with some instruments having multiple staves. The Piccolo part is marked with *p*. The Flute part is marked with *p*. The Horns 1.3 and 2.4 parts are marked with *ff*. The Trombones 1.2, 3, and Bass Trombone parts are marked with *ff*, *sf*, and *f* respectively. The Tubas 1.2 and 1.1 parts are marked with *f*.

Musical score for 11 instruments: Pic, T1, T2, Fl, H 1.3., H 2.4., Tbn 1.2., Tbn 3., B Tbn, Cb Tbn, Tba 1.2. The score is written in a serial style with complex rhythmic patterns and accidentals. The instruments are arranged in a single system with 11 staves. The notation includes various note values, rests, and dynamic markings. The score is numbered 17 at the beginning of the first staff.

Musical score for Percussion and Horns section, measures 25-34. The score is written for the following instruments: Pic (Piccolo), T1, T2, Fl (Flute), H 1.3, H 2.4, Tbn 1.2, Tbn 3, B Tbn (Baritone Trombone), Cb Tbn (Cornet/Bass Trombone), and Tba 1.2 (Tuba). The score is in 2/4 time and features a complex rhythmic pattern with accents and dynamic markings. The Pic and T1 parts play a melodic line with accents and slurs. The T2, Fl, and H parts play a rhythmic pattern of eighth notes with accents. The Tbn parts play a rhythmic pattern of eighth notes with accents. The B Tbn and Cb Tbn parts play a rhythmic pattern of eighth notes with accents. The Tba 1.2 part plays a rhythmic pattern of eighth notes with accents. The score includes dynamic markings such as *f* (forte) and *sf* (sforzando). The Pic and T1 parts have a *sf* marking at the end of the section. The T2, Fl, and H parts have a *f* marking at the end of the section. The Tbn parts have a *f* marking at the end of the section. The B Tbn and Cb Tbn parts have a *f* marking at the end of the section. The Tba 1.2 part has a *f* marking at the end of the section.

IV. Data

13

Lento $\text{♩} = 60$

The musical score is written for a brass section in 4/4 time, with a tempo of Lento (♩ = 60). The instruments and their parts are as follows:

- Piccolo Trumpet in Bb:** Remains silent throughout the piece.
- 1st Trumpet in C:** Remains silent throughout the piece.
- 2nd Trumpet in C:** Enters in the second measure with a melodic line marked *mp* and *straight mute*. It continues with a descending line in the third measure.
- Flugelhorn:** Enters in the second measure with a melodic line marked *pp*. It continues with a descending line in the third measure.
- Horn in F 1. 3.:** Enters in the second measure with a melodic line marked *p*. It continues with a descending line in the third measure.
- Horn in F 2. 4.:** Enters in the second measure with a melodic line marked *p*. It continues with a descending line in the third measure.
- Trombone 1. 2.:** Enters in the second measure with a melodic line marked *p*. It continues with a descending line in the third measure.
- Trombone 3.:** Enters in the second measure with a melodic line marked *p*. It continues with a descending line in the third measure.
- Bass Trombone:** Remains silent throughout the piece.
- Contrabass Trombone:** Remains silent throughout the piece.
- Tuba 1. 2.:** Enters in the second measure with a melodic line marked *p*. It continues with a descending line in the third measure.

The score concludes with a final measure where the 2nd Trumpet, Flugelhorn, Horn in F 1. 3., Horn in F 2. 4., Trombone 1. 2., Trombone 3., and Tuba 1. 2. play a final melodic phrase marked *p*.

The musical score is arranged in a standard orchestral layout with staves for Piccolo (Pic), Trumpets (T1, T2), Flute (Fl), Horns (H1.3, H2.4), Trombones (Tbn 1.2, 3), Baritone (B Tbn), Contrabass (Cb Tbn), and Tuba (Tba 1.2). The Piccolo part features a melodic line with a 'straight mute' instruction and a dynamic marking of *mp*. The Trumpets and Flute parts also have melodic lines with *mp* dynamics. The Horns and Trombones parts include melodic lines with *f* dynamics and triplet markings. The Baritone and Contrabass parts have melodic lines with *p* dynamics. The Tuba part has a melodic line with a *p* dynamic. The score includes various musical notations such as notes, rests, slurs, and dynamic markings.

The musical score for page 15 is arranged in a standard orchestral layout. The instruments and their parts are as follows:

- Piccolo:** Starts at measure 10 with a *p* dynamic. The part features a melodic line with accents and a *rall.* marking.
- Trumpets 1 & 2 (T1, T2):** Play a similar melodic line to the Piccolo, with *p* dynamics.
- Flute (Fl):** Plays a melodic line with a *p* dynamic.
- Horn 1.3. (H 1.3.):** Plays a triplet of notes.
- Horn 2.4. (H 2.4.):** Plays a triplet of notes.
- Trombone 1.2. (Tbn 1.2.):** Plays a melodic line with a *p* dynamic.
- Trombone 3. (Tbn 3.):** Remains silent.
- Bass Trombone (B Tbn):** Plays a melodic line with a *p* dynamic.
- Contrabass Trombone (Cb Tbn):** Remains silent.
- Tuba 1.2. (Tba 1.2.):** Plays a triplet of notes.

The score includes various musical notations such as accents, slurs, and dynamic markings (*p*, *rall.*). The Piccolo part is marked with a *rall.* starting from measure 10. The Horn and Tuba parts feature triplet markings.

V. Finale

16

Finale, $\text{♩} = 84$

Piccolo Trumpet in B \flat

1st Trumpet in C

2nd Trumpet in C

Flugelhorn

Horn in F
1. 3.

Horn in F
2. 4.

Trombone 1. 2.

Trombone 3.

Bass Trombone

Contrabass Trombone

Tuba 1. 2.

Copyright © Telmo Marques

17

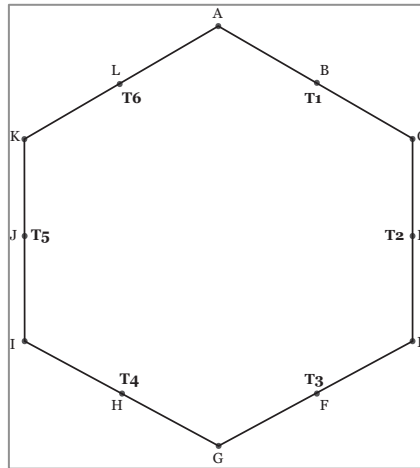
5 Pic
T 1
T 2
Fl
H 1.3.
H 2.4.
Tbn 1.2.
Tbn 3.
B Tbn
Cb Tbn
Tba 1.2.

♩ = ♭

The musical score for page 17 is arranged in a standard orchestral layout. It features ten staves, each representing a different instrument. The instruments are: Piccolo (Pic), Trumpet 1 (T 1), Trumpet 2 (T 2), Flute (Fl), Horn 1.3 (H 1.3.), Horn 2.4 (H 2.4.), Trombone 1.2 (Tbn 1.2.), Trombone 3 (Tbn 3.), Baritone (B Tbn), Contrabass (Cb Tbn), and Tuba 1.2 (Tba 1.2.). The score begins with a key signature change to one flat (B-flat major or D minor), indicated by the symbol ♩ = ♭. The music is written in a complex, serial style with various rhythmic patterns, including eighth and sixteenth notes, and rests. The Piccolo part starts with a series of eighth notes. The Trumpets and Flute parts have more melodic lines. The Horns and Trombones provide harmonic support with sustained notes and some melodic fragments. The Baritone, Contrabass, and Tuba parts are primarily sustained notes, often with long horizontal lines indicating they are held for the duration of the measure.

The musical score is arranged in a standard orchestral layout with 12 staves. The instruments are: Piccolo (Pic), Trumpets 1 and 2 (T1, T2), Flute (Fl), Horns 1.3 and 2.4 (H 1.3, H 2.4), Trombones 1.2 and 3 (Tbn 1.2, Tbn 3), Baritone (B Tbn), Eb Trombone (Cb Tbn), and Tuba 1.2 (Tba 1.2). The score begins at measure 12. The Piccolo part features a complex rhythmic pattern of eighth and sixteenth notes. The Trumpets and Flute parts have melodic lines with various articulations. The Horns and Trombones provide harmonic support with sustained notes and rhythmic patterns. The Baritone and Eb Trombone parts have melodic lines with slurs and accents. The Tuba part has a rhythmic pattern with slurs and accents. The score is written in a key signature of one flat and a time signature of 3/4.

APÊNDICE 2



TRICORDES: HEXAGONO Elementos Comuns 1:2

Tabela com a totalidade das 20 *Primes* ou soluções não-equivalentes (sem transposição, sem retrógrado, sem inversões) para séries de doze notas diferentes representando os somatórios positivos em relação direta com as variáveis da figura geométrica.

Somatório 13: s/ solução.

Somatório 14:

(0 9 5 3 6 7 1 11 2 8 4 10)

(0 8 6 3 5 7 2 11 1 9 4 10)

(0 6 8 5 1 11 2 9 3 7 4 10)

Somatório 15:

(0 6 9 2 4 10 1 11 3 5 7 8)

Somatório 16:

(2 8 6 0 10 1 5 7 4 9 3 11)

(1 7 8 5 3 11 2 4 10 0 6 9)

(0 9 7 5 4 1 11 3 2 8 6 10)

(0 9 7 3 6 8 2 4 10 1 5 11)

(0 6 10 4 2 11 3 5 8 1 7 9)

(0 5 11 1 4 10 2 8 6 3 7 9)

Somatório 17:

(1 10 6 4 7 2 8 0 9 3 5 11)

(1 7 9 3 5 8 4 2 11 0 6 10)

(1 7 9 0 8 6 3 4 10 2 5 11)

(1 5 11 2 4 10 3 6 8 0 9 7)

(0 8 9 3 5 1 11 2 4 6 7 10)

(0 6 11 2 4 8 5 3 9 1 7 10)

Somatório 18:

(2 5 11 3 4 6 8 0 10 1 7 9)

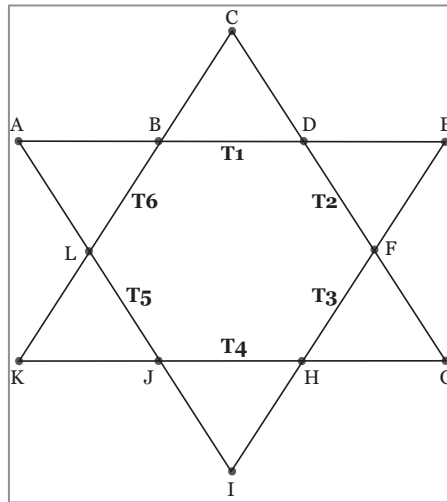
Somatório 19:

(5 4 10 0 9 3 7 1 11 2 6 8)

(5 3 11 1 7 2 10 0 9 4 6 8)

(3 5 11 1 7 4 8 2 9 0 10 6)

Somatório 20: s/ solução.

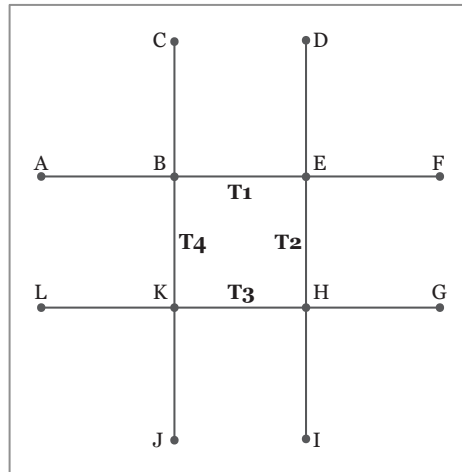


TETRACORDES (a): ESTRELA Elementos Comuns 1:3

Tabela com a totalidade das 80 Primes ou soluções não-equivalentes (sem transposição, sem retrógrado, sem inversões) para séries de doze notas diferentes representando os somatórios positivos em relação direta com as variáveis da figura geométrica.

(5 0 7 8 9 1 6 2 10 3 11 4)	(2 3 6 7 10 0 9 1 11 4 8 5)
(4 2 5 6 10 0 11 3 9 1 7 8)	(2 1 7 9 10 0 6 8 4 5 3 11)
(4 1 6 9 8 0 7 3 11 2 10 5)	(2 1 5 11 8 0 6 4 10 3 9 7)
(4 0 5 8 10 2 7 1 9 3 11 6)	(2 1 5 8 11 0 9 4 7 3 6 10)
(3 2 7 6 11 1 8 0 10 5 9 4)	(2 1 3 9 10 4 6 0 8 5 11 7)
(3 2 7 6 11 0 9 1 10 4 8 5)	(2 0 7 11 9 1 3 8 4 6 5 10)
(3 2 4 8 9 0 10 6 7 1 5 11)	(2 0 4 11 9 1 6 5 7 3 8 10)
(3 1 5 7 11 2 8 0 9 4 10 6)	(2 0 4 9 11 3 6 1 7 5 10 8)
(3 0 4 9 10 1 8 5 6 2 7 11)	(1 7 5 11 3 0 6 10 9 4 2 8)
(2 6 3 10 4 0 9 7 11 1 5 8)	(1 7 3 9 5 0 10 6 11 2 4 8)
(2 5 3 8 7 0 11 6 9 1 4 10)	(1 6 3 8 7 0 11 5 10 2 4 9)
(2 4 3 11 5 0 8 7 10 1 6 9)	(1 5 4 10 6 0 8 9 7 3 2 11)
(2 4 3 10 6 0 9 5 11 1 7 8)	(1 5 3 9 7 0 10 4 11 2 6 8)
(2 3 6 7 10 1 8 0 11 5 9 4)	(1 5 3 7 9 2 10 0 11 4 8 6)

(1 5 2 6 10 3 11 0 9 4 7 8)	(0 6 2 5 11 7 8 1 3 9 4 10)
(1 4 11 8 9 0 3 7 6 10 2 5)	(0 6 1 9 7 2 10 5 8 3 4 11)
(1 4 3 11 6 0 8 7 9 2 5 10)	(0 6 1 7 9 3 11 2 8 4 5 10)
(1 3 5 7 11 0 10 2 9 4 6 8)	(0 5 7 11 6 3 1 9 4 10 2 8)
(1 2 10 8 11 0 4 6 5 9 3 7)	(0 5 4 9 8 7 2 6 1 11 3 10)
(1 2 7 11 8 0 4 9 5 6 3 10)	(0 5 4 9 8 6 3 7 1 10 2 11)
(1 2 4 10 9 0 8 6 7 3 5 11)	(0 5 2 10 7 1 9 6 8 3 4 11)
(1 2 3 10 9 5 4 0 8 7 11 6)	(0 5 1 11 6 2 8 4 10 3 7 9)
(1 0 7 10 11 2 3 5 4 8 6 9)	(0 4 9 10 8 2 1 7 5 11 3 6)
(1 0 6 11 10 3 2 5 4 8 7 9)	(0 4 8 7 11 2 5 6 3 10 1 9)
(1 0 5 11 10 2 4 3 7 6 9 8)	(0 4 6 10 8 5 1 7 2 11 3 9)
(1 0 5 10 11 3 4 2 6 7 9 8)	(0 4 6 8 10 3 5 7 2 9 1 11)
(0 9 1 7 6 3 11 5 8 4 2 10)	(0 4 3 11 7 6 2 1 8 9 10 5)
(0 8 4 11 3 2 5 10 7 6 1 9)	(0 4 3 10 8 2 7 1 11 5 9 6)
(0 8 2 10 4 3 7 9 6 5 1 11)	(0 4 3 7 11 2 10 1 8 5 6 9)
(0 8 2 4 10 5 11 1 6 7 3 9)	(0 4 2 11 7 1 8 5 9 3 6 10)
(0 8 1 5 9 6 10 3 4 7 2 11)	(0 3 6 10 9 1 5 8 4 7 2 11)
(0 7 6 11 4 3 2 10 5 9 1 8)	(0 3 2 11 8 4 5 1 9 6 10 7)
(0 7 3 6 9 8 5 4 1 11 2 10)	(0 3 1 9 10 4 8 2 6 5 7 11)
(0 7 3 5 10 6 8 4 2 9 1 11)	(0 2 7 11 9 3 1 6 4 10 5 8)
(0 7 2 9 6 1 10 4 11 3 5 8)	(0 2 7 9 11 1 5 6 4 8 3 10)
(0 7 1 11 4 2 8 6 10 3 5 9)	(0 2 4 9 11 1 8 3 7 5 6 10)
(0 7 1 10 5 2 9 4 11 3 6 8)	(0 1 7 10 11 2 3 4 5 9 6 8)
(0 6 3 7 9 1 11 2 10 4 5 8)	(0 1 6 11 10 3 2 4 5 9 7 8)
(0 6 2 11 5 1 8 7 9 3 4 10)	(0 1 4 11 10 2 5 3 7 6 8 9)
(0 6 2 7 9 8 5 4 1 10 3 11)	(0 1 4 10 11 3 5 2 6 7 8 9)



TETRACORDES (b): CRUZ
Elementos Comuns 1:2

Tabela com a totalidade das 425 *Primes* ou soluções não-equivalentes (sem transposição, sem retrógrado, sem inversões) para séries de doze notas diferentes representando os somatórios positivos em relação direta com as variáveis da figura geométrica.

	4 1 6 7 2 11 10 0 9 8 3 5	2 10 4 6 0 8 9 3 11 5 1 7
Somatório 17: s/solução.	4 1 5 6 2 11 8 0 10 9 3 7	2 10 4 5 1 7 9 3 11 6 0 8
Somatório 18:	Somatório 19:	2 9 3 6 4 5 11 0 10 7 1 8
4 3 6 8 1 10 11 0 9 7 2 5	3 7 4 8 0 9 11 1 10 6 2 5	2 8 4 6 0 10 11 5 9 7 1 3
4 3 6 8 0 11 10 1 9 7 2 5	2 6 4 7 1 10 11 3 8 9 0 5	2 7 4 5 1 10 11 6 8 9 0 3
4 3 6 7 1 10 11 2 8 9 0 5	2 6 4 7 0 11 10 3 9 8 1 5	2 7 4 5 0 11 10 6 9 8 1 3
4 3 6 7 0 11 10 2 9 8 1 5	2 6 4 5 3 8 11 1 10 9 0 7	2 7 3 9 0 11 8 1 10 4 6 5
4 3 5 7 2 9 11 1 8 10 0 6	2 5 3 8 1 11 9 0 10 7 4 6	2 7 3 8 1 10 9 0 11 4 6 5
4 3 5 7 0 11 9 1 10 8 2 6	2 5 3 6 4 8 11 0 9 10 1 7	2 7 3 4 6 5 11 1 9 10 0 8
4 3 5 6 1 10 9 0 11 8 2 7	2 1 4 5 6 10 9 0 8 11 3 7	2 7 3 4 6 5 11 0 10 9 1 8
4 3 5 6 0 11 8 2 10 9 1 7	1 5 4 8 2 11 10 0 9 7 3 6	2 7 3 4 0 11 8 6 10 9 1 5
4 2 6 8 1 11 10 0 9 7 3 5	1 5 4 7 3 10 11 0 9 8 2 6	2 6 3 9 1 11 8 0 10 4 7 5
4 2 5 7 3 9 11 0 8 10 1 6	1 5 4 6 2 11 9 3 8 10 0 7	2 6 3 4 7 5 11 0 9 10 1 8
4 2 5 7 1 11 9 0 10 8 3 6	1 2 4 6 5 11 9 0 8 10 3 7	2 6 3 4 7 5 10 1 8 11 0 9
4 2 5 6 3 9 10 1 8 11 0 7	Somatório 20:	2 1 4 5 7 10 11 0 8 9 6 3
4 1 6 7 3 10 11 0 8 9 2 5	2 10 4 7 3 5 11 1 9 6 0 8	2 1 4 5 6 11 10 0 9 8 7 3

2 1 3 4 6 11 8 0 10 9 7 5
 1 9 4 6 3 7 10 0 11 5 2 8
 1 9 4 6 0 10 8 3 11 5 2 7
 1 9 4 5 2 8 11 3 10 7 0 6
 1 8 3 7 2 9 10 0 11 5 4 6
 1 8 3 6 0 11 9 4 10 7 2 5
 1 7 2 5 3 9 10 4 8 11 0 6
 1 6 2 8 3 10 11 0 9 7 5 4
 1 6 2 4 5 8 10 0 11 9 3 7
 1 5 2 8 3 11 10 0 9 7 6 4
 1 3 4 5 9 7 10 0 6 11 2 8
 1 3 2 7 5 11 10 0 8 9 6 4
 1 3 2 5 7 9 10 0 8 11 4 6
 1 2 4 5 9 8 10 0 6 11 3 7
 1 2 3 5 8 9 10 0 7 11 4 6
 0 8 4 7 1 11 10 3 9 6 2 5
 0 8 4 7 1 11 9 2 10 5 3 6
 0 8 4 6 2 10 11 3 9 7 1 5
 0 8 4 6 2 10 9 1 11 5 3 7
 0 8 4 5 3 9 11 2 10 7 1 6
 0 8 4 5 3 9 10 1 11 6 2 7
 0 7 3 8 2 11 10 1 9 6 4 5
 0 7 3 6 2 11 10 4 8 9 1 5
 0 7 3 5 4 9 11 1 10 8 2 6
 0 6 2 7 4 10 11 1 8 9 3 5
 0 6 2 7 3 11 10 1 9 8 4 5
 0 6 2 5 4 10 9 3 8 11 1 7
 0 5 3 4 6 9 10 2 8 11 1 7
 0 4 2 5 6 10 9 1 8 11 3 7
 0 3 4 5 8 9 10 1 6 11 2 7
 0 2 4 5 8 10 9 1 6 11 3 7
 Somatório 21:
 2 1 4 5 10 8 11 0 6 9 7 3

2 1 4 5 7 11 8 0 9 6 10 3
 2 0 3 4 10 9 8 1 6 11 7 5
 1 11 3 6 5 4 10 2 8 7 0 9
 1 11 2 7 0 9 8 4 10 5 3 6
 1 11 2 5 3 6 10 4 9 8 0 7
 1 9 4 7 0 11 10 6 8 5 3 2
 1 9 2 8 0 11 7 3 10 4 6 5
 1 9 2 7 3 8 10 0 11 4 6 5
 1 9 2 5 3 8 11 6 7 10 0 4
 1 9 2 5 0 11 8 6 10 7 3 4
 1 9 2 4 6 5 11 3 8 10 0 7
 1 9 2 4 6 5 10 0 11 7 3 8
 1 8 2 5 3 9 10 7 6 11 0 4
 1 6 2 8 3 11 7 0 10 4 9 5
 1 6 2 4 9 5 11 0 8 10 3 7
 1 3 4 7 6 11 10 0 8 5 9 2
 1 3 4 5 7 10 11 0 9 6 8 2
 1 3 2 5 9 8 11 0 7 10 6 4
 1 3 2 5 6 11 8 0 10 7 9 4
 0 11 3 7 4 6 10 1 9 5 2 8
 0 11 3 6 1 9 8 4 10 5 2 7
 0 11 3 5 2 8 9 4 10 6 1 7
 0 10 3 6 2 9 11 5 8 7 1 4
 0 10 2 6 3 8 9 1 11 5 4 7
 0 10 2 5 4 7 11 3 9 8 1 6
 0 10 2 5 4 7 9 1 11 6 3 8
 0 9 4 5 2 10 11 6 8 7 1 3
 0 9 3 4 1 11 8 6 10 7 2 5
 0 9 1 5 2 10 8 3 11 7 4 6
 0 8 1 6 2 11 9 3 10 7 5 4
 0 8 1 4 2 11 7 5 10 9 3 6
 0 7 2 3 4 10 9 6 8 11 1 5
 0 7 1 6 4 10 11 2 9 8 5 3

0 7 1 4 6 8 11 2 9 10 3 5
 0 7 1 3 4 10 8 5 9 11 2 6
 0 6 2 3 7 8 11 1 10 9 4 5
 0 4 2 5 7 10 11 1 8 9 6 3
 0 4 2 5 6 11 10 1 9 8 7 3
 0 4 1 3 7 10 8 2 9 11 5 6
 0 2 3 4 10 9 8 1 6 11 5 7
 Somatório 22:
 2 11 4 5 1 8 9 10 6 7 0 3
 2 11 4 5 0 9 8 10 7 6 1 3
 2 11 3 4 0 9 6 10 8 7 1 5
 2 1 4 5 11 8 9 0 6 7 10 3
 2 1 4 5 10 9 8 0 7 6 11 3
 2 1 3 4 10 9 6 0 8 7 11 5
 1 11 4 6 0 10 8 9 7 5 2 3
 1 11 4 5 8 2 10 3 6 7 0 9
 1 11 4 5 2 8 10 9 6 7 0 3
 1 11 3 5 0 10 7 9 8 6 2 4
 1 11 2 8 0 10 7 5 9 3 6 4
 1 11 2 7 0 10 8 6 9 4 5 3
 1 11 2 6 7 3 10 0 9 5 4 8
 1 11 2 6 0 10 8 7 9 5 4 3
 1 11 2 5 7 3 10 4 6 9 0 8
 1 11 2 5 3 7 10 8 6 9 0 4
 1 11 2 5 0 10 7 8 9 6 3 4
 1 11 2 3 6 4 10 5 8 9 0 7
 1 11 2 3 4 6 10 7 8 9 0 5
 1 10 4 6 9 2 11 0 7 5 3 8
 1 10 4 6 0 11 8 9 7 5 3 2
 1 10 3 6 0 11 8 7 9 4 5 2
 1 10 2 8 5 6 11 0 9 3 7 4
 1 10 2 8 0 11 6 5 9 3 7 4
 1 10 2 5 8 3 11 0 9 6 4 7

1 10 2 5 0 11 7 8 9 6 4 3	0 11 2 8 4 7 10 1 9 3 6 5	0 10 1 7 4 8 11 2 9 5 6 3
1 10 2 5 0 11 6 9 8 7 3 4	0 11 2 8 1 10 7 4 9 3 6 5	0 10 1 7 3 9 11 4 8 6 5 2
1 9 4 5 10 2 11 0 7 6 3 8	0 11 2 7 1 10 9 6 8 5 4 3	0 10 1 6 3 9 11 5 8 7 4 2
1 9 2 6 5 7 10 0 11 3 8 4	0 11 2 5 7 4 10 1 9 6 3 8	0 10 1 6 3 9 8 2 11 4 7 5
1 9 2 3 8 4 10 5 6 11 0 7	0 11 2 5 1 10 8 7 9 6 3 4	0 10 1 5 4 8 11 6 7 9 2 3
1 9 2 3 8 4 10 0 11 6 5 7	0 11 2 3 6 5 10 4 9 8 1 7	0 10 1 4 7 5 11 3 8 9 2 6
1 9 2 3 5 7 10 8 6 11 0 4	0 11 2 3 4 7 10 6 9 8 1 5	0 10 1 4 7 5 11 2 9 8 3 6
1 8 4 5 11 2 10 0 6 7 3 9	0 11 1 7 3 8 9 2 10 4 6 5	0 10 1 2 5 7 9 4 11 8 3 6
1 8 2 3 9 4 11 0 10 7 5 6	0 11 1 7 2 9 10 5 8 6 4 3	0 9 4 5 10 3 11 1 6 7 2 8
1 7 2 6 5 9 8 0 11 3 10 4	0 11 1 7 2 9 8 3 10 4 6 5	0 9 4 5 3 10 11 8 6 7 2 1
1 7 2 5 11 3 10 0 6 9 4 8	0 11 1 4 6 5 10 3 9 8 2 7	0 9 4 5 2 11 10 8 7 6 3 1
1 7 2 5 6 8 10 0 11 4 9 3	0 11 1 4 6 5 9 2 10 7 3 8	0 9 3 7 2 11 10 5 8 4 6 1
1 7 2 3 10 4 11 0 9 8 5 6	0 11 1 4 2 9 8 6 10 7 3 5	0 9 3 5 2 11 10 7 8 6 4 1
1 6 3 5 7 8 11 0 10 4 9 2	0 11 1 3 5 6 9 4 10 8 2 7	0 9 2 7 3 10 11 4 8 5 6 1
1 6 2 8 5 10 7 0 9 3 11 4	0 11 1 3 4 7 9 5 10 8 2 6	0 9 2 6 5 8 11 1 10 4 7 3
1 6 2 4 7 8 10 0 11 5 9 3	0 10 4 6 1 11 9 8 7 5 3 2	0 9 2 5 3 10 11 6 8 7 4 1
1 6 2 3 11 4 10 0 8 9 5 7	0 10 4 5 9 3 11 2 6 7 1 8	0 9 2 4 5 8 11 7 6 10 1 3
1 5 2 7 6 10 8 0 9 4 11 3	0 10 4 5 9 3 11 1 7 6 2 8	0 9 2 3 8 5 11 4 7 10 1 6
1 5 2 3 10 6 11 0 9 8 7 4	0 10 4 5 3 9 11 8 6 7 1 2	0 9 2 3 8 5 11 1 10 7 4 6
1 4 2 6 7 10 8 0 9 5 11 3	0 10 4 5 1 11 8 9 7 6 2 3	0 9 1 7 2 11 6 3 10 4 8 5
1 4 2 3 11 6 10 0 8 9 7 5	0 10 3 7 1 11 9 6 8 4 5 2	0 9 1 6 3 10 7 2 11 4 8 5
1 4 2 3 8 9 7 0 11 6 10 5	0 10 3 6 1 11 9 7 8 5 4 2	0 9 1 6 2 11 8 4 10 5 7 3
1 3 4 5 10 8 11 0 7 6 9 2	0 10 3 4 1 11 6 9 8 7 2 5	0 9 1 4 8 5 11 3 7 10 2 6
1 3 2 5 11 7 10 0 6 9 8 4	0 10 2 8 1 11 6 4 9 3 7 5	0 9 1 4 5 8 11 6 7 10 2 3
1 3 2 5 8 10 7 0 9 6 11 4	0 10 2 7 1 11 8 5 9 4 6 3	0 9 1 4 2 11 8 6 10 7 5 3
1 2 4 6 9 10 8 0 7 5 11 3	0 10 2 6 4 8 9 1 11 3 7 5	0 9 1 3 7 6 11 4 8 10 2 5
1 2 4 5 11 8 10 0 6 7 9 3	0 10 2 5 8 4 11 3 6 9 1 7	0 9 1 3 7 6 11 2 10 8 4 5
1 2 3 5 9 10 7 0 8 6 11 4	0 10 2 5 4 8 11 7 6 9 1 3	0 9 1 3 6 7 11 5 8 10 2 4
0 11 4 6 8 3 10 1 7 5 2 9	0 10 2 5 1 11 8 7 9 6 4 3	0 9 1 3 2 11 6 7 10 8 4 5
0 11 4 6 1 10 9 8 7 5 2 3	0 10 2 4 1 11 6 8 9 7 3 5	0 9 1 2 6 7 10 3 11 8 4 5
0 11 4 5 8 3 10 2 7 6 1 9	0 10 2 3 7 5 11 4 8 9 1 6	0 9 1 2 3 10 7 6 11 8 4 5
0 11 4 5 2 9 10 8 7 6 1 3	0 10 2 3 7 5 9 1 11 6 4 8	0 8 2 6 4 10 11 3 9 5 7 1
0 11 3 4 1 10 7 8 9 6 2 5	0 10 2 3 5 7 11 6 8 9 1 4	0 8 2 6 4 10 7 1 11 3 9 5

08263111049571
 08251041116937
 08254101176931
 08243111069751
 08239510461117
 08234107961115
 08173116210495
 08153119410672
 08149511271036
 08149510361127
 08145911671032
 08145911310762
 08145910761123
 08145910211673
 08143119510762
 08123116710945
 07365101129481
 07356911110482
 07284116193105
 07264111039581
 07246910111583
 07231051118946
 07235101168941
 07234111069851
 07164118210593
 07154119310682
 07141059261138
 07145109211683
 07139611281045
 07136911581042
 07134119510862
 07125109411863
 07124118610953

06375111028491
 06347911110582
 06275118194103
 06231159171048
 06145119310782
 06139711281054
 06137911481052
 06135119410872
 06129710381145
 06127910581143
 05376119184102
 05347101129681
 05246111039781
 05231071118964
 05237101148961
 05237108111694
 05236111049871
 05149811271063
 05148911371062
 05146118210793
 05126118410973
 04367119185102
 04357111028691
 04251081116973
 04258101136971
 04257118196103
 04131089271165
 04137116210895
 04127116310985
 03468119175102
 03451091116782
 03459101126781
 03458111027691

03241189161075
 03248116197105
 03141098261175
 02459118176103
 02349116187105

Somatório 23:

11123749851006
 11026931108475
 11023758941106
 19341121008567
 17231141009685
 17239680114105
 01136210987451
 01125391087641
 01123487106915
 01117210659384
 01116579210384
 01114571086923
 01114210789653
 01113841057926
 01113849210657
 01112396810745
 01024769111385
 01023859111476
 01014211698753
 01012761159843
 09236811410571
 09236871041115
 09143117610582
 09138610751124
 09123115810764

0 8 2 3 10 5 11 1 9 6 7 4
 0 8 1 7 5 10 6 2 9 3 11 4
 0 8 1 3 11 4 10 2 7 9 5 6
 0 8 1 2 9 6 11 5 7 10 4 3
 0 7 1 3 6 10 8 9 5 11 4 2
 0 6 3 4 10 7 11 1 8 5 9 2
 0 5 3 6 8 10 9 2 7 4 11 1
 0 5 3 4 10 8 11 2 7 6 9 1
 0 5 2 3 10 8 11 4 6 9 7 1
 0 5 2 3 7 11 8 4 9 6 10 1
 0 5 1 4 11 7 10 2 6 9 8 3
 0 5 1 4 8 10 7 2 9 6 11 3
 0 4 2 5 11 8 9 1 6 7 10 3
 0 4 2 5 10 9 8 1 7 6 11 3
 0 4 1 3 9 10 8 6 5 11 7 2
 0 4 1 2 10 9 8 5 6 11 7 3

Somatório 24:

0 11 2 4 6 7 10 5 9 3 8 1
 0 11 2 3 5 8 9 10 6 7 4 1
 0 11 2 3 4 9 8 10 7 6 5 1
 0 11 1 7 4 9 6 5 8 2 10 3
 0 11 1 6 5 8 7 4 9 2 10 3
 0 11 1 4 10 3 9 2 8 5 7 6
 0 11 1 4 8 5 7 2 10 3 9 6
 0 11 1 4 3 10 6 9 8 5 7 2
 0 11 1 3 8 5 7 9 4 10 2 6
 0 11 1 3 6 7 9 5 10 4 8 2
 0 11 1 2 10 3 9 5 7 8 4 6
 0 11 1 2 10 3 9 4 8 7 5 6
 0 11 1 2 9 4 8 3 10 5 7 6
 0 11 1 2 4 9 6 10 8 7 5 3
 0 11 1 2 4 9 6 8 10 5 7 3
 0 10 2 5 11 3 9 1 7 4 8 6

0 10 2 5 3 11 6 9 7 4 8 1
 0 10 1 7 5 9 6 4 8 2 11 3
 0 10 1 6 3 11 5 8 7 4 9 2
 0 10 1 3 9 5 11 4 8 6 7 2
 0 10 1 2 11 3 9 4 7 8 5 6
 0 10 1 2 11 3 8 5 6 9 4 7
 0 10 1 2 8 6 7 3 11 4 9 5
 0 10 1 2 6 8 7 5 11 4 9 3
 0 9 2 5 4 11 6 7 8 3 10 1
 0 9 1 4 10 5 11 3 7 6 8 2
 0 9 1 4 8 7 6 2 10 3 11 5
 0 9 1 2 10 5 7 8 4 11 3 6
 0 9 1 2 8 7 6 10 4 11 3 5
 0 9 1 2 8 7 6 3 11 4 10 5

0 8 2 4 10 6 11 3 7 5 9 1
 0 8 2 4 10 6 7 1 9 3 11 5
 0 8 2 4 6 10 7 5 9 3 11 1
 0 8 2 3 11 5 7 1 9 4 10 6
 0 8 2 3 10 6 11 7 4 9 5 1
 0 8 2 3 6 10 7 11 4 9 5 1
 0 8 2 3 5 11 6 7 9 4 10 1
 0 8 1 4 11 5 10 2 7 6 9 3
 0 8 1 3 9 7 6 2 10 4 11 5
 0 7 1 2 9 8 6 3 10 5 11 4
 0 7 1 2 8 9 6 10 4 11 5 3
 0 7 1 2 8 9 6 4 10 5 11 3
 0 6 2 4 10 8 9 3 7 5 11 1
 0 5 2 3 11 8 9 4 6 7 10 1
 0 5 2 3 10 9 8 4 7 6 11 1
 0 5 1 2 10 9 6 8 4 11 7 3
 0 5 1 2 10 9 6 4 8 7 11 3
 0 4 2 3 9 11 6 7 5 8 10 1

Somatório 25:

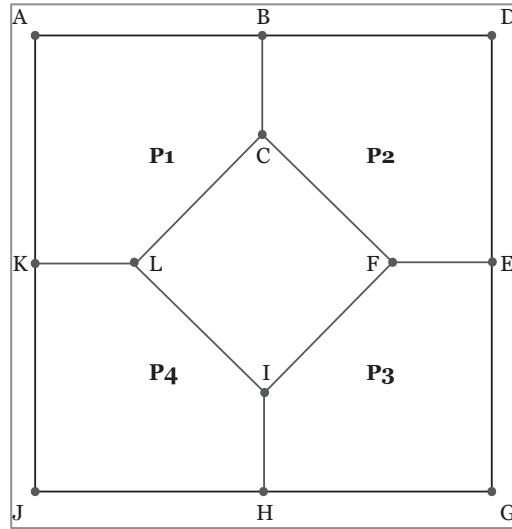
0 11 2 3 9 5 10 6 7 4 8 1
 0 11 2 3 8 6 9 10 4 7 5 1
 0 11 2 3 5 9 6 10 7 4 8 1
 0 10 1 5 9 6 8 4 7 3 11 2
 0 10 1 4 6 9 5 7 8 3 11 2
 0 10 1 2 11 4 9 7 5 8 6 3
 0 10 1 2 11 4 9 5 7 6 8 3
 0 10 1 2 8 7 6 11 4 9 5 3
 0 9 2 4 6 10 5 8 7 3 11 1
 0 9 1 3 6 10 4 11 5 7 8 2
 0 6 1 3 9 10 4 8 5 7 11 2

Somatório 26:

0 11 2 4 9 6 7 8 5 3 10 1
 0 11 2 4 8 7 6 9 5 3 10 1
 0 11 2 3 9 6 7 10 4 5 8 1
 0 11 2 3 8 7 6 10 5 4 9 1
 0 11 1 3 10 5 7 9 4 6 8 2
 0 11 1 3 8 7 5 9 6 4 10 2
 0 11 1 2 9 6 5 8 7 4 10 3
 0 11 1 2 8 7 4 10 6 5 9 3
 0 10 2 4 9 7 6 8 5 3 11 1
 0 10 1 3 11 5 7 8 4 6 9 2
 0 10 1 3 9 7 5 8 6 4 11 2
 0 10 1 2 11 5 6 9 4 7 8 3
 0 9 2 3 11 6 7 8 4 5 10 1
 0 9 2 3 10 7 6 8 5 4 11 1
 0 9 1 2 10 7 4 8 6 5 11 3

Somatório 27:

s/solução



PENTACORDES: PENTAGONAIS

Elementos Comuns 2:4

Tabela com a totalidade das 260 *Primes* ou soluções não-equivalentes (sem transposição, sem retrógrado, sem inversões, sem outras permutações de elementos comuns) para séries de doze notas diferentes representando os somatórios positivos em relação direta com as variáveis da figura geométrica. Somatório 24 e 31 com 12 soluções cada; somatório 25 e 30 com 21 soluções cada; somatório 26 e 29 com 38 soluções cada; somatório 27 e 28 com 59 soluções cada.

	7 0 6 10 3 5 11 1 4 8 2 9	5 1 8 6 3 7 11 0 4 10 2 9
Somatório 23: s/ solução	Somatório 25:	5 1 7 6 2 9 11 0 3 10 4 8
Somatório 24:	6 2 5 7 0 11 10 1 3 9 4 8	5 1 3 9 4 8 11 0 2 7 6 10
7 2 5 8 0 9 11 1 3 10 4 6	6 2 4 7 1 11 10 0 3 9 5 8	5 0 9 10 2 4 11 1 7 6 3 8
7 2 4 8 1 9 11 0 3 10 5 6	6 1 11 9 0 4 10 3 8 7 2 5	5 0 9 6 2 8 11 1 3 10 4 7
7 1 9 10 0 4 11 3 6 8 2 5	6 1 5 7 4 8 10 0 3 9 2 11	5 0 8 7 4 6 11 1 3 9 2 10
7 1 9 8 0 6 11 3 4 10 2 5	6 1 4 7 5 8 10 0 2 9 3 11	5 0 8 6 4 7 11 1 2 10 3 9
7 1 9 8 0 6 11 2 5 10 3 4	6 0 11 9 1 4 10 2 8 7 3 5	5 0 6 9 2 8 11 1 3 7 4 10
7 1 5 8 4 6 11 0 3 10 2 9	5 2 8 10 1 4 11 0 9 6 3 7	5 0 4 10 3 8 11 1 2 6 7 9
7 1 4 8 5 6 11 0 2 10 3 9	5 2 8 6 0 9 11 1 4 10 3 7	Somatório 26:
7 0 9 10 1 4 11 3 5 8 2 6	5 2 7 6 1 9 11 0 4 10 3 8	5 1 7 8 0 10 9 3 4 6 2 11
7 0 9 10 1 4 11 2 6 8 3 5	5 2 6 7 0 10 11 1 3 9 4 8	5 0 7 8 1 10 9 2 4 6 3 11
7 0 9 8 3 4 11 1 5 10 2 6	5 2 4 9 0 10 11 1 3 7 6 8	5 0 7 6 2 11 9 1 3 8 4 10
7 0 9 8 1 6 11 2 4 10 3 5	5 2 3 10 1 9 11 0 4 6 7 8	5 0 4 8 3 11 9 1 2 6 7 10

4 2 1 1 5 1 7 1 0 0 8 9 3 6
 4 2 1 1 5 0 8 1 0 1 7 9 3 6
 4 2 6 9 1 8 1 0 0 7 5 3 1 1
 4 1 1 1 5 3 6 1 0 0 7 9 2 8
 4 1 7 5 2 1 1 1 0 0 3 9 6 8
 4 1 6 5 3 1 1 1 0 0 2 9 7 8
 4 1 5 6 3 1 1 1 0 0 2 8 7 9
 4 1 3 8 5 9 1 0 0 2 6 7 1 1
 4 0 8 9 2 7 1 0 1 6 5 3 1 1
 4 0 8 5 6 7 1 0 1 2 9 3 1 1
 3 2 1 0 8 1 5 1 1 0 9 6 4 7
 3 2 1 0 5 1 8 1 1 0 6 9 4 7
 3 2 8 1 0 1 5 1 1 0 9 4 6 7
 3 2 8 5 1 1 0 1 1 0 4 9 6 7
 3 2 7 1 0 1 6 1 1 0 8 4 5 9
 3 2 7 9 0 8 1 1 1 6 5 4 1 0
 3 2 7 8 0 9 1 1 1 5 6 4 1 0
 3 2 7 6 1 1 0 1 1 0 4 8 5 9
 3 2 6 4 5 9 1 1 0 1 1 0 7 8
 3 2 5 1 0 1 8 1 1 0 6 4 7 9
 3 2 5 8 1 1 0 1 1 0 4 6 7 9
 3 2 4 6 5 9 1 1 0 1 8 7 1 0
 3 1 1 0 9 0 6 1 1 2 7 5 4 8
 3 1 1 0 6 0 9 1 1 2 4 8 5 7
 3 1 9 1 0 0 6 1 1 2 7 4 5 8
 3 1 8 1 0 0 7 1 1 2 6 4 5 9
 3 1 8 9 2 6 1 1 0 7 5 4 1 0
 3 1 8 4 6 7 1 1 0 2 1 0 5 9
 3 1 7 1 0 0 8 1 1 2 5 4 6 9
 3 0 1 0 8 1 7 1 1 2 5 6 4 9
 3 0 9 1 0 2 5 1 1 1 7 4 6 8
 3 0 9 8 2 7 1 1 1 5 6 4 1 0
 3 0 8 1 0 1 7 1 1 2 5 4 6 9
 3 0 7 9 2 8 1 1 1 4 5 6 1 0

Somatório 27:

4 1 1 1 5 0 1 0 8 3 6 7 2 9
 4 1 1 0 5 0 1 1 8 2 6 7 3 9
 4 1 9 7 0 1 0 8 3 6 5 2 1 1
 4 0 1 1 7 3 6 8 1 9 5 2 1 0
 4 0 1 1 5 1 1 0 8 2 6 7 3 9
 4 0 1 0 7 1 9 8 3 6 5 2 1 1
 4 0 1 0 5 3 9 8 1 6 7 2 1 1
 4 0 9 7 1 1 0 8 2 6 5 3 1 1
 3 2 1 1 4 0 1 0 9 1 7 8 5 6
 3 2 1 0 8 1 6 9 0 1 1 4 5 7
 3 2 1 0 4 0 1 1 9 1 6 8 5 7
 3 2 8 5 1 1 1 9 0 6 7 4 1 0
 3 2 6 8 1 1 0 9 0 7 4 5 1 1

3 2 5 8 1 1 1 9 0 6 4 7 1 0
 3 1 1 1 8 0 7 9 5 6 4 2 1 0
 3 1 1 1 7 2 6 9 0 1 0 5 4 8
 3 1 1 1 7 0 8 9 4 6 5 2 1 0
 3 1 1 1 5 4 6 9 0 8 7 2 1 0
 3 1 1 1 5 0 1 0 9 2 6 7 4 8
 3 1 1 1 4 5 6 9 0 7 8 2 1 0
 3 1 1 0 4 5 7 9 0 6 8 2 1 1
 3 1 7 8 0 1 1 9 2 5 4 6 1 0
 3 1 6 4 5 1 1 9 0 2 8 7 1 0
 3 0 1 1 4 2 1 0 9 1 5 8 6 7
 3 0 1 0 5 1 1 1 9 2 4 7 6 8
 3 0 8 7 1 1 1 9 2 4 5 6 1 0
 3 0 7 8 2 1 0 9 1 5 4 6 1 1
 2 4 8 9 1 5 1 0 0 1 1 3 6 7
 2 4 8 3 1 1 1 1 0 0 5 9 6 7
 2 3 1 1 4 0 9 1 0 1 7 8 5 6
 2 3 9 4 0 1 1 1 0 1 5 8 6 7
 2 3 6 8 1 9 1 0 0 7 4 5 1 1
 2 1 1 1 9 0 6 1 0 4 7 3 5 8
 2 1 1 1 7 0 8 1 0 3 6 5 4 9
 2 1 1 1 3 4 8 1 0 0 5 9 6 7
 2 1 6 8 3 9 1 0 0 5 4 7 1 1
 2 0 1 1 8 1 7 1 0 3 6 4 5 9
 2 0 9 8 3 7 1 0 1 6 4 5 1 1
 2 0 8 7 3 9 1 0 1 4 5 6 1 1
 2 0 6 9 5 7 1 0 1 4 3 8 1 1
 1 5 8 1 0 0 4 1 1 3 9 2 6 7
 1 5 8 2 3 9 1 1 0 4 1 0 6 7
 1 5 7 9 2 4 1 1 0 1 0 3 6 8
 1 5 7 3 2 1 0 1 1 0 4 9 6 8
 1 5 7 2 4 9 1 1 0 3 1 0 6 8
 1 4 1 0 3 2 8 1 1 0 6 9 5 7
 1 4 8 2 6 7 1 1 0 3 1 0 5 9
 1 3 9 1 0 0 5 1 1 4 7 2 6 8
 1 3 9 7 2 6 1 1 0 8 5 4 1 0
 1 3 9 7 0 8 1 1 2 6 5 4 1 0
 1 3 9 5 2 8 1 1 0 6 7 4 1 0
 1 3 9 5 0 1 0 1 1 2 4 7 6 8
 1 3 7 8 0 9 1 1 2 5 4 6 1 0
 1 3 6 4 5 9 1 1 0 2 8 7 1 0
 1 2 1 0 8 0 7 1 1 3 6 4 5 9
 1 2 1 0 3 5 7 1 1 0 4 9 6 8
 1 2 8 5 3 9 1 1 0 4 7 6 1 0
 1 2 6 7 3 9 1 1 0 4 5 8 1 0
 1 0 1 0 8 3 6 1 1 2 5 4 7 9

Somatório 28:

3 2 1 0 6 1 9 7 0 1 1 4 5 8

3 2 1 0 4 1 1 1 7 0 9 6 5 8
 3 2 8 6 1 1 1 7 0 9 4 5 1 0
 3 1 1 1 6 0 1 0 7 2 9 4 5 8
 3 1 1 1 4 2 1 0 7 0 9 6 5 8
 3 1 1 0 6 0 1 1 7 2 8 4 5 9
 3 1 1 0 4 2 1 1 7 0 8 6 5 9
 3 0 1 1 6 1 1 0 7 2 8 4 5 9
 2 4 1 1 3 1 9 8 0 1 0 7 5 6
 2 4 1 1 3 0 1 0 8 1 9 7 5 6
 2 4 6 7 1 1 0 8 0 9 3 5 1 1
 2 3 1 1 4 1 9 8 0 1 0 6 5 7
 2 3 1 1 4 0 1 0 8 1 9 6 5 7
 2 1 1 1 7 0 9 8 5 6 3 4 1 0
 2 1 1 1 6 3 7 8 0 1 0 4 5 9
 2 1 1 1 6 0 1 0 8 3 7 4 5 9
 2 1 1 0 3 5 9 8 0 6 7 4 1 1
 2 1 9 7 0 1 1 8 4 5 3 6 1 0
 2 1 9 3 4 1 1 8 0 5 7 6 1 0
 2 0 1 1 7 4 6 8 1 9 3 5 1 0
 2 0 1 1 7 1 9 8 4 6 3 5 1 0
 2 0 1 1 3 4 1 0 8 1 5 7 6 9
 2 0 1 0 6 3 9 8 1 7 4 5 1 1
 2 0 1 0 6 1 1 1 8 3 5 4 7 9
 2 0 1 0 4 3 1 1 8 1 5 6 7 9
 2 0 1 0 3 6 9 8 1 4 7 5 1 1
 2 0 6 7 5 1 0 8 1 4 3 9 1 1
 1 4 1 0 3 0 1 1 9 2 6 7 5 8
 1 4 8 3 2 1 1 9 0 6 7 5 1 0
 1 4 7 8 3 6 9 0 1 0 2 5 1 1
 1 4 6 2 5 1 1 9 0 3 8 7 1 0
 1 3 1 1 4 0 1 0 9 2 7 6 5 8
 1 3 7 8 0 1 0 9 4 5 2 6 1 1
 1 2 1 1 7 0 8 9 5 6 3 4 1 0
 1 2 1 0 3 5 8 9 0 6 7 4 1 1
 1 2 8 4 3 1 1 9 0 5 6 7 1 0
 1 2 8 3 5 1 0 9 0 4 7 6 1 1
 1 0 1 1 8 4 5 9 3 7 2 6 1 0
 1 0 1 1 7 2 8 9 4 5 3 6 1 0
 1 0 1 0 8 3 7 9 4 5 2 6 1 1
 0 5 8 3 1 1 1 1 0 2 4 7 6 9
 0 4 1 1 3 1 9 1 0 2 6 7 5 8
 0 4 7 9 3 5 1 0 2 8 1 6 1 1
 0 4 6 8 1 9 1 0 3 5 2 7 1 1
 0 4 5 9 3 7 1 0 2 6 1 8 1 1
 0 3 1 1 6 1 7 1 0 2 8 4 5 9
 0 3 1 1 4 2 8 1 0 1 7 6 5 9
 0 3 9 8 1 7 1 0 4 6 2 5 1 1
 0 3 9 6 2 8 1 0 1 7 4 5 1 1
 0 2 1 1 3 4 8 1 0 1 5 7 6 9

0 2 8 9 4 5 10 3 6 1 7 11
 0 2 8 9 3 6 10 4 5 1 7 11
 0 2 8 6 3 9 10 1 5 4 7 11
 0 2 8 4 5 9 10 1 3 6 7 11
 0 2 7 9 4 6 10 3 5 1 8 11
 0 2 6 7 5 8 10 1 4 3 9 11
 0 1 11 8 3 5 10 4 6 2 7 9
 0 1 11 6 2 8 10 3 5 4 7 9
 0 1 9 8 4 6 10 3 5 2 7 11

Somatório 29:

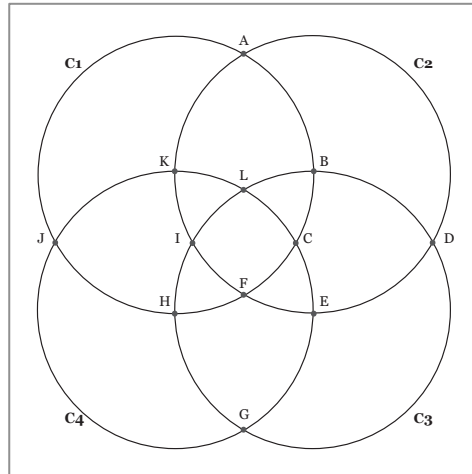
2 1 11 3 4 10 6 0 9 5 7 8
 2 1 10 3 4 11 6 0 8 5 7 9
 2 0 9 5 4 11 6 1 7 3 8 10
 2 0 8 3 7 11 6 1 4 5 9 10
 1 4 11 2 3 9 7 0 10 6 5 8
 1 4 9 2 3 11 7 0 8 6 5 10
 1 4 5 6 3 11 7 0 8 2 9 10
 1 3 11 6 0 9 7 5 8 2 4 10
 1 3 11 2 5 8 7 0 9 6 4 10
 1 3 10 2 5 9 7 0 8 6 4 11
 1 2 6 3 8 10 7 0 4 5 9 11
 1 0 9 6 4 10 7 3 5 2 8 11
 1 0 8 6 5 10 7 3 4 2 9 11
 1 0 8 5 6 10 7 2 4 3 9 11
 0 4 11 6 1 7 8 3 10 2 5 9
 0 4 11 1 3 10 8 2 6 7 5 9
 0 4 10 7 3 5 8 2 11 1 6 9
 0 4 10 3 1 11 8 2 7 5 6 9
 0 4 10 1 3 11 8 2 5 7 6 9
 0 4 9 7 3 6 8 2 10 1 5 11
 0 4 9 6 3 7 8 1 10 2 5 11
 0 4 9 3 2 11 8 1 7 5 6 10
 0 4 5 7 3 10 8 2 6 1 9 11
 0 3 11 7 2 6 8 4 9 1 5 10
 0 3 11 2 4 9 8 1 7 6 5 10
 0 3 11 1 4 10 8 2 5 7 6 9
 0 3 10 6 1 9 8 4 7 2 5 11
 0 3 10 1 6 9 8 2 4 7 5 11
 0 3 9 2 4 11 8 1 5 6 7 10
 0 2 11 7 4 5 8 3 9 1 6 10
 0 2 11 5 4 7 8 1 9 3 6 10
 0 2 11 5 1 10 8 4 6 3 7 9
 0 2 11 3 4 9 8 1 7 5 6 10
 0 2 6 7 5 9 8 3 4 1 10 11
 0 2 6 5 7 9 8 1 4 3 10 11
 0 1 10 6 3 9 8 4 5 2 7 11
 0 1 10 5 4 9 8 2 6 3 7 11
 0 1 10 3 6 9 8 2 4 5 7 11

Somatório 30:

1 3 9 4 6 8 5 0 11 2 7 10
 1 3 8 4 6 9 5 0 10 2 7 11
 1 3 7 4 6 10 5 0 9 2 8 11
 1 3 6 4 7 10 5 0 8 2 9 11
 1 0 11 4 6 9 5 3 7 2 8 10
 1 0 10 4 7 9 5 3 6 2 8 11
 0 5 7 4 3 11 6 1 9 2 8 10
 0 4 10 5 3 8 6 2 11 1 7 9
 0 4 8 5 3 10 6 2 9 1 7 11
 0 4 7 5 3 11 6 2 8 1 9 10
 0 3 9 5 2 11 6 4 7 1 8 10
 0 3 9 2 5 11 6 1 7 4 8 10
 0 3 8 1 7 11 6 2 4 5 9 10
 0 3 7 2 8 10 6 1 5 4 9 11
 0 2 11 5 4 8 6 3 9 1 7 10
 0 2 11 5 3 9 6 4 8 1 7 10
 0 2 10 5 4 9 6 3 8 1 7 11
 0 2 10 1 8 9 6 3 4 5 7 11
 0 2 9 5 4 10 6 3 7 1 8 11
 0 1 11 4 5 9 6 3 7 2 8 10
 0 1 11 2 7 9 6 3 5 4 8 10))

Somatório 31:

0 6 10 1 5 9 4 2 11 3 7 8
 0 6 8 3 5 9 4 2 11 1 7 10
 0 6 8 1 5 11 4 2 9 3 7 10
 0 5 11 3 2 10 4 7 8 1 6 9
 0 5 11 3 2 10 4 6 9 1 7 8
 0 5 10 3 2 11 4 6 8 1 7 9
 0 5 9 3 6 8 4 2 11 1 7 10
 0 5 8 3 6 9 4 2 10 1 7 11
 0 5 7 3 6 10 4 2 9 1 8 11
 0 5 6 3 7 10 4 2 8 1 9 11
 0 2 11 3 6 9 4 5 7 1 8 10
 0 2 10 3 7 9 4 5 6 1 8 11



HEXACORDES: QUATRO CÍRCULOS Elementos Comuns 2:6

Tabela com a totalidade das 1032 *Primes* ou soluções não-equivalentes de Somatório 33 (sem transposição, sem retrógrado, sem inversões, sem permutações de elementos comuns) para séries de doze notas diferentes representando os somatórios positivos em relação direta com as variáveis da figura geométrica.

(4 1 11 9 0 7 5 2 10 8 3 6)	(4 0 9 5 1 10 6 3 11 7 2 8)	(2 1 10 6 0 5 3 8 11 7 9 4)
(4 1 11 7 0 10 6 2 9 5 3 8)	(4 0 8 6 1 11 5 3 9 7 2 10)	(2 1 10 5 0 11 4 6 8 3 7 9)
(4 1 11 7 0 9 5 2 10 6 3 8)	(4 0 8 5 1 11 6 3 10 7 2 9)	(2 1 10 4 0 11 5 6 9 3 7 8)
(4 1 10 8 0 7 5 2 11 9 3 6)	(2 1 11 9 0 7 3 4 10 8 5 6)	(2 1 10 4 0 9 3 6 11 5 7 8)
(4 1 10 7 0 11 6 2 8 5 3 9)	(2 1 11 9 0 5 3 6 10 8 7 4)	(2 1 10 4 0 7 3 8 11 5 9 6)
(4 1 10 6 0 11 7 2 9 5 3 8)	(2 1 11 8 0 10 5 3 9 6 4 7)	(2 1 10 3 0 9 5 7 11 4 8 6)
(4 1 10 6 0 9 5 2 11 7 3 8)	(2 1 11 8 0 9 5 3 10 7 4 6)	(2 1 9 7 0 11 3 4 8 6 5 10)
(4 1 9 7 0 11 5 2 8 6 3 10)	(2 1 11 7 0 10 3 5 8 4 6 9)	(2 1 9 7 0 5 3 10 8 6 11 4)
(4 1 9 5 0 11 7 2 10 6 3 8)	(2 1 11 7 0 9 3 4 10 6 5 8)	(2 1 9 6 0 11 5 3 10 7 4 8)
(4 1 9 5 0 10 6 2 11 7 3 8)	(2 1 11 7 0 6 3 9 8 4 10 5)	(2 1 9 6 0 10 5 3 11 8 4 7)
(4 1 8 6 0 11 5 2 9 7 3 10)	(2 1 11 7 0 5 3 8 10 6 9 4)	(2 1 9 5 0 11 3 6 8 4 7 10)
(4 1 8 5 0 11 6 2 10 7 3 9)	(2 1 11 6 0 7 4 9 8 3 10 5)	(2 1 9 5 0 8 4 10 7 3 11 6)
(4 0 11 9 1 7 5 3 10 8 2 6)	(2 1 11 5 0 10 4 6 9 3 7 8)	(2 1 9 5 0 7 3 10 8 4 11 6)
(4 0 11 7 1 10 6 3 9 5 2 8)	(2 1 11 5 0 9 3 6 10 4 7 8)	(2 1 9 3 0 11 5 6 10 4 7 8)
(4 0 11 7 1 9 5 3 10 6 2 8)	(2 1 11 5 0 7 3 8 10 4 9 6)	(2 1 9 3 0 10 4 6 11 5 7 8)
(4 0 10 8 1 7 5 3 11 9 2 6)	(2 1 11 4 0 9 5 7 10 3 8 6)	(2 1 8 6 0 11 3 4 9 7 5 10)
(4 0 10 7 1 11 6 3 8 5 2 9)	(2 1 10 8 0 7 3 4 11 9 5 6)	(2 1 8 6 0 5 3 10 9 7 11 4)
(4 0 10 6 1 11 7 3 9 5 2 8)	(2 1 10 8 0 5 3 6 11 9 7 4)	(2 1 8 5 0 9 4 10 6 3 11 7)
(4 0 10 6 1 9 5 3 11 7 2 8)	(2 1 10 7 0 11 5 3 9 6 4 8)	(2 1 8 4 0 11 3 6 9 5 7 10)
(4 0 9 7 1 11 5 3 8 6 2 10)	(2 1 10 7 0 9 5 3 11 8 4 6)	(2 1 8 4 0 10 3 5 11 7 6 9)
(4 0 9 5 1 11 7 3 10 6 2 8)	(2 1 10 6 0 9 3 4 11 7 5 8)	(2 1 8 4 0 9 5 10 7 3 11 6)

(2 1 8 4 0 7 3 10 9 5 11 6)	(2 0 8 4 1 10 3 6 11 7 5 9)	(1 3 10 7 0 5 2 6 11 8 9 4)
(2 1 8 4 0 6 3 9 11 7 10 5)	(2 0 8 4 1 9 5 11 7 3 10 6)	(1 3 10 5 0 11 4 6 7 2 9 8)
(2 1 8 3 0 11 4 6 10 5 7 9)	(2 0 8 4 1 7 3 11 9 5 10 6)	(1 3 10 5 0 9 4 8 7 2 11 6)
(2 1 8 3 0 7 4 9 11 6 10 5)	(2 0 8 4 1 6 3 10 11 7 9 5)	(1 3 10 5 0 9 2 4 11 6 7 8)
(2 1 7 5 0 11 3 8 6 4 9 10)	(2 0 8 3 1 11 4 7 10 5 6 9)	(1 3 10 5 0 7 2 8 9 4 11 6)
(2 1 7 5 0 9 3 10 6 4 11 8)	(2 0 8 3 1 7 4 10 11 6 9 5)	(1 3 10 4 0 11 5 6 8 2 9 7)
(2 1 7 4 0 11 5 9 6 3 10 8)	(2 0 7 5 1 11 3 9 6 4 8 10)	(1 3 10 4 0 8 2 6 11 5 9 7)
(2 1 7 3 0 9 5 10 8 4 11 6)	(2 0 7 5 1 9 3 11 6 4 10 8)	(1 3 9 6 0 11 2 5 7 4 8 10)
(2 1 7 3 0 8 4 10 9 5 11 6)	(2 0 7 4 1 11 5 10 6 3 9 8)	(1 3 9 6 0 11 2 4 8 5 7 10)
(2 1 6 4 0 11 3 8 7 5 9 10)	(2 0 7 3 1 9 5 11 8 4 10 6)	(1 3 9 6 0 5 2 8 10 7 11 4)
(2 1 6 4 0 9 3 10 7 5 11 8)	(2 0 7 3 1 8 4 11 9 5 10 6)	(1 3 9 6 0 5 2 7 11 8 10 4)
(2 1 6 3 0 11 5 9 7 4 10 8)	(2 0 6 4 1 11 3 9 7 5 8 10)	(1 3 9 5 0 11 4 7 6 2 10 8)
(2 1 6 3 0 9 4 10 8 5 11 7)	(2 0 6 4 1 9 3 11 7 5 10 8)	(1 3 9 5 0 10 4 8 6 2 11 7)
(2 0 11 9 1 7 3 5 10 8 4 6)	(2 0 6 3 1 11 5 10 7 4 9 8)	(1 3 9 4 0 10 5 8 7 2 11 6)
(2 0 11 9 1 5 3 7 10 8 6 4)	(2 0 6 3 1 9 4 11 8 5 10 7)	(1 3 9 4 0 7 2 8 10 5 11 6)
(2 0 11 8 1 10 5 4 9 6 3 7)	(1 5 10 8 0 4 2 6 9 7 11 3)	(1 3 8 5 0 11 2 6 7 4 9 10)
(2 0 11 8 1 9 5 4 10 7 3 6)	(1 5 10 4 0 9 3 6 8 2 11 7)	(1 3 8 5 0 11 2 4 9 6 7 10)
(2 0 11 7 1 10 3 6 8 4 5 9)	(1 5 10 4 0 8 2 6 9 3 11 7)	(1 3 8 2 0 11 5 6 10 4 9 7)
(2 0 11 7 1 9 3 5 10 6 4 8)	(1 5 9 7 0 4 2 6 10 8 11 3)	(1 3 8 2 0 10 4 6 11 5 9 7)
(2 0 11 7 1 6 3 10 8 4 9 5)	(1 5 9 4 0 10 3 6 7 2 11 8)	(1 3 8 2 0 9 4 7 11 5 10 6)
(2 0 11 7 1 5 3 9 10 6 8 4)	(1 5 9 3 0 10 4 6 8 2 11 7)	(1 3 7 5 0 10 2 8 6 4 11 9)
(2 0 11 6 1 7 4 10 8 3 9 5)	(1 5 9 3 0 8 2 6 10 4 11 7)	(1 3 7 4 0 11 2 6 8 5 9 10)
(2 0 11 5 1 10 4 7 9 3 6 8)	(1 5 8 4 0 10 2 6 7 3 11 9)	(1 3 7 4 0 11 2 5 9 6 8 10)
(2 0 11 5 1 9 3 7 10 4 6 8)	(1 5 8 2 0 10 4 6 9 3 11 7)	(1 3 7 2 0 11 4 6 10 5 9 8)
(2 0 11 5 1 7 3 9 10 4 8 6)	(1 5 8 2 0 9 3 6 10 4 11 7)	(1 3 7 2 0 10 5 8 9 4 11 6)
(2 0 11 4 1 9 5 8 10 3 7 6)	(1 5 7 3 0 10 2 6 8 4 11 9)	(1 3 7 2 0 9 4 8 10 5 11 6)
(2 0 10 8 1 7 3 5 11 9 4 6)	(1 5 7 2 0 10 3 6 9 4 11 8)	(1 3 6 4 0 10 2 8 7 5 11 9)
(2 0 10 8 1 5 3 7 11 9 6 4)	(1 4 11 6 0 10 3 5 7 2 9 8)	(1 3 6 2 0 11 4 7 9 5 10 8)
(2 0 10 7 1 11 5 4 9 6 3 8)	(1 4 11 5 0 9 3 6 8 2 10 7)	(1 3 6 2 0 10 4 8 9 5 11 7)
(2 0 10 7 1 9 5 4 11 8 3 6)	(1 4 11 5 0 8 2 6 9 3 10 7)	(1 2 11 9 0 7 3 4 10 8 6 5)
(2 0 10 6 1 9 3 5 11 7 4 8)	(1 4 9 5 0 10 3 7 6 2 11 8)	(1 2 11 9 0 6 3 5 10 8 7 4)
(2 0 10 6 1 5 3 9 11 7 8 4)	(1 4 9 3 0 11 5 6 8 2 10 7)	(1 2 11 8 0 10 4 3 9 6 5 7)
(2 0 10 5 1 11 4 7 8 3 6 9)	(1 4 9 3 0 10 5 7 8 2 11 6)	(1 2 11 8 0 9 4 3 10 7 5 6)
(2 0 10 4 1 11 5 7 9 3 6 8)	(1 4 9 3 0 8 2 6 11 5 10 7)	(1 2 11 7 0 10 3 4 9 5 6 8)
(2 0 10 4 1 9 3 7 11 5 6 8)	(1 4 8 5 0 10 2 7 6 3 11 9)	(1 2 11 7 0 6 3 8 9 5 10 4)
(2 0 10 4 1 7 3 9 11 5 8 6)	(1 4 8 2 0 11 5 6 9 3 10 7)	(1 2 11 6 0 10 3 5 9 4 7 8)
(2 0 10 3 1 9 5 8 11 4 7 6)	(1 4 8 2 0 10 5 7 9 3 11 6)	(1 2 11 6 0 7 3 8 9 4 10 5)
(2 0 9 7 1 11 3 5 8 6 4 10)	(1 4 8 2 0 9 3 6 11 5 10 7)	(1 2 11 5 0 10 4 6 9 3 8 7)
(2 0 9 7 1 5 3 11 8 6 10 4)	(1 4 7 2 0 10 3 5 11 6 9 8)	(1 2 11 5 0 9 3 6 10 4 8 7)
(2 0 9 6 1 11 5 4 10 7 3 8)	(1 4 6 3 0 10 2 7 8 5 11 9)	(1 2 11 5 0 8 3 7 10 4 9 6)
(2 0 9 6 1 10 5 4 11 8 3 7)	(1 4 6 2 0 10 3 7 9 5 11 8)	(1 2 10 8 0 7 3 4 11 9 6 5)
(2 0 9 5 1 11 3 7 8 4 6 10)	(1 3 11 9 0 6 2 4 10 8 7 5)	(1 2 10 8 0 6 3 5 11 9 7 4)
(2 0 9 5 1 8 4 11 7 3 10 6)	(1 3 11 8 0 5 2 7 9 6 10 4)	(1 2 10 7 0 11 4 3 9 6 5 8)
(2 0 9 5 1 7 3 11 8 4 10 6)	(1 3 11 8 0 5 2 6 10 7 9 4)	(1 2 10 7 0 11 3 4 8 5 6 9)
(2 0 9 3 1 11 5 7 10 4 6 8)	(1 3 11 6 0 9 2 4 10 5 7 8)	(1 2 10 7 0 9 4 3 11 8 5 6)
(2 0 9 3 1 10 4 7 11 5 6 8)	(1 3 11 5 0 10 4 6 8 2 9 7)	(1 2 10 7 0 6 3 9 8 5 11 4)
(2 0 8 6 1 11 3 5 9 7 4 10)	(1 3 11 5 0 9 4 7 8 2 10 6)	(1 2 10 6 0 11 3 5 8 4 7 9)
(2 0 8 6 1 5 3 11 9 7 10 4)	(1 3 11 5 0 8 2 6 10 4 9 7)	(1 2 10 6 0 8 4 9 7 3 11 5)
(2 0 8 5 1 9 4 11 6 3 10 7)	(1 3 10 8 0 6 2 4 11 9 7 5)	(1 2 10 6 0 7 3 9 8 4 11 5)
(2 0 8 4 1 11 3 7 9 5 6 10)	(1 3 10 7 0 5 2 8 9 6 11 4)	(1 2 10 4 0 11 5 6 9 3 8 7)

(1 2 10 4 0 9 3 6 11 5 8 7)	(1 0 10 7 3 5 2 9 11 8 6 4)	(1 0 8 4 5 10 2 11 7 3 6 9)
(1 2 10 4 0 8 3 7 11 5 9 6)	(1 0 10 7 2 11 4 5 9 6 3 8)	(1 0 8 4 2 11 3 7 10 6 5 9)
(1 2 9 6 0 11 4 3 10 7 5 8)	(1 0 10 7 2 11 3 6 8 5 4 9)	(1 0 8 4 2 10 5 11 7 3 9 6)
(1 2 9 6 0 10 4 3 11 8 5 7)	(1 0 10 7 2 9 4 5 11 8 3 6)	(1 0 8 4 2 7 3 11 10 6 9 5)
(1 2 9 5 0 10 3 4 11 7 6 8)	(1 0 10 7 2 6 3 11 8 5 9 4)	(1 0 8 2 5 10 4 11 9 3 6 7)
(1 2 9 5 0 6 3 8 11 7 10 4)	(1 0 10 6 2 11 3 7 8 4 5 9)	(1 0 8 2 5 9 3 11 10 4 6 7)
(1 2 9 4 0 10 3 5 11 6 7 8)	(1 0 10 6 2 8 4 11 7 3 9 5)	(1 0 8 2 4 11 5 10 9 3 6 7)
(1 2 9 4 0 7 3 8 11 6 10 5)	(1 0 10 6 2 7 3 11 8 4 9 5)	(1 0 8 2 4 10 5 11 9 3 7 6)
(1 2 9 3 0 11 5 6 10 4 8 7)	(1 0 10 5 3 11 4 9 7 2 6 8)	(1 0 8 2 4 9 3 10 11 5 6 7)
(1 2 9 3 0 10 4 6 11 5 8 7)	(1 0 10 5 3 9 4 11 7 2 8 6)	(1 0 8 2 3 11 5 9 10 4 6 7)
(1 2 8 5 0 11 3 4 10 7 6 9)	(1 0 10 5 3 9 2 7 11 6 4 8)	(1 0 8 2 3 10 4 9 11 5 6 7)
(1 2 8 5 0 10 4 9 6 3 11 7)	(1 0 10 5 3 7 2 11 9 4 8 6)	(1 0 8 2 3 9 4 10 11 5 7 6)
(1 2 8 5 0 6 3 9 10 7 11 4)	(1 0 10 4 5 9 3 11 8 2 6 7)	(1 0 7 5 3 10 2 11 6 4 8 9)
(1 2 8 4 0 11 3 5 10 6 7 9)	(1 0 10 4 5 8 2 11 9 3 6 7)	(1 0 7 5 2 11 3 10 6 4 8 9)
(1 2 8 4 0 10 5 9 7 3 11 6)	(1 0 10 4 3 11 5 9 8 2 6 7)	(1 0 7 5 2 10 3 11 6 4 9 8)
(1 2 8 4 0 7 3 9 10 6 11 5)	(1 0 10 4 3 8 2 9 11 5 6 7)	(1 0 7 4 3 11 2 9 8 5 6 10)
(1 2 7 5 0 11 3 8 6 4 10 9)	(1 0 10 4 2 11 5 8 9 3 6 7)	(1 0 7 4 3 11 2 8 9 6 5 10)
(1 2 7 5 0 10 3 9 6 4 11 8)	(1 0 10 4 2 9 3 8 11 5 6 7)	(1 0 7 3 5 10 2 11 8 4 6 9)
(1 2 7 3 0 10 5 9 8 4 11 6)	(1 0 10 4 2 8 3 9 11 5 7 6)	(1 0 7 3 2 10 5 11 8 4 9 6)
(1 2 7 3 0 8 4 9 10 6 11 5)	(1 0 9 7 5 4 2 11 10 8 6 3)	(1 0 7 3 2 8 4 11 10 6 9 5)
(1 2 6 4 0 11 3 8 7 5 10 9)	(1 0 9 6 3 11 2 8 7 4 5 10)	(1 0 7 2 5 10 3 11 9 4 6 8)
(1 2 6 4 0 10 3 9 7 5 11 8)	(1 0 9 6 3 11 2 7 8 5 4 10)	(1 0 7 2 4 10 3 9 11 6 5 8)
(1 2 6 3 0 10 4 9 8 5 11 7)	(1 0 9 6 3 5 2 11 10 7 8 4)	(1 0 7 2 3 11 4 9 10 5 6 8)
(1 0 11 9 3 6 2 7 10 8 4 5)	(1 0 9 6 3 5 2 10 11 8 7 4)	(1 0 7 2 3 10 5 11 9 4 8 6)
(1 0 11 9 2 7 3 6 10 8 4 5)	(1 0 9 6 2 11 4 5 10 7 3 8)	(1 0 7 2 3 9 4 11 10 5 8 6)
(1 0 11 9 2 6 3 7 10 8 5 4)	(1 0 9 6 2 10 4 5 11 8 3 7)	(1 0 6 4 3 10 2 11 7 5 8 9)
(1 0 11 8 3 5 2 10 9 6 7 4)	(1 0 9 5 4 10 3 11 6 2 7 8)	(1 0 6 4 2 11 3 10 7 5 8 9)
(1 0 11 8 3 5 2 9 10 7 6 4)	(1 0 9 5 3 11 4 10 6 2 7 8)	(1 0 6 4 2 10 3 11 7 5 9 8)
(1 0 11 8 2 10 4 5 9 6 3 7)	(1 0 9 5 3 10 4 11 6 2 8 7)	(1 0 6 3 4 10 2 11 8 5 7 9)
(1 0 11 8 2 9 4 5 10 7 3 6)	(1 0 9 5 2 10 3 6 11 7 4 8)	(1 0 6 3 2 10 4 11 8 5 9 7)
(1 0 11 7 2 10 3 6 9 5 4 8)	(1 0 9 5 2 6 3 10 11 7 8 4)	(1 0 6 2 4 10 3 11 9 5 7 8)
(1 0 11 7 2 6 3 10 9 5 8 4)	(1 0 9 4 5 10 3 11 7 2 6 8)	(1 0 6 2 3 11 4 10 9 5 7 8)
(1 0 11 6 4 10 3 9 7 2 5 8)	(1 0 9 4 3 10 5 11 7 2 8 6)	(1 0 6 2 3 10 4 11 9 5 8 7)
(1 0 11 6 3 9 2 7 10 5 4 8)	(1 0 9 4 3 7 2 11 10 5 8 6)	(0 9 7 5 8 3 1 10 6 4 11 2)
(1 0 11 6 2 10 3 7 9 4 5 8)	(1 0 9 4 2 10 3 7 11 6 5 8)	(0 9 7 3 8 6 2 10 5 1 11 4)
(1 0 11 6 2 7 3 10 9 4 8 5)	(1 0 9 4 2 7 3 10 11 6 8 5)	(0 9 7 3 8 5 1 10 6 2 11 4)
(1 0 11 5 4 9 3 10 8 2 6 7)	(1 0 9 3 5 10 4 11 8 2 6 7)	(0 9 6 4 8 3 1 10 7 5 11 2)
(1 0 11 5 4 8 2 10 9 3 6 7)	(1 0 9 3 5 8 2 11 10 4 6 7)	(0 9 6 3 8 7 2 10 4 1 11 5)
(1 0 11 5 3 10 4 9 8 2 6 7)	(1 0 9 3 4 11 5 10 8 2 6 7)	(0 9 6 2 8 7 3 10 5 1 11 4)
(1 0 11 5 3 9 4 10 8 2 7 6)	(1 0 9 3 4 10 5 11 8 2 7 6)	(0 9 6 2 8 5 1 10 7 3 11 4)
(1 0 11 5 3 8 2 9 10 4 6 7)	(1 0 9 3 4 8 2 10 11 5 6 7)	(0 9 5 3 8 7 1 10 4 2 11 6)
(1 0 11 5 2 10 4 8 9 3 6 7)	(1 0 9 3 2 11 5 8 10 4 6 7)	(0 9 5 1 8 7 3 10 6 2 11 4)
(1 0 11 5 2 9 3 8 10 4 6 7)	(1 0 9 3 2 10 4 8 11 5 6 7)	(0 9 5 1 8 6 2 10 7 3 11 4)
(1 0 11 5 2 8 3 9 10 4 7 6)	(1 0 8 5 4 10 2 11 6 3 7 9)	(0 9 4 2 8 7 1 10 5 3 11 6)
(1 0 10 8 5 4 2 11 9 7 6 3)	(1 0 8 5 3 11 2 9 7 4 6 10)	(0 9 4 1 8 7 2 10 6 3 11 5)
(1 0 10 8 3 6 2 7 11 9 4 5)	(1 0 8 5 3 11 2 7 9 6 4 10)	(0 8 10 5 6 4 1 9 7 2 11 3)
(1 0 10 8 2 7 3 6 11 9 4 5)	(1 0 8 5 2 11 3 6 10 7 4 9)	(0 8 10 4 6 5 2 9 7 1 11 3)
(1 0 10 8 2 6 3 7 11 9 5 4)	(1 0 8 5 2 10 4 11 6 3 9 7)	(0 8 9 5 7 4 1 10 6 2 11 3)
(1 0 10 7 3 5 2 11 9 6 8 4)	(1 0 8 5 2 6 3 11 10 7 9 4)	(0 8 9 4 7 5 2 10 6 1 11 3)

(0 8 7 5 9 3 1 11 6 4 10 2)	(0 7 6 3 4 10 1 8 5 2 11 9)	(0 6 7 3 4 11 2 8 5 1 10 9)
(0 8 7 3 9 6 2 11 5 1 10 4)	(0 7 6 2 8 4 1 11 9 5 10 3)	(0 6 7 3 4 10 2 9 5 1 11 8)
(0 8 7 3 9 5 1 11 6 2 10 4)	(0 7 6 1 8 5 2 11 9 4 10 3)	(0 6 7 2 8 4 1 11 10 5 9 3)
(0 8 7 2 6 4 1 9 10 5 11 3)	(0 7 5 3 6 11 1 8 4 2 9 10)	(0 6 7 1 8 5 2 11 10 4 9 3)
(0 8 7 1 6 5 2 9 10 4 11 3)	(0 7 5 3 6 9 1 10 4 2 11 8)	(0 6 5 3 7 11 1 9 4 2 8 10)
(0 8 6 4 9 3 1 11 7 5 10 2)	(0 7 5 2 8 9 3 11 4 1 10 6)	(0 6 5 3 7 9 1 11 4 2 10 8)
(0 8 6 3 9 7 2 11 4 1 10 5)	(0 7 5 2 6 11 3 9 4 1 10 8)	(0 6 5 2 8 10 3 11 4 1 9 7)
(0 8 6 2 9 7 3 11 5 1 10 4)	(0 7 5 2 4 10 1 8 6 3 11 9)	(0 6 5 2 7 11 3 10 4 1 9 8)
(0 8 6 2 9 5 1 11 7 3 10 4)	(0 7 4 2 8 11 5 10 3 1 9 6)	(0 6 5 2 3 10 1 8 7 4 11 9)
(0 8 6 2 7 4 1 10 9 5 11 3)	(0 7 4 2 6 11 1 8 5 3 9 10)	(0 6 5 1 4 11 2 8 7 3 10 9)
(0 8 6 1 7 5 2 10 9 4 11 3)	(0 7 4 2 6 9 1 10 5 3 11 8)	(0 6 5 1 4 10 2 9 7 3 11 8)
(0 8 5 3 9 7 1 11 4 2 10 6)	(0 7 4 1 8 9 3 11 5 2 10 6)	(0 6 5 1 3 11 2 7 8 4 10 9)
(0 8 5 2 7 9 3 10 4 1 11 6)	(0 7 4 1 6 11 3 9 5 2 10 8)	(0 6 4 2 7 11 1 9 5 3 8 10)
(0 8 5 2 6 10 3 9 4 1 11 7)	(0 7 4 1 5 11 2 8 6 3 10 9)	(0 6 4 2 7 9 1 11 5 3 10 8)
(0 8 5 1 9 7 3 11 6 2 10 4)	(0 7 4 1 5 10 2 9 6 3 11 8)	(0 6 4 1 8 10 3 11 5 2 9 7)
(0 8 5 1 9 6 2 11 7 3 10 4)	(0 7 3 1 8 11 5 10 4 2 9 6)	(0 6 4 1 7 11 3 10 5 2 9 8)
(0 8 4 2 9 7 1 11 5 3 10 6)	(0 6 11 7 5 3 1 9 8 4 10 2)	(0 5 11 9 4 3 1 6 10 8 7 2)
(0 8 4 2 7 11 5 9 3 1 10 6)	(0 6 11 7 4 3 1 8 9 5 10 2)	(0 5 11 8 2 4 1 7 9 6 10 3)
(0 8 4 1 9 7 2 11 6 3 10 5)	(0 6 11 5 7 4 1 10 8 2 9 3)	(0 5 11 8 2 4 1 6 10 7 9 3)
(0 8 4 1 7 9 3 10 5 2 11 6)	(0 6 11 5 7 3 1 9 10 4 8 2)	(0 5 11 7 6 3 1 10 8 4 9 2)
(0 8 4 1 6 10 3 9 5 2 11 7)	(0 6 11 4 7 5 2 10 8 1 9 3)	(0 5 11 7 4 3 1 8 10 6 9 2)
(0 8 3 1 7 11 5 9 4 2 10 6)	(0 6 11 3 7 5 1 9 10 2 8 4)	(0 5 11 6 7 3 1 10 9 4 8 2)
(0 7 11 6 5 3 1 8 9 4 10 2)	(0 6 11 3 4 7 2 8 9 1 10 5)	(0 5 11 4 3 7 1 8 9 2 10 6)
(0 7 11 5 6 4 1 9 8 2 10 3)	(0 6 11 2 5 7 3 8 10 1 9 4)	(0 5 11 4 2 10 3 6 8 1 9 7)
(0 7 11 5 6 3 1 8 10 4 9 2)	(0 6 11 2 4 8 3 7 10 1 9 5)	(0 5 11 4 2 9 3 7 8 1 10 6)
(0 7 11 4 6 5 2 9 8 1 10 3)	(0 6 10 7 4 3 1 9 8 5 11 2)	(0 5 11 4 2 8 1 6 10 3 9 7)
(0 7 11 3 6 5 1 8 10 2 9 4)	(0 6 10 5 8 4 1 11 7 2 9 3)	(0 5 11 3 7 6 2 10 9 1 8 4)
(0 7 11 3 5 6 2 8 9 1 10 4)	(0 6 10 4 8 5 2 11 7 1 9 3)	(0 5 11 3 4 10 2 6 9 1 7 8)
(0 7 10 6 5 3 1 9 8 4 11 2)	(0 6 10 4 7 3 1 9 11 5 8 2)	(0 5 11 3 4 9 1 6 10 2 7 8)
(0 7 10 6 4 3 1 8 9 5 11 2)	(0 6 10 3 4 7 2 9 8 1 11 5)	(0 5 11 3 4 7 1 8 10 2 9 6)
(0 7 10 4 6 3 1 8 11 5 9 2)	(0 6 10 3 2 9 4 7 8 1 11 5)	(0 5 11 2 6 7 3 9 10 1 8 4)
(0 7 10 3 5 6 2 9 8 1 11 4)	(0 6 10 2 7 5 1 9 11 3 8 4)	(0 5 11 2 4 9 3 7 10 1 8 6)
(0 7 10 3 4 6 1 8 9 2 11 5)	(0 6 10 1 5 7 3 8 11 2 9 4)	(0 5 10 8 4 3 1 6 11 9 7 2)
(0 7 10 2 6 5 1 8 11 3 9 4)	(0 6 10 1 4 8 3 7 11 2 9 5)	(0 5 10 7 2 4 1 8 9 6 11 3)
(0 7 9 5 8 4 1 11 6 2 10 3)	(0 6 9 5 7 3 1 11 8 4 10 2)	(0 5 10 7 2 4 1 6 11 8 9 3)
(0 7 9 5 6 3 1 10 8 4 11 2)	(0 6 9 5 4 3 1 8 11 7 10 2)	(0 5 10 6 7 3 1 11 8 4 9 2)
(0 7 9 5 4 3 1 8 10 6 11 2)	(0 6 9 3 7 5 1 11 8 2 10 4)	(0 5 10 6 4 3 1 8 11 7 9 2)
(0 7 9 4 8 5 2 11 6 1 10 3)	(0 6 9 2 5 7 3 10 8 1 11 4)	(0 5 10 4 3 11 2 6 7 1 8 9)
(0 7 9 4 5 3 1 8 11 6 10 2)	(0 6 9 1 4 7 2 8 11 3 10 5)	(0 5 10 4 3 8 2 9 7 1 11 6)
(0 7 9 3 6 5 1 10 8 2 11 4)	(0 6 8 5 4 3 1 9 10 7 11 2)	(0 5 10 4 3 7 1 9 8 2 11 6)
(0 7 9 2 4 6 1 8 10 3 11 5)	(0 6 8 4 7 3 1 11 9 5 10 2)	(0 5 10 4 2 11 3 6 7 1 9 8)
(0 7 9 1 5 6 2 8 11 3 10 4)	(0 6 8 4 5 3 1 9 11 7 10 2)	(0 5 10 4 2 9 3 8 7 1 11 6)
(0 7 8 4 6 3 1 10 9 5 11 2)	(0 6 8 4 3 11 2 7 5 1 10 9)	(0 5 10 4 2 7 1 8 9 3 11 6)
(0 7 8 4 5 3 1 9 10 6 11 2)	(0 6 8 2 7 5 1 11 9 3 10 4)	(0 5 10 4 1 9 3 7 8 2 11 6)
(0 7 8 2 6 5 1 10 9 3 11 4)	(0 6 8 2 7 4 1 10 11 5 9 3)	(0 5 10 4 1 8 2 7 9 3 11 6)
(0 7 8 2 6 4 1 9 11 5 10 3)	(0 6 8 1 7 5 2 10 11 4 9 3)	(0 5 10 3 7 6 2 11 8 1 9 4)
(0 7 8 1 6 5 2 9 11 4 10 3)	(0 6 8 1 5 7 3 10 9 2 11 4)	(0 5 10 3 4 11 2 6 8 1 7 9)
(0 7 8 1 5 6 2 9 10 3 11 4)	(0 6 8 1 4 7 2 9 10 3 11 5)	(0 5 10 3 2 11 4 6 8 1 9 7)
(0 7 6 3 5 11 2 8 4 1 10 9)	(0 6 8 1 2 9 4 7 10 3 11 5)	(0 5 10 3 2 8 1 6 11 4 9 7)
(0 7 6 3 5 10 2 9 4 1 11 8)	(0 6 7 4 3 10 1 8 5 2 11 9)	(0 5 10 2 4 11 3 6 9 1 7 8)

(05102491611378)	(05734111862910)	(04107152896113)
(05102471811396)	(05734911062118)	(04107152611893)
(05102311469187)	(05732111684910)	(04106731119582)
(05101673911284)	(05731112684109)	(04106531911782)
(05101493711286)	(05724113961108)	(04106111257389)
(05974311086112)	(05723111694810)	(04105311276189)
(05962418107113)	(05721113694108)	(04105211376198)
(05962417118103)	(05714931082116)	(04105271983116)
(05947311011682)	(05714821093116)	(04105111367298)
(05943111672810)	(05713112610489)	(04105193872116)
(05942113761108)	(05713104982116)	(04103761119285)
(05942103861117)	(05713829104116)	(04103672118195)
(05941113672108)	(05712113610498)	(04103511278169)
(05934111682710)	(05712104893116)	(04103211578196)
(05934821071116)	(05712938104116)	(04102511379168)
(05934711082116)	(05637112104189)	(04102591711368)
(05932104871116)	(05637102114198)	(04102571911386)
(05932718104116)	(05632101874119)	(04102311579186)
(05931114682107)	(05624111873910)	(04101683911275)
(05931104782116)	(05624911073118)	(04101593811276)
(05931827104116)	(05623111784910)	(04975311186102)
(05926731181104)	(05614113972108)	(04961528107113)
(05923718114106)	(05614921083117)	(04961527118103)
(05917621011384)	(05612113794108)	(04957311110682)
(05914113610278)	(05612103894117)	(04956311011782)
(05914102611378)	(05417112106389)	(04953111762810)
(05913114610287)	(05417102116398)	(04953811062117)
(05864311097112)	(04119531710862)	(04952111673810)
(05847311110692)	(04118152796103)	(04951113762108)
(05846311011792)	(04118152610793)	(04951103862117)
(05843111762910)	(04117631109582)	(04935111782610)
(05842111673910)	(04117531910682)	(04935821171106)
(05841112673109)	(04116210158379)	(04935711182106)
(05834921061117)	(04115310168279)	(04932115871106)
(05824111693710)	(04115382971106)	(04932718115106)
(05824931071116)	(04115371982106)	(04931115782106)
(05824711093116)	(04115293871106)	(04931827115106)
(05823104971116)	(04115271893106)	(04927611110385)
(05823719104116)	(04115110368297)	(04916721011385)
(05821114693107)	(04115193782106)	(04915113710268)
(05821104793116)	(04115182793106)	(04915102711368)
(05821937104116)	(04113672109185)	(04913115710286)
(05817621110394)	(04113510279168)	(04865311197102)
(05816731192104)	(04113591710268)	(04856311110792)
(05814112610379)	(04113571910286)	(04852111763910)
(05812114610397)	(04112683910175)	(04851112763109)
(05812103611497)	(04112593810176)	(04835921161107)
(05812937114106)	(04108531711962)	(04832101511679)
(05742101863119)	(04107631118592)	(04832719105116)

(0 4 8 2 5 11 1 7 9 3 6 10)	(0 3 11 7 2 5 1 8 10 6 9 4)	(0 3 9 4 1 10 2 5 11 6 7 8)
(0 4 8 2 5 9 3 11 7 1 10 6)	(0 3 11 7 1 10 2 4 9 5 6 8)	(0 3 9 4 1 7 2 8 11 6 10 5)
(0 4 8 2 5 7 1 11 9 3 10 6)	(0 3 11 7 1 6 2 8 9 5 10 4)	(0 3 9 2 5 7 1 10 11 4 8 6)
(0 4 8 2 3 11 5 9 7 1 10 6)	(0 3 11 6 1 10 2 5 9 4 7 8)	(0 3 9 1 5 11 4 8 10 2 6 7)
(0 4 8 2 3 10 1 6 11 5 7 9)	(0 3 11 6 1 9 4 8 7 2 10 5)	(0 3 9 1 4 11 5 8 10 2 7 6)
(0 4 8 2 3 7 1 9 11 5 10 6)	(0 3 11 6 1 7 2 8 9 4 10 5)	(0 3 8 6 2 11 1 4 9 7 5 10)
(0 4 8 2 1 11 5 7 9 3 10 6)	(0 3 11 5 4 10 1 7 8 2 6 9)	(0 3 8 6 2 5 1 10 9 7 11 4)
(0 4 8 2 1 10 3 6 11 5 9 7)	(0 3 11 5 4 8 2 10 7 1 9 6)	(0 3 8 5 1 11 2 4 10 7 6 9)
(0 4 8 2 1 9 3 7 11 5 10 6)	(0 3 11 5 4 7 1 10 8 2 9 6)	(0 3 8 5 1 6 2 9 10 7 11 4)
(0 4 8 1 6 7 2 11 10 3 9 5)	(0 3 11 5 2 10 4 8 7 1 9 6)	(0 3 8 4 6 11 2 10 5 1 7 9)
(0 4 8 1 5 11 2 7 10 3 6 9)	(0 3 11 5 2 9 1 6 10 4 7 8)	(0 3 8 4 5 11 1 9 6 2 7 10)
(0 4 8 1 2 11 5 7 10 3 9 6)	(0 3 11 5 2 7 1 8 10 4 9 6)	(0 3 8 4 2 11 1 6 9 5 7 10)
(0 4 7 3 6 11 2 10 5 1 8 9)	(0 3 11 5 1 10 4 7 8 2 9 6)	(0 3 8 4 2 10 1 5 11 7 6 9)
(0 4 7 3 6 10 2 11 5 1 9 8)	(0 3 11 5 1 9 2 6 10 4 8 7)	(0 3 8 4 2 7 1 10 9 5 11 6)
(0 4 7 3 5 11 1 9 6 2 8 10)	(0 3 11 5 1 8 2 7 10 4 9 6)	(0 3 8 4 2 6 1 9 11 7 10 5)
(0 4 7 3 5 9 1 11 6 2 10 8)	(0 3 11 4 5 7 1 10 9 2 8 6)	(0 3 8 4 1 11 2 5 10 6 7 9)
(0 4 7 3 2 11 1 6 9 5 8 10)	(0 3 10 8 2 7 1 4 11 9 5 6)	(0 3 8 4 1 7 2 9 10 6 11 5)
(0 4 7 3 1 11 2 5 10 6 8 9)	(0 3 10 8 2 5 1 6 11 9 7 4)	(0 3 8 2 5 10 4 11 7 1 9 6)
(0 4 7 2 5 11 3 10 6 1 9 8)	(0 3 10 8 1 7 2 4 11 9 6 5)	(0 3 8 2 5 7 1 11 10 4 9 6)
(0 4 7 2 1 11 3 6 10 5 9 8)	(0 3 10 8 1 6 2 5 11 9 7 4)	(0 3 8 2 4 11 5 10 7 1 9 6)
(0 4 7 2 1 9 3 8 10 5 11 6)	(0 3 10 7 1 11 2 4 8 5 6 9)	(0 3 8 2 4 10 1 7 11 5 6 9)
(0 4 7 1 5 9 3 11 8 2 10 6)	(0 3 10 7 1 6 2 9 8 5 11 4)	(0 3 8 2 4 7 1 10 11 5 9 6)
(0 4 7 1 5 8 2 11 9 3 10 6)	(0 3 10 6 2 9 1 4 11 7 5 8)	(0 3 8 2 1 11 5 7 10 4 9 6)
(0 4 7 1 3 11 5 9 8 2 10 6)	(0 3 10 6 2 5 1 8 11 7 9 4)	(0 3 8 2 1 10 4 7 11 5 9 6)
(0 4 7 1 3 8 2 9 11 5 10 6)	(0 3 10 6 1 11 2 5 8 4 7 9)	(0 3 7 5 2 11 1 8 6 4 9 10)
(0 4 7 1 2 11 5 8 9 3 10 6)	(0 3 10 6 1 7 2 9 8 4 11 5)	(0 3 7 5 2 9 1 10 6 4 11 8)
(0 4 7 1 2 9 3 8 11 5 10 6)	(0 3 10 5 4 11 2 8 6 1 7 9)	(0 3 7 5 1 11 2 8 6 4 10 9)
(0 4 6 3 7 10 1 11 5 2 8 9)	(0 3 10 5 2 11 4 8 6 1 9 7)	(0 3 7 5 1 10 2 9 6 4 11 8)
(0 4 6 3 2 11 1 7 8 5 9 10)	(0 3 10 4 5 11 2 8 7 1 6 9)	(0 3 7 4 6 10 1 11 5 2 8 9)
(0 4 6 3 1 11 2 7 8 5 10 9)	(0 3 10 4 5 8 2 11 7 1 9 6)	(0 3 7 2 5 11 1 8 9 4 6 10)
(0 4 6 2 5 11 1 9 7 3 8 10)	(0 3 10 4 5 7 1 11 8 2 9 6)	(0 3 7 2 1 11 5 8 9 4 10 6)
(0 4 6 2 5 9 1 11 7 3 10 8)	(0 3 10 4 2 11 5 8 7 1 9 6)	(0 3 7 2 1 9 4 8 11 6 10 5)
(0 4 6 2 3 11 1 7 9 5 8 10)	(0 3 10 4 2 9 1 6 11 5 7 8)	(0 3 7 1 5 11 2 8 10 4 6 9)
(0 4 6 2 3 8 1 10 9 5 11 7)	(0 3 10 4 2 7 1 8 11 5 9 6)	(0 3 7 1 5 10 4 11 8 2 9 6)
(0 4 6 2 1 11 3 7 9 5 10 8)	(0 3 10 4 1 11 5 7 8 2 9 6)	(0 3 7 1 5 8 2 11 10 4 9 6)
(0 4 6 2 1 10 3 8 9 5 11 7)	(0 3 10 4 1 9 2 6 11 5 8 7)	(0 3 7 1 4 11 5 10 8 2 9 6)
(0 4 6 1 5 11 3 10 7 2 9 8)	(0 3 10 4 1 8 2 7 11 5 9 6)	(0 3 7 1 4 8 2 10 11 5 9 6)
(0 4 6 1 5 9 2 11 8 3 10 7)	(0 3 10 2 5 11 4 8 9 1 6 7)	(0 3 7 1 2 11 5 8 10 4 9 6)
(0 4 6 1 3 11 2 7 10 5 8 9)	(0 3 10 2 4 11 5 8 9 1 7 6)	(0 3 7 1 2 10 4 8 11 5 9 6)
(0 4 6 1 2 11 3 7 10 5 9 8)	(0 3 9 7 2 11 1 4 8 6 5 10)	(0 3 6 4 2 11 1 8 7 5 9 10)
(0 4 5 2 7 10 1 11 6 3 8 9)	(0 3 9 7 2 5 1 10 8 6 11 4)	(0 3 6 4 2 9 1 10 7 5 11 8)
(0 4 5 1 6 11 2 10 7 3 8 9)	(0 3 9 5 4 11 1 8 6 2 7 10)	(0 3 6 4 1 11 2 8 7 5 10 9)
(0 4 5 1 6 10 2 11 7 3 9 8)	(0 3 9 5 4 8 1 11 6 2 10 7)	(0 3 6 4 1 10 2 9 7 5 11 8)
(0 3 11 9 2 7 1 4 10 8 5 6)	(0 3 9 5 2 11 1 6 8 4 7 10)	(0 3 6 2 5 11 1 9 8 4 7 10)
(0 3 11 9 2 5 1 6 10 8 7 4)	(0 3 9 5 2 7 1 10 8 4 11 6)	(0 3 6 2 4 11 1 8 9 5 7 10)
(0 3 11 9 1 7 2 4 10 8 6 5)	(0 3 9 5 1 11 4 8 6 2 10 7)	(0 3 6 2 4 8 1 11 9 5 10 7)
(0 3 11 9 1 6 2 5 10 8 7 4)	(0 3 9 5 1 10 2 4 11 7 6 8)	(0 3 6 2 1 11 4 8 9 5 10 7)
(0 3 11 7 2 10 1 5 8 4 6 9)	(0 3 9 5 1 6 2 8 11 7 10 4)	(0 3 6 1 4 11 2 8 10 5 7 9)
(0 3 11 7 2 9 1 4 10 6 5 8)	(0 3 9 4 5 11 1 8 7 2 6 10)	(0 3 6 1 2 11 4 8 10 5 9 7)
(0 3 11 7 2 6 1 9 8 4 10 5)	(0 3 9 4 1 11 5 8 7 2 10 6)	(0 3 5 2 6 10 1 11 7 4 8 9)

(0 3 5 1 6 1 1 2 1 0 8 4 7 9)	(0 2 1 0 3 5 8 1 9 1 1 4 6 7)	(0 2 7 3 4 1 1 1 8 9 5 6 1 0)
(0 2 1 1 9 3 7 1 5 1 0 8 4 6)	(0 2 1 0 3 4 1 1 5 9 8 1 7 6)	(0 2 7 3 1 1 1 5 9 8 4 1 0 6)
(0 2 1 1 9 3 5 1 7 1 0 8 6 4)	(0 2 9 7 3 1 1 1 5 8 6 4 1 0)	(0 2 7 1 5 1 1 3 9 1 0 4 6 8)
(0 2 1 1 9 1 7 3 5 1 0 8 6 4)	(0 2 9 7 3 5 1 1 1 8 6 1 0 4)	(0 2 7 1 5 1 0 4 1 1 9 3 8 6)
(0 2 1 1 8 5 4 1 1 0 9 6 7 3)	(0 2 9 7 1 1 1 5 3 1 0 8 4 6)	(0 2 7 1 5 9 3 1 1 1 0 4 8 6)
(0 2 1 1 8 5 4 1 9 1 0 7 6 3)	(0 2 9 6 5 4 1 1 1 1 0 7 8 3)	(0 2 7 1 4 1 1 5 1 0 9 3 8 6)
(0 2 1 1 8 1 1 0 3 4 9 6 5 7)	(0 2 9 6 5 4 1 1 0 1 1 8 7 3)	(0 2 7 1 4 9 3 1 0 1 1 5 8 6)
(0 2 1 1 8 1 9 3 4 1 0 7 5 6)	(0 2 9 6 1 1 1 3 4 1 0 7 5 8)	(0 2 7 1 3 1 1 5 9 1 0 4 8 6)
(0 2 1 1 7 3 1 0 1 6 8 4 5 9)	(0 2 9 6 1 1 0 3 4 1 1 8 5 7)	(0 2 7 1 3 1 0 4 9 1 1 5 8 6)
(0 2 1 1 7 3 9 1 5 1 0 6 4 8)	(0 2 9 6 1 8 3 1 0 7 4 1 1 5)	(0 2 6 4 3 1 1 1 9 7 5 8 1 0)
(0 2 1 1 7 3 6 1 1 0 8 4 9 5)	(0 2 9 6 1 7 3 1 0 8 5 1 1 4)	(0 2 6 4 3 9 1 1 1 7 5 1 0 8)
(0 2 1 1 7 3 5 1 9 1 0 6 8 4)	(0 2 9 5 4 1 1 1 8 7 3 6 1 0)	(0 2 6 4 1 1 1 3 9 7 5 1 0 8)
(0 2 1 1 6 4 1 0 1 7 8 3 5 9)	(0 2 9 5 3 1 1 1 7 8 4 6 1 0)	(0 2 6 3 5 1 0 1 1 1 7 4 8 9)
(0 2 1 1 6 1 7 3 8 1 0 5 9 4)	(0 2 9 5 3 7 1 1 1 8 4 1 0 6)	(0 2 6 3 4 1 1 1 9 8 5 7 1 0)
(0 2 1 1 5 4 9 3 1 0 7 1 8 6)	(0 2 9 4 5 1 1 3 1 0 6 1 7 8)	(0 2 6 3 1 1 1 4 9 8 5 1 0 7)
(0 2 1 1 5 4 7 1 1 0 9 3 8 6)	(0 2 9 4 5 1 0 3 1 1 6 1 8 7)	(0 2 6 1 5 1 1 3 1 0 9 4 7 8)
(0 2 1 1 5 3 1 0 4 9 7 1 8 6)	(0 2 9 4 1 1 1 3 6 1 0 5 7 8)	(0 2 6 1 5 1 0 3 1 1 9 4 8 7)
(0 2 1 1 5 3 9 1 7 1 0 4 6 8)	(0 2 9 3 5 1 0 4 1 1 7 1 8 6)	(0 2 6 1 4 1 1 3 9 1 0 5 7 8)
(0 2 1 1 5 3 7 1 9 1 0 4 8 6)	(0 2 9 3 5 7 1 1 1 1 0 4 8 6)	(0 2 6 1 3 1 1 4 9 1 0 5 8 7)
(0 2 1 1 5 1 1 0 4 7 9 3 8 6)	(0 2 9 3 4 1 1 5 1 0 7 1 8 6)	(0 1 1 1 9 3 7 2 6 1 0 8 4 5)
(0 2 1 1 5 1 9 3 7 1 0 4 8 6)	(0 2 9 3 4 7 1 1 0 1 1 5 8 6)	(0 1 1 1 9 3 6 2 7 1 0 8 5 4)
(0 2 1 1 4 5 1 0 3 9 8 1 6 7)	(0 2 9 3 1 1 1 5 7 1 0 4 8 6)	(0 1 1 1 9 2 7 3 6 1 0 8 5 4)
(0 2 1 1 4 5 9 3 1 0 8 1 7 6)	(0 2 9 3 1 1 0 4 7 1 1 5 8 6)	(0 1 1 1 8 4 5 2 1 0 9 6 7 3)
(0 2 1 1 4 5 8 1 9 1 0 3 6 7)	(0 2 8 6 3 1 1 1 5 9 7 4 1 0)	(0 1 1 1 8 4 5 2 9 1 0 7 6 3)
(0 2 1 0 8 3 7 1 5 1 1 9 4 6)	(0 2 8 6 3 5 1 1 1 9 7 1 0 4)	(0 1 1 1 8 2 1 0 3 5 9 6 4 7)
(0 2 1 0 8 3 5 1 7 1 1 9 6 4)	(0 2 8 5 4 1 1 1 9 6 3 7 1 0)	(0 1 1 1 8 2 9 3 5 1 0 7 4 6)
(0 2 1 0 8 1 1 1 5 3 9 7 4 6)	(0 2 8 5 1 1 1 4 9 6 3 1 0 7)	(0 1 1 1 7 3 1 0 2 6 9 5 4 8)
(0 2 1 0 8 1 7 3 5 1 1 9 6 4)	(0 2 8 5 1 9 3 1 0 7 4 1 1 6)	(0 1 1 1 7 3 6 2 1 0 9 5 8 4)
(0 2 1 0 7 5 4 1 1 1 9 6 8 3)	(0 2 8 5 1 7 3 1 0 9 6 1 1 4)	(0 1 1 1 6 3 1 0 2 7 9 4 5 8)
(0 2 1 0 7 5 4 1 9 1 1 8 6 3)	(0 2 8 4 5 1 1 1 9 7 3 6 1 0)	(0 1 1 1 6 3 9 4 1 0 7 2 8 5)
(0 2 1 0 7 1 1 1 3 4 9 6 5 8)	(0 2 8 4 3 1 1 1 7 9 5 6 1 0)	(0 1 1 1 6 3 7 2 1 0 9 4 8 5)
(0 2 1 0 7 1 9 3 4 1 1 8 5 6)	(0 2 8 4 3 1 0 1 6 1 1 7 5 9)	(0 1 1 1 6 2 7 3 9 1 0 5 8 4)
(0 2 1 0 6 3 9 1 5 1 1 7 4 8)	(0 2 8 4 3 7 1 1 1 9 5 1 0 6)	(0 1 1 1 5 4 1 0 3 9 8 2 6 7)
(0 2 1 0 6 3 5 1 9 1 1 7 8 4)	(0 2 8 4 3 6 1 1 0 1 1 7 9 5)	(0 1 1 1 5 4 9 3 1 0 8 2 7 6)
(0 2 1 0 5 4 1 1 3 9 6 1 7 8)	(0 2 8 4 1 1 1 5 9 7 3 1 0 6)	(0 1 1 1 5 4 8 2 1 0 9 3 7 6)
(0 2 1 0 5 4 7 1 1 1 8 3 9 6)	(0 2 8 3 4 1 0 1 7 1 1 6 5 9)	(0 1 1 1 5 3 1 0 4 9 8 2 7 6)
(0 2 1 0 5 3 1 1 4 9 6 1 8 7)	(0 2 8 3 4 7 1 1 1 1 0 5 9 6)	(0 1 1 1 5 3 9 2 8 1 0 4 6 7)
(0 2 1 0 5 1 1 1 3 6 9 4 7 8)	(0 2 8 1 6 9 4 1 1 1 0 3 7 5)	(0 1 1 1 5 3 8 2 9 1 0 4 7 6)
(0 2 1 0 5 1 7 3 8 1 1 6 9 4)	(0 2 8 1 5 1 1 4 9 1 0 3 6 7)	(0 1 1 1 5 2 1 0 4 8 9 3 7 6)
(0 2 1 0 4 5 1 1 3 9 7 1 6 8)	(0 2 8 1 5 1 0 3 9 1 1 4 6 7)	(0 1 1 1 5 2 9 3 8 1 0 4 7 6)
(0 2 1 0 4 5 9 3 1 1 7 1 8 6)	(0 2 8 1 5 9 3 1 0 1 1 4 7 6)	(0 1 1 0 8 3 7 2 6 1 1 9 4 5)
(0 2 1 0 4 5 7 1 1 1 9 3 8 6)	(0 2 8 1 4 1 1 5 9 1 0 3 7 6)	(0 1 1 0 8 3 6 2 7 1 1 9 5 4)
(0 2 1 0 4 3 1 1 5 9 7 1 8 6)	(0 2 7 5 3 1 1 1 9 6 4 8 1 0)	(0 1 1 0 8 2 1 1 5 4 9 7 3 6)
(0 2 1 0 4 3 9 1 7 1 1 5 6 8)	(0 2 7 5 3 9 1 1 1 6 4 1 0 8)	(0 1 1 0 8 2 7 3 6 1 1 9 5 4)
(0 2 1 0 4 3 7 1 9 1 1 5 8 6)	(0 2 7 5 1 1 1 3 9 6 4 1 0 8)	(0 1 1 0 7 4 5 2 1 1 9 6 8 3)
(0 2 1 0 4 1 1 1 5 7 9 3 8 6)	(0 2 7 4 5 1 0 1 1 1 6 3 8 9)	(0 1 1 0 7 4 5 2 9 1 1 8 6 3)
(0 2 1 0 4 1 9 3 7 1 1 5 8 6)	(0 2 7 4 1 9 3 1 0 8 5 1 1 6)	(0 1 1 0 7 3 1 1 2 6 8 5 4 9)
(0 2 1 0 3 6 9 4 1 1 8 1 7 5)	(0 2 7 4 1 8 3 1 0 9 6 1 1 5)	(0 1 1 0 7 3 6 2 1 1 8 5 9 4)
(0 2 1 0 3 5 1 1 4 9 8 1 6 7)	(0 2 7 3 5 1 1 1 9 8 4 6 1 0)	(0 1 1 0 7 2 1 1 3 5 9 6 4 8)

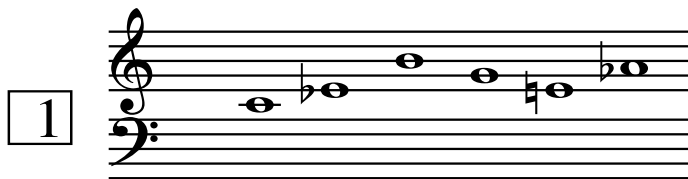
(0 1 10 7 2 9 3 5 11 8 4 6)	(0 1 9 5 3 6 2 10 11 7 8 4)	(0 1 8 2 4 11 5 10 9 3 7 6)
(0 1 10 6 4 11 2 8 7 3 5 9)	(0 1 9 4 5 11 3 10 7 2 6 8)	(0 1 8 2 4 10 3 9 11 5 6 7)
(0 1 10 6 3 11 2 7 8 4 5 9)	(0 1 9 4 3 11 5 10 7 2 8 6)	(0 1 8 2 4 9 3 10 11 5 7 6)
(0 1 10 6 3 7 2 11 8 4 9 5)	(0 1 9 4 3 10 2 7 11 6 5 8)	(0 1 8 2 3 11 5 9 10 4 7 6)
(0 1 10 5 4 11 3 9 7 2 6 8)	(0 1 9 4 3 7 2 10 11 6 8 5)	(0 1 8 2 3 10 4 9 11 5 7 6)
(0 1 10 5 4 9 3 11 7 2 8 6)	(0 1 9 4 2 11 3 7 10 5 6 8)	(0 1 7 5 3 11 2 10 6 4 8 9)
(0 1 10 5 2 11 3 7 9 4 6 8)	(0 1 9 3 5 11 4 10 8 2 6 7)	(0 1 7 5 3 10 2 11 6 4 9 8)
(0 1 10 5 2 7 3 9 11 6 8 4)	(0 1 9 3 5 10 4 11 8 2 7 6)	(0 1 7 5 2 11 3 10 6 4 9 8)
(0 1 10 4 5 9 3 11 8 2 7 6)	(0 1 9 3 5 8 2 11 10 4 7 6)	(0 1 7 4 2 9 3 11 8 5 10 6)
(0 1 10 4 5 8 2 11 9 3 7 6)	(0 1 9 3 4 11 5 10 8 2 7 6)	(0 1 7 4 2 8 3 11 9 6 10 5)
(0 1 10 4 3 11 5 9 8 2 7 6)	(0 1 9 3 4 8 2 10 11 5 7 6)	(0 1 7 3 5 11 2 10 8 4 6 9)
(0 1 10 4 3 9 2 8 11 5 6 7)	(0 1 9 3 2 11 5 8 10 4 7 6)	(0 1 7 3 4 11 2 8 10 6 5 9)
(0 1 10 4 3 8 2 9 11 5 7 6)	(0 1 9 3 2 10 4 8 11 5 7 6)	(0 1 7 3 2 11 5 10 8 4 9 6)
(0 1 10 4 2 11 5 8 9 3 7 6)	(0 1 8 5 4 11 2 10 6 3 7 9)	(0 1 7 2 5 11 3 10 9 4 6 8)
(0 1 10 4 2 9 3 8 11 5 7 6)	(0 1 8 5 3 11 2 6 10 7 4 9)	(0 1 7 2 4 11 3 9 10 5 6 8)
(0 1 9 7 2 11 5 4 10 8 3 6)	(0 1 8 5 3 6 2 11 10 7 9 4)	(0 1 7 2 4 9 3 11 10 5 8 6)
(0 1 9 6 4 5 2 11 10 7 8 3)	(0 1 8 5 2 11 4 10 6 3 9 7)	(0 1 7 2 3 11 5 10 9 4 8 6)
(0 1 9 6 4 5 2 10 11 8 7 3)	(0 1 8 5 2 9 3 11 7 4 10 6)	(0 1 7 2 3 9 4 10 11 6 8 5)
(0 1 9 6 2 11 3 5 10 7 4 8)	(0 1 8 5 2 7 3 11 9 6 10 4)	(0 1 6 4 3 11 2 10 7 5 8 9)
(0 1 9 6 2 10 3 5 11 8 4 7)	(0 1 8 4 5 11 2 10 7 3 6 9)	(0 1 6 4 3 10 2 11 7 5 9 8)
(0 1 9 6 2 8 3 11 7 4 10 5)	(0 1 8 4 3 11 2 7 10 6 5 9)	(0 1 6 4 2 11 3 10 7 5 9 8)
(0 1 9 6 2 7 3 11 8 5 10 4)	(0 1 8 4 3 7 2 11 10 6 9 5)	(0 1 6 3 4 11 2 10 8 5 7 9)
(0 1 9 5 4 11 3 10 6 2 7 8)	(0 1 8 4 2 11 5 10 7 3 9 6)	(0 1 6 3 2 11 4 10 8 5 9 7)
(0 1 9 5 4 10 3 11 6 2 8 7)	(0 1 8 2 5 11 4 10 9 3 6 7)	(0 1 6 2 4 11 3 10 9 5 7 8)
(0 1 9 5 3 11 4 10 6 2 8 7)	(0 1 8 2 5 10 4 11 9 3 7 6)	(0 1 6 2 4 10 3 11 9 5 8 7)
(0 1 9 5 3 10 2 6 11 7 4 8)	(0 1 8 2 5 9 3 11 10 4 7 6)	(0 1 6 2 3 11 4 10 9 5 8 7)

APÊNDICE 3

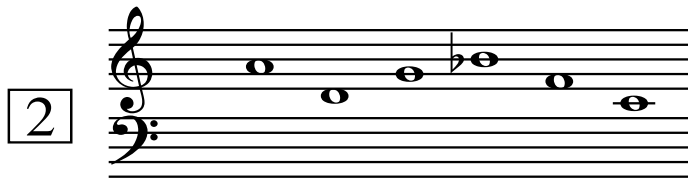
Material selecionado na obra
MBA Short Programme

Solução 700 selecionada do modelo geométrico “4 círculos” resultando em quatro séries de hexacordes horizontais.

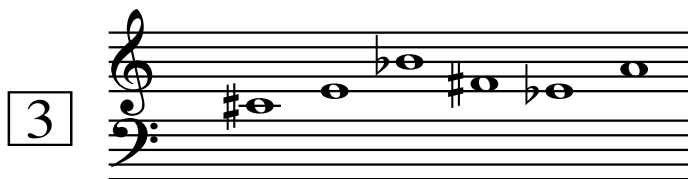
P1



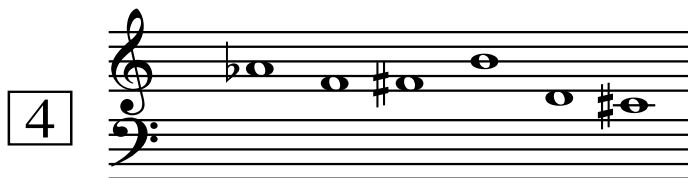
P1



P1



P1



Hexacorde 1) Estrela 01-10:

The image displays a musical score for a hexacord, consisting of ten staves of music. Each staff begins with a treble clef and a key signature of one sharp (F#). The notation is a form of serial music, characterized by the use of specific chords and accidentals. The chords are primarily triads and dyads, often with a sharp sign (#) above or below them, indicating specific pitch classes. The accidentals include natural signs (♮), sharp signs (♯), and flat signs (♭). The notes are placed on the lines and spaces of the staff, with some notes beamed together. The overall structure is a sequence of these chords across the ten staves, creating a complex harmonic texture.

Hexacorde) Estrela 11-20:

The image displays a musical score for a hexacord, titled "Hexacorde) Estrela 11-20". The score is presented on ten staves, each containing a series of six chords. The chords are arranged in a sequence that follows a specific geometric pattern, likely related to the hexacord's structure. The notation includes treble clefs, key signatures (one sharp and one flat), and various accidentals (sharps and flats) indicating the notes of each chord. The chords are organized into two groups of five, with the final chord of the second group being a different configuration. The overall structure is a 10x6 grid of chords, where each row represents a different chord and each column represents a different position or variation of that chord.

Hexacorde 1) Estrela 21-30:

The image displays a musical score for a hexacord, titled "Hexacorde 1) Estrela 21-30". The score is presented on ten staves, each beginning with a treble clef and a key signature of one sharp (F#). The notation is serial, consisting of a sequence of chords and intervals. The first staff contains six chords, each with a unique intervallic structure. The subsequent staves continue this sequence, with some chords appearing in different voicings or with different intervallic structures. The notation is dense, with many notes and accidentals, reflecting the complexity of serial music. The overall structure is a single melodic line divided into ten staves.

Hexacorde 1) Estrela 31-40:

The image displays a musical score for a hexacord, consisting of ten staves of musical notation. Each staff begins with a treble clef and a key signature of one sharp (F#). The notation is organized into six measures across the ten staves. The notes are primarily grouped into chords, with various accidentals (sharps and naturals) indicating specific pitch classes. The overall structure is a serial composition of a hexacord, where the notes of the hexacord are permuted across the staves. The notes in the hexacord are G#4, A4, B4, C5, D5, and E5. The score shows these notes in various positions across the staves, often in pairs or groups, illustrating the serial permutation of the hexacord.

Hexacorde 1) Estrela 41-50:

The image displays a musical score for a hexacord, labeled 'Hexacorde 1) Estrela 41-50'. The score is presented on ten staves, each beginning with a treble clef and a key signature of one sharp (F#). The notation is serial, consisting of a sequence of chords and intervals. Each staff contains six measures of music, with each measure representing a chord. The chords are constructed from the six notes of the hexacord: C, D, E, F#, G, and A. The notation uses various rhythmic values, including quarter notes, eighth notes, and sixteenth notes, to indicate the sequence and duration of the notes within each chord. The overall structure is a 10x6 grid of musical notation, where each row represents a staff and each column represents a measure.

Hexacorde 1) Estrela 51-54:

The musical score consists of four staves, each containing six measures of music. The notes are grouped into chords, and various accidentals (sharps, flats, and naturals) are used to modify the notes. The notation is as follows:

Staff	Measure 1	Measure 2	Measure 3	Measure 4	Measure 5	Measure 6
1	F#4, G4, A4	F#4, G4, A4, Bb4	F#4, G4, A4	F#4, G4, A4, Bb4	F#4, G4, A4, Bb4	F#4, G4, A4, Bb4
2	F#4, G4, A4	F#4, G4, A4, Bb4	F#4, G4, A4	F#4, G4, A4, Bb4	F#4, G4, A4, Bb4	F#4, G4, A4, Bb4
3	F#4, G4, A4	F#4, G4, A4, Bb4	F#4, G4, A4	F#4, G4, A4, Bb4	F#4, G4, A4, Bb4	F#4, G4, A4, Bb4
4	F#4, G4, A4	F#4, G4, A4, Bb4	F#4, G4, A4	F#4, G4, A4, Bb4	F#4, G4, A4, Bb4	F#4, G4, A4, Bb4

Hexacorde 2) Estrela 01-10:

The image displays a musical score for a hexacord, titled "Hexacorde 2) Estrela 01-10". The score is presented on ten staves, each containing a series of six chords. The chords are arranged in a sequence that follows a specific serial pattern, with each chord containing six notes. The notes are represented by black dots on the staff lines, and the chords are connected by a series of vertical lines. The score is written in a standard musical notation style, with a treble clef and a key signature of one sharp (F#). The chords are arranged in a sequence that follows a specific serial pattern, with each chord containing six notes. The notes are represented by black dots on the staff lines, and the chords are connected by a series of vertical lines. The score is written in a standard musical notation style, with a treble clef and a key signature of one sharp (F#).

Hexacorde 2) Estrela 11-20:

The image displays a musical score for a hexacord, consisting of ten staves of musical notation. Each staff begins with a treble clef and a key signature of one flat (B-flat). The notation is organized into six measures across the ten staves. The notes are grouped into chords, with various accidentals (sharps, flats, and naturals) indicating specific pitch classes. The overall structure is a serial composition of a hexacord, where the six notes of the hexacord are permuted across the staves in a specific order.

Hexacorde 2) Estrela 21-30:

The image displays a musical score for a hexacord, labeled "Hexacorde 2) Estrela 21-30". The score is presented on ten staves, each containing a series of six chords. The chords are arranged in a sequence that follows a specific serial pattern, with each chord containing six notes. The notes are represented by black dots on the staff lines, and the chords are connected by a series of accidentals (sharps, flats, and naturals) that indicate the pitch relationships between the notes. The overall structure is a 10x6 grid of notes, with each row representing a chord and each column representing a note within that chord. The accidentals are placed between the notes to show the intervallic relationships, creating a complex, non-repeating sequence of pitches across the entire score.

Hexacorde 3) Estrela 01-10:

The image displays a musical score for a hexacord, titled "Hexacorde 3) Estrela 01-10". The score is presented on ten staves, each containing a series of notes and accidentals. The notation is complex, featuring various accidentals (sharps, flats, and naturals) and note groupings (beams and slurs) across the staves. The overall structure suggests a serial composition, likely based on a hexacord. The staves are arranged vertically, and the notation is consistent across all staves, indicating a single melodic line or a specific voice part. The notes are primarily eighth and sixteenth notes, with some rests and accidentals. The accidentals are placed on the notes, and some are placed on the lines or spaces between notes. The notation is clear and legible, with a focus on the specific intervals and accidentals used in the hexacord.

Hexacorde 3) Estrela 11-19:

The image displays a musical score for a hexacord, titled "Hexacorde 3) Estrela 11-19". The score is presented on ten staves, each containing a series of chords. The chords are organized into two groups of five staves each. The first group (staves 1-5) begins with a key signature of one sharp (F#) and a common time signature (C). The second group (staves 6-10) begins with a key signature of one flat (Bb) and a common time signature (C). Each staff contains a sequence of chords, with some chords featuring accidentals (sharps and flats) and some notes beamed together. The overall structure is a serial composition of chords.

Hexacorde 4) Estrela 01-05:

The image displays a musical score for a hexacord, consisting of five staves. Each staff begins with a treble clef and a key signature of one flat (B-flat). The score is organized into six measures, with each measure containing a single chord. The chords are as follows:

- Measure 1: A major triad (A4, C5, E5).
- Measure 2: A major triad (A4, C5, E5).
- Measure 3: A major triad (A4, C5, E5).
- Measure 4: A major triad (A4, C5, E5).
- Measure 5: A major triad (A4, C5, E5).
- Measure 6: A major triad (A4, C5, E5).

The chords are written in a way that shows their internal structure, with notes placed on the staff lines and stems. The overall structure is a simple, repetitive harmonic sequence.

APÊNDICE 4

GEOMETRIA SERIAL

CD:

1. Vídeo: MBA Short Programme
2. Suporte Informático

