



# **Universidade Católica Portuguesa**

## **Centro Regional de Braga**

### **Ensinar a Pensar como Metodologia em Geometria Descritiva**

RELATÓRIO DE ESTÁGIO APRESENTADO À  
UNIVERSIDADE CATÓLICA PORTUGUESA PARA  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM **ENSINO DE ARTES  
VISUAIS NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E NO ENSINO  
SECUNDÁRIO.**

**Filipa Isabel Alves Moreira Fernandes**



FACULDADE DE FILOSOFIA  
MARÇO 2013



# **Universidade Católica Portuguesa**

## **Centro Regional de Braga**

### **Ensinar a Pensar como Metodologia em Geometria Descritiva**

RELATÓRIO DE ESTÁGIO APRESENTADO À  
UNIVERSIDADE CATÓLICA PORTUGUESA PARA  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM **ENSINO DE  
ARTES VISUAIS NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E NO  
ENSINO SECUNDÁRIO.**

Local de Estágio:  
**Escola Artística de Soares dos Reis**

**Filipa Isabel Alves Moreira Fernandes**

Sob a Orientação de  
Prof. Doutor **José Henrique Silveira de Brito**  
Supervisão de  
Prof.<sup>a</sup> Doutora **Ana Sofia Guimarães Thenaisie  
Coelho**



FACULDADE DE FILOSOFIA  
MARÇO 2013

Este relatório está escrito conforme as regras previstas pelo Novo Acordo Ortográfico.

## **Resumo**

*Ensinar a Pensar* é um tema que tem vindo a suscitar muito interesse na área da educação e são vários os investigadores que apelam à sua aplicação como forma de promover a autonomia, a autoestima e o raciocínio dos alunos.

Muitos alunos apresentam dificuldades de aprendizagem porque simplesmente memorizam, tentam reproduzir as fórmulas que lhes foram transmitidas ou as respostas que lhes foram reveladas, como se de máquinas ou de computadores se tratassem, condicionando a capacidade de relacionar conceitos e articular conteúdos ou aplicar conteúdos a novas situações.

Na área da Geometria Descritiva, o problema explanado tem vindo a repercutir-se nos resultados negativos obtidos nos últimos anos. Defendemos, por isso, que, não obstante alguns obstáculos com que o professor se confronta, este deverá desenvolver uma metodologia que privilegie um ensino pela descoberta, centrada no aluno. Este deverá sentir-se confiante e motivado para resolver um problema, apresentando hipóteses de resposta, sob a forma de tentativas-erro até encontrar a solução correta através da intuição e da dedução.

Foi esta a metodologia adotada no Estágio Pedagógico que está subjacente à realização deste relatório e no qual se pretendeu aferir a sua eficácia junto de uma turma de 12º ano.

## **Palavras chave:**

Artes Visuais; Geometria Descritiva; construtivismo; pensamento geométrico.

## **Abstract**

*Teaching to think* is a topic that is growing in education and several researchers appeal to its use as a mean to promote student's autonomy, self-esteem and thought.

Many students show learning disabilities because they simply memorise and reproduce the formulas they were conveyed, as if they were machines or computers, limiting the ability to relate concepts, articulate contents or apply them to new situations.

In Descriptive Geometry, the presented issue is perceived by the negative results throughout the past years. Therefore, despite some obstacles teachers might encounter, we stand for a methodology that favours teaching by discovery, centred on the student. The learner should feel confident and motivated to solve a problem, presenting hypothetical responses as trial and error until the correct solution is found through intuition and deduction.

This was the methodology adopted in the Teacher Training that underlies the production of this report and which was intended to gauge its effectiveness with a 12<sup>th</sup> form group.

### **Key words:**

Visual Arts; Descriptive Geometry; constructivism; geometrical thinking.

## Índice

<b>1.</b>	Introdução.....	6
<b>2.</b>	Fundamentação Teórica.....	8
2.1	O ensino das Artes Visuais na atualidade.....	8
2.2	O papel do professor.....	12
2.3	Desenvolvimento cognitivo.....	15
2.4	Pensamento geométrico.....	17
2.4.1	Perceção visual/ Visualização.....	18
2.4.2	Intuição e Dedução.....	20
2.5	O uso de software no ensino da geometria.....	22
<b>3.</b>	Prática Pedagógica.....	24
3.1	Objetivos.....	24
3.2	Caracterização do campo de estudo.....	24
3.2.1	Caracterização da Escola Cooperante.....	24
3.2.2	Caracterização da turma.....	26
3.3	Instrumentos de recolha de dados.....	27
3.3.1	Conteúdos programáticos abordados em Educação Visual.....	27
3.3.2	Pensamento geométrico da turma.....	29
3.4	Metodologia aplicada nas aulas dinamizadas.....	31
3.5	A funcionalidade do software.....	33
<b>4.</b>	Conclusão.....	37
<b>5.</b>	Bibliografia.....	39
<b>6.</b>	Índice de Anexos.....	42

## 1. Introdução

Este relatório pretende, essencialmente, informar, descrever e comentar criticamente a atividade docente na sequência do Mestrado em Ensino de Artes Visuais, favorecendo uma autorreflexão e avaliação, útil e indispensável no final de qualquer percurso. Procuraremos, portanto, pautar a análise pelo rigor, objetividade e transparência de forma a dar conta da real dimensão daquilo que envolveu os processos de aprendizagem e de ensino ao longo destes dois últimos anos letivos, os quais se afiguraram como verdadeiros lugares de aprendizagem, de enriquecimento profissional e pessoal e de partilha de saberes. O trabalho não pretende, por isso, validar ou refutar qualquer teoria científica ou expor um novo modelo de intervenção pedagógico, mas antes apresentar as reflexões e conclusões suscitadas pelo percurso de descoberta traçado.

Começaremos este trabalho com a fundamentação teórica do tema *Ensinar a Pensar como Metodologia em Geometria Descritiva*, disciplina específica lecionada no ensino secundário, no Curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias e no Curso Científico-Humanístico de Artes Visuais, a qual justifica as opções tomadas no decurso da prática pedagógica, ao mesmo tempo que problematiza vários fatores relacionados com o ensino das Artes Visuais que podem condicionar ou promover o sucesso do mesmo.

A docência de Geometria Descritiva implica, necessariamente, o domínio do programa da disciplina, uma escolha rigorosa e ponderada de métodos e estratégias adequadas aos conteúdos, à individualidade de cada aluno e à identidade de cada turma, a consciencialização do papel do professor, bem como o diagnóstico do desenvolvimento cognitivo e do pensamento geométrico dos seus alunos.

Esta disciplina tem um alcance formativo amplo e transversal e os seus resultados negativos (nos exames nacionais de 2011, as médias finais foram de noventa e um e de oitenta e cinco, na primeira e segunda fases, respetivamente; em 2012, as médias nacionais foram de noventa e de oitenta e nove, na primeira e segunda fases, respetivamente (JNE, 2012: 1)) não podem ser encarados isoladamente, mas reflexo, muitas vezes, de lacunas na aquisição de competências ao longo da escolaridade básica e de falhas na interdisciplinaridade, que conduzem a dificuldades de relação, aplicação e compreensão, e, conseqüentemente, à mera mecanização e memorização de

fórmulas. Qual deverá ser, portanto, o papel do aluno no processo de ensino-aprendizagem, independentemente das suas capacidades, fragilidades ou dificuldades?

Terminaremos com a descrição de metodologias pedagógicas promotoras do pensamento geométrico e aplicadas durante o estágio, contextualizando-as na escola cooperante e na turma de estudo, concluindo-se com uma reflexão global sobre esta temática.



## **2. Fundamentação Teórica**

### **2.1 O ensino das Artes Visuais na atualidade**

Os baixos resultados registados nos Exames Nacionais nos últimos anos ultrapassam o âmbito específico do ensino da disciplina de Geometria Descritiva A no ensino secundário, refletindo, igualmente, a sua aplicação no domínio das disciplinas de Matemática e Educação Visual, nos 2.º e 3.º Ciclos do Ensino Básico (CEB), bem como as mudanças que têm vindo a ser implementadas ao nível do ensino em geral. Impõe-se a pergunta: Será que o problema reside no ensino da Geometria Descritiva ou no que antecede ao ensino secundário? Porquê? De que forma?

O Ensino Básico, muito particularmente ao nível do 3.º ciclo, e o Ensino Secundário não podem constituir subsistemas independentes. É reconhecida a necessidade de promover uma articulação entre programas de várias disciplinas (...) e garantir que os percursos dos alunos do Ensino Secundário correspondam melhor aos seus interesses, conhecimentos e capacidades. (DES, 1998: 77)

Uma das temáticas abordadas por Jean Piaget está relacionada, exatamente, com a organização do currículo escolar. Segundo Piaget, na expressão clara de Luísa Morgado, era fundamental que o sistema de ensino garantisse um desenvolvimento gradual de competências dos seus alunos, preparando-os, assim, para a transição entre os diversos níveis de ensino, sem fossos ou lacunas. Aliás, defende ainda, relativamente ao ensino secundário, embora os diferentes programas disciplinares reiterem a mesma ideia já desde o ensino básico,

a necessidade de se caminhar no sentido da interdisciplinaridade, destruindo progressivamente as barreiras, muitas vezes artificialmente criadas, entre as disciplinas permitindo aos alunos múltiplas combinações entre diferentes áreas do saber. (MORGADO, 2005:29)

A metodologia predominantemente teórica/ expositiva privilegiada no âmbito dos conteúdos da geometria no ensino da Matemática (recorrendo mais a definições do que a demonstrações), a sua abordagem intuitiva em Educação Visual e a falta de interdisciplinaridade entre ambas condicionam a aquisição e o desenvolvimento das competências relacionadas com o pensamento geométrico, consideradas essenciais para a aprendizagem da Geometria Descritiva no ensino secundário.

Segundo Eduardo Veloso, foram várias as gerações de alunos que

atravessaram o ensino de Matemática tendo como únicos contactos com a geometria elementar o teorema de Pitágoras e algumas fórmulas para o cálculo de áreas e volumes (...) A ausência de uma base experimental de visualização e de trabalho com modelos tridimensionais tornava em geral seco e estéril o estudo formal da álgebra linear em  $\mathbb{R}^n$ , da geometria diferencial ou da topologia, (VELOSO, 1998: 23)

o que prova a urgência de um trabalho aproximado e interdisciplinar entre ambas as áreas desde o início da escolaridade. Por outro lado,

as atividades interessantes de geometria – como as construções geométricas – foram a certa altura transferidas para a Educação Visual, onde são encaradas naturalmente sem qualquer perspectiva matemática, pelos respetivos professores, e sem que em geral exista qualquer trabalho interdisciplinar com a Matemática. (VELOSO, 1998: 23)

Esta articulação entre a Matemática e a Geometria Descritiva é, desde logo, comprovada pelo programa desta última disciplina, o qual “é composto por um módulo inicial que contempla conteúdos essenciais de Geometria Euclidiana do Espaço extraídos do Programa de Matemática do 3º ciclo do Ensino Básico.” (DES, 2001: 6)

Além disso, o programa de Educação Visual apresenta um problema no que respeita à distribuição e livre gestão dos conteúdos a lecionar ao longo do 3.º CEB. A abordagem da geometria espacial pode ser feita no 8.º ou no 9.º anos de escolaridade, mas como a disciplina foi opcional até ao ano letivo 2011/2012, no 9.º ano muitos foram os alunos que não adquiriram as devidas competências, quando o professor que tiveram no 8.º ano decidiu abordar este conteúdo apenas no 9.º ano. Ou simplesmente não deram este conteúdo, o que irá pôr em causa a aquisição de pré-requisitos essenciais na entrada do ensino secundário, por exemplo, ao nível do estudo do sistema de representação axonométrico, o qual, no 3º CEB, deverá merecer “apenas uma abordagem pertencente ao domínio do Desenho Técnico aliada à representação de formas bastante simples, predominantemente paralelepípedicas” (DES, 2001: 3), para depois se aprofundar e desenvolver no ensino secundário, onde “interessa agora fazer a desmontagem do sistema, conhecer os seus princípios e entender o seu funcionamento.” (DES, 2001: 3)

Parte deste problema parece ter sido resolvido com a Revisão da Estrutura Curricular apresentada pelo Ministério da Educação e Ciência, em 2011, em que Educação Visual passou a ser uma disciplina obrigatória no 9.º ano, sofrendo, no entanto, uma redução de 45 minutos por semana, visto não ser considerada uma

disciplina essencial para a conclusão do ciclo. De qualquer forma, o problema da flexibilidade do currículo mantém-se, persistindo a possibilidade de alguns conteúdos serem esquecidos ou simplesmente ignorados, tal como permanece “a época da hierarquia das disciplinas”, pelo que a “maioria dos alunos nunca chega a explorar o alcance das suas capacidades e interesses.” (ROBINSON & ARONICA, 2011: 28) Em Portugal, e tal como defende Ken Robinson,

existe uma preocupação com determinados tipos de competências académicas. São importantes mas tendem a centrar-se em certos tipos de análise crítica e raciocínio, nomeadamente em palavras e números. A inteligência humana não se reduz a elas. (ROBINSON & ARONICA, 2011: 25)

Além disso,

a educação é o sistema que deveria desenvolver as nossas capacidades naturais e tornar-nos capazes de nos afirmarmos no mundo. Em vez disso, está a asfixiar os talentos e as capacidades individuais de demasiados alunos e a destruir a sua vontade de aprender. (ROBINSON & ARONICA, 2011: 25)

A Revisão da Estrutura Curricular veio também introduzir mudanças ao nível do 2.º CEB, dividindo a disciplina de Educação Visual e Tecnológica em Educação Visual e Educação Tecnológica, cada uma sob a responsabilidade de um único professor. Se, por um lado, essa individualização afigura-se como promotora de cada uma das duas áreas, por outro lado, veio dificultar o trabalho em sala de aula, tendo em conta que os alunos revelam ainda pouca autonomia na execução de trabalhos eminentemente práticos, solicitando constantemente o apoio do professor. Se pensarmos que as alterações impuseram igualmente um acréscimo de número de alunos por turma, esta decisão revelar-se-á particularmente negativa e incoerente sob o ponto de vista da qualidade e do rigor do ensino ministrado.

Ao nível da disciplina de Geometria Descritiva A, lecionada durante dois anos consecutivos no ensino secundário, refira-se a extensão do programa curricular, que tem obstado à consolidação de todos os conteúdos lecionados, não se atribuindo aos alunos o tempo necessário para a sua efetiva aquisição e aplicação, de forma a construírem o seu próprio conhecimento.

A excessiva extensão dos programas constitui o ponto crítico referido com mais frequência por quase todos os professores. (...) Surge como principal responsável pela sobrecarga dos estudantes e pelo insucesso escolar porque não permite que os professores utilizem metodologias ativas onde o aluno tenha um papel central, construindo o seu percurso de acordo com os seus ritmos de aprendizagem. (DES, 1998: 41)

O Programa revela-se ambicioso, por exemplo, na unidade programática *Processos Geométricos Auxiliares I e II*, lecionados, respetivamente, no 1.º e no 2.º anos da disciplina. Os três processos abordados nesta unidade têm a mesma finalidade, a de resolver problemas em que segmentos de reta e figuras planas não estão em verdadeira grandeza em nenhuma das duas projeções. Uma vez que todos têm o mesmo fim, seria mais vantajoso abordar apenas um dos processos. Como refere no programa da disciplina, “para a resolução deste tipo de problemas, [representação de Figuras Planas II e III] poderá salientar-se que o método dos rebatimentos é, em geral, o mais adequado” (DES, 2001: 25), e a maior parte dos alunos, se não todos, preferem recorrer a este. Refira-se, aliás, que esta proposta é uma estratégia há muito adotada pela reconhecida Escola Artística de Soares dos Reis. Aliás, consideramos que o estudo de determinadas unidades de aprendizagem de forma exaustiva e dispensável poderá causar, por um lado, um desgaste e, por outro lado, provocar desinteresse e desmotivação.

Podemos concordar que, se não houvesse exame nacional à disciplina, os professores não se preocupavam apenas em transmitir, simplesmente, os conhecimentos aos alunos, fazendo cumprir o programa na sua totalidade, mas sim fazer com que estes tivessem a oportunidade de explorar os conteúdos lecionados, compreendendo-os acima de tudo, de forma a conseguirem resolver e adaptar-se a novos desafios. Ou seja, e tal como defendem Pedro Rosário e Leandro Almeida, “tempos reduzidos para a sequência dos conteúdos curriculares tendem a favorecer um ensino transmissivo por parte do professor e uma abordagem superficial na aprendizagem por parte dos alunos” (ROSÁRIO & ALMEIDA 2005), passando-se, deste modo, “por vezes demasiado rápido, do nível qualitativo e concreto-manipulativo para o nível quantitativo e abstrato ou, dito de outro modo, da experimentação à construção da lei.” (MORGADO, 2005: 34)

Há que considerar, no entanto, que, não obstante as contrapartidas que os exames nacionais implicam ao nível das exigências de gestão do tempo, estes se afiguram necessários e importantes como método de certificação e credibilização do sistema de ensino.

Com este panorama, como é que os alunos vão ser capazes de adquirir as competências inerentes à disciplina? Não é de estranhar que tenham dificuldades. É emergente a aplicação de um novo modelo no ensino das Artes Visuais.

O programa da disciplina poderia ser, por isso, distribuído pelos três anos do ensino secundário, ou simplesmente reduzido se se mantivesse uma disciplina bianual, que então, por uma questão de maturidade, e pela experiência que vão adquirindo noutras disciplinas de cariz prático, os alunos só deveriam iniciar, obrigatoriamente, no 11.º ano. Essa possível redução poderia, eventualmente, ser ajustada ao percurso desejado pelos discentes no ensino superior, visto que os conteúdos programáticos terão uma aplicabilidade mais imediata/ direta numa área do que noutras. Desta forma, criar-se-iam as condições para que o ensino secundário fizesse uma verdadeira e adequada articulação entre o ensino básico e o ensino superior, preparando quer os jovens que pretendam prosseguir estudos quer os alunos que desejem ingressar no mundo do trabalho.

Como forma de remediar a situação descrita e numa tentativa de minimizar os problemas detetados e já referidos ao nível do ensino de Geometria Descritiva, promovendo, ao mesmo tempo, uma ponte mais sólida entre o ensino secundário e o ensino superior, a APROGED (Associação dos Professores de Desenho e Geometria Descritiva), propôs ao Ministério da Educação e Ciência a criação de uma disciplina anual de opção para o 12.º ano de escolaridade, com a designação de Geometria Aplicada. A Direção da APROGED defende que esta disciplina deve seguir uma

metodologia de resolução de problemas e o desenvolvimento das capacidades cognitivas dos alunos: iniciando-se pela exploração de conceitos de geometria espacial e dos vários sistemas de representação (incluindo os não abordados na disciplina de Geometria Descritiva A), a disciplina exploraria o Desenho numa perspetiva holística e culminaria, numa fase posterior, com a exploração de software específico de geometria dinâmica e de modelação 3D, constituindo, em última análise, um desenvolvimento integrador dos conteúdos abordados pelas disciplinas de Tecnologias de Informação e Comunicação, Matemática, Desenho e Geometria Descritiva A. (APROGED, 2012)

## **2.2 O papel do professor**

Os responsáveis pelo ensino, os professores, são os primeiros a apontar as causas que justificam o baixo aproveitamento à sua disciplina, afastando-se, consciente ou

inconscientemente, desse problema. Referem o elevado número de alunos numa turma, a má preparação dos mesmos quando chegam ao ensino secundário e a extensão do programa, tal como explanado anteriormente, mas nunca se questionam sobre a sua responsabilidade neste processo. Afinal não nos podemos alhear do facto de o professor ser

um símbolo pessoal imediato do processo educacional, uma figura com quem os alunos se podem identificar e comparar. [Aliás] quem não recorda o impacto de um ou outro professor, como entusiasta, defensor de um ponto de vista ou disciplinador, cujo ardor vinha do amor pela disciplina, um espírito divertido mas sério? (BRUNER, 1998: 93-94)

Terá o docente consciência dos seus deveres profissionais e do seu papel no decorrer da sua atividade profissional? Saberá os princípios pelos quais deve reger a sua prática pedagógica? Que papel deverá atribuir ao aluno? São várias as questões que o professor deverá ter em conta enquanto responsável por um processo que visa o desenvolvimento das competências dos seus discentes.

Será que os professores se têm adaptado às exigências de um mundo atual, global e cada vez mais competitivo e se têm afastado, portanto, do sistema de ensino em que se formaram, preocupando-se, pelo contrário, com a individualidade de cada aluno, com a identidade de cada turma, estimulando e valorizando o espírito crítico e empreendedor dos seus discentes? É emergente “o reconhecimento [por parte dos professores] de que existem hoje outras formas de ensinar e de aprender, assim como uma presença crescente das novas tecnologias de informação e comunicação na vida dos alunos” (ALMEIDA, 2005: 289), tendo estes autonomia para decidir, por sua conta e risco, os meios e estratégias para melhor atingir os objetivos. Nesta autonomia, o docente assume as responsabilidades para melhor exercer a sua atividade, dado que o ritmo de aprendizagem de cada aluno é diferente. Se o professor tem esta liberdade, desde que seja corretamente aplicada, isto é, fazendo um bom uso da autonomia profissional, sempre em função do que é melhor para o discente, os resultados finais poderão ser melhores. Pelo contrário, se esta autonomia não for bem aplicada, terá cometido um abuso e terá de prestar contas das suas decisões.

No caso da Geometria Descritiva é essencial ensinar a pensar visualmente, recorrendo ao uso dos modelos tridimensionais, tão recomendado no programa da disciplina. Apesar desta recomendação, ainda há professores que resistem à utilização

destes materiais na lecionação das suas aulas, pela sua inexistência nas escolas e/ou também por não os produzirem.

O professor não deve limitar-se a ser um mero transmissor do conhecimento, reduzindo a sua prática pedagógica à exposição dos conteúdos preconizados pelo Ministério da Educação e pelo Programa das suas disciplinas, pelo contrário, deve criar e proporcionar

as condições favoráveis a uma aprendizagem que mobilize os conhecimentos e experiências prévias dos alunos, que apele à descoberta, análise e resolução de problemas, um ensino que apele e desenvolva os interesses e as capacidades dos alunos. (ALMEIDA, 2005: 289)

Como defende Britt-Mari Barth,

reproduzir um saber não é a mesma coisa que construí-lo. Nesta ótica, a responsabilidade do professor é transmitir o saber de tal modo que esta construção pessoal seja possível. (...) O professor deveria ser um especialista da transmissão do saber tanto como do próprio saber. O que sabe o professor não é o mais importante; tão importante é também o modo como ajuda o aluno a «saber conhecer». (BARTH, 1996: 22-26)

Para que isso seja possível é importante que, em primeiro lugar, o professor seja alguém capaz de se adaptar às exigências do mundo atual e que se preocupe em aprofundar e atualizar a sua formação inicial, de forma a encontrar novas soluções/estratégias para os novos desafios propostos. De acordo com Navarro,

La buena formación inicial y permanente de los profesores no es una cuestión meramente «técnica» sino también profundamente ética, dado que no es posible proporcionar un buen servicio docente si se carece del saber enseñar, y en consecuencia se comete una irresponsabilidad, un daño objetivo y un mal moral cada vez que un profesor se pone a enseñar sin la debida formación y actualización. (NAVARRO 2010: 205)

Esta discussão prende-se com uma emergente reflexão sobre a formação inicial e contínua de professores. O Departamento de Ensino Secundário defende uma relação mais aprofundada e contínua entre as Universidades, os seus centros de investigação e as escolas secundárias, para que, por um lado, se minimizem as dificuldades que os jovens sentem em aplicar metodologias didáticas inovadoras nas escolas onde começam a lecionar, e, por outro lado, se evite a reprodução de métodos de ensino retrógrados e desajustados à realidade do ensino atual.

No entanto, devido à mobilidade e à situação precária dos professores, como adaptar estas novas exigências se todos os anos os professores têm de adaptar às especificidades de novos projetos educativos? Só a motivação e o gosto pela profissão docente consegue colmatar estas falhas e ultrapassar as dificuldades, sendo necessário

muito empenho, dedicação e ética. As circunstâncias que envolvem hoje o ensino não devem, de todo, justificar as falhas verificadas ao nível do processo de ensino-aprendizagem e a falta de motivação e empenho na preparação do mesmo.

### **2.3 Desenvolvimento cognitivo**

Como poderá o atual currículo de Geometria Descritiva tornar-se acessível à fase de desenvolvimento cognitivo em que se encontram os nossos alunos? Para responder a esta questão, é importante perceber como se estrutura o pensamento de uma criança, como em cada fase da sua vida percebe o mundo e age sobre ele.

O desenvolvimento cognitivo está relacionado com a maturação e a aprendizagem. “A maturação refere-se às mudanças que ocorrem natural e espontaneamente e que são, em grande parte, geneticamente programadas” (WOOLFOLK, 2000: 36), as quais ocorrem com o tempo e, de uma forma geral, não sofrem influências do ambiente. A aprendizagem está associada, por outro lado, à interação que se estabelece entre a criança e o seu ambiente social.

É consensual, entre os principais teóricos, que todas as crianças se desenvolvem a ritmos diferentes, de forma gradual e ordenada, mas há discordâncias no processo de desenvolvimento. Analisaremos, de seguida, a perspetiva geral de alguns dos mais conceituados autores construtivistas.

Da vasta obra de Jean Piaget faz parte a epistemologia do desenvolvimento psicológico. Esta é uma perspetiva genética, porque estuda o desenvolvimento do sujeito como ser individual, explicando como a criança estrutura o seu pensamento nas diferentes etapas do seu desenvolvimento. Na sua teoria operatória, Piaget

atribui um papel central à ação do sujeito que age sobre o real, em seguida às suas operações que são ações interiorizadas que lhe permitem operar mentalmente sobre o real concreto ou representado e, em seguida, sobre o mundo do abstrato. (TROADEC & MARTNOT, 2003: 55)

Piaget dividiu o desenvolvimento cognitivo em quatro estádios, sendo que todos relacionados com operações lógico-matemáticas. Os estádios são sequenciais, sendo que uma criança evolui de um estádio para o outro, desde o seu nascimento até à



adolescência, quando possui uma estrutura operatória desenvolvida que lhe permita avançar para a seguinte.

No estágio sensoriomotor, desde o nascimento da criança até, sensivelmente, aos dois anos, fase que antecede ao domínio da linguagem, esta realiza estruturas de desenvolvimento baseadas em construções perceptivas que captam impressões sensoriais, onde explora o movimento dos objetos e do corpo no espaço. Sendo estas as primeiras experiências com a realidade, servirão de apoio às estruturas de desenvolvimento que se seguem. Isto é, são decisivas para todo o seguimento da evolução psíquica.

No segundo estágio, pré-operatório, aproximadamente dos dois aos sete anos, a criança desenvolve o pensamento conceptual e a intuição, interiorizando aquilo que percebe. Aprende a “representar o mundo mentalmente, mas ainda não aprendeu a inter-relacionar essas representações de forma coerente. (...) Prisioneira da sua experiência perceptiva imediata, tende a tomar a aparência pela realidade.” (GLEITMAN, FRIDLUND & REISBERG, 2009: 750-752) É ainda nesta fase que a criança manifesta um pensamento egocêntrico. Na expressão clara de Bruner, Piaget considera que

a criança quase não consegue distinguir os seus objetivos dos meios que tem para os atingir e, quando tem de fazer correções à sua atividade, após tentativas frustradas de manipular a realidade, fá-lo por meio de regras intuitivas e não de operações simbólicas, sendo as primeiras de natureza grosseira de “tentativa e erro” e não resultado de um raciocínio. (BRUNER, 1998: 52)

No terceiro estágio, operações concretas, aproximadamente dos sete aos doze anos, fase em que inicia a escolaridade, a criança opera sobre o mundo real e apreende o que percebe, estruturando o seu pensamento para agir sobre o real ou representado. Isto é, desenvolve a capacidade de pensar logicamente mas ainda não de forma abstrata. De acordo com Piaget, e na perspectiva de Bruner,

a criança consegue estruturar as coisas que encontra, mas não tem ainda capacidade de tratar as possibilidades que não se lhe apresentam diretamente, ou ainda não experimentou. (...) Não controlam as operações para se aperceberem sistematicamente de todas as alternativas possíveis existentes num determinado momento. (BRUNER, 1998: 54)

No último estágio, das operações formais, depois de adquiridas as estruturas do estágio anterior, a criança é capaz de se distanciar do real e agir sobre construções imaginárias. Desenvolve o pensamento abstrato, tornando-se hipotético-dedutivo, e

é capaz de dar expressão formal ou axiomática às ideias concretas, que anteriormente guiavam a sua resolução de problemas, mas que não podiam ser descritas nem formalmente compreendidas. (BRUNER, 1998: 54)

Jérôme Bruner, ainda que reitere e concorde em parte com a teoria de desenvolvimento cognitivo de Piaget, defende, por outro lado, que a mesma não esclarece como a criança faz a passagem de um estágio para o outro, explicando apenas como se processa a estruturação do pensamento lógico sem o contextualizar no meio social e cultural.

Bruner defende que

o desenvolvimento intelectual da criança não é uma sequência regular e infalível de acontecimentos; reage também às influências do ambiente, sobretudo ao ambiente escolar. Assim, a aprendizagem de ideias científicas, mesmo a um nível elementar, não precisa de seguir exatamente o curso natural do desenvolvimento cognitivo da criança. Pode também conduzir o desenvolvimento intelectual, fornecendo-lhe oportunidades úteis, que a desafiem a avançar. A experiência mostrou que vale a pena apresentar-lhe problemas que a entusiasmam a transitar para um estágio de desenvolvimento mais avançado. (BRUNER, 1998: 55)

Embora as teorias destes autores estejam de acordo em relação à aprendizagem construtivista, para Piaget, a criança “aprende pela *ação*, é através da experiência com o objeto que constrói o seu saber”, para Bruner, a criança “constrói pela *interação social* (...) como uma transação, uma troca entre o educando e um membro da sua cultura mais experimentado.” (BARTH, 1996: 46)

## **2.4 Pensamento geométrico**

É possível *ensinar a pensar* uma disciplina em qualquer fase de desenvolvimento intelectual da criança, se o professor seguir uma metodologia acessível ao estágio em que cada aluno se encontra.

A tarefa de ensinar uma disciplina a um aluno de determinada idade consiste em representar a estrutura dessa disciplina, nos termos em que a criança vê as coisas. (...) Mais tarde estas primeiras representações poderão facilmente tornar-se mais fortes e precisas, em virtude dessa aprendizagem anterior. (BRUNER, 1998: 51)

Ainda que as capacidades cognitivas subjacentes ao ensino-aprendizagem de Geometria Descritiva pertençam ao estágio operatório-formal, no qual o pensamento se torna hipotético-dedutivo, a metodologia adotada na introdução de quaisquer conteúdos deve partir sempre de uma base experimental. A aprendizagem da abstração deve ser

proporcionada através da experiência do concreto, da realidade visualizada e manipulada. Neste sentido, entende-se que, no caso do ensino da Geometria Descritiva,

para que a aprendizagem da abstração seja favorecida, propõe-se que seja realizada em ligação ao concreto, através do recurso sistemático a modelos tridimensionais nos quais se torna possível simular, de forma visível e palpável, as situações espaciais que o aluno irá representar posteriormente na folha de papel. (DES, 2001: 4)

Ou seja, mesmo que o aluno se encontre no último estágio de desenvolvimento, o da abstração, deve iniciar um novo conteúdo através de atividades experimentais.

Como afirma Britt- Mari Barth,

para chegar a uma compreensão conceptual de um saber abstrato, é necessário apreendê-lo a partir de situações ou de ações múltiplas e variadas, permitindo, pela sua comparação, determinar o essencial num dado contexto. Isso não se faz automaticamente, e não basta estar atento ou ser «superdotado». É preciso ser acompanhado por um guia experimentado que saiba escolher as situações úteis e ajudar o educando a «ver» aquilo que, sozinho, não é capaz de ver. (BARTH, 1996: 23)

#### **2.4.1 Percepção visual/ Visualização**

A *visualização* é uma das palavras mais recorrentes quando entramos no domínio do ensino e da aprendizagem da Geometria Descritiva, mas o seu domínio ultrapassa o desta disciplina se pensarmos que vivemos numa sociedade em que os aspetos visuais se tornam cada vez mais predominantes.

A visualização implica outras competências para além da simples percepção visual. De acordo com Veloso, “aprender a ver” adquire-se “pela experiência seguida de reflexão” (VELOSO, 1998:131). Ou seja, as duas funções revelam-se inseparáveis mas existe uma hierarquização entre as duas. É a partir da percepção que podemos formular um raciocínio, mas torna-se impossível o contrário. Segundo Rudolph Arnheim,

a colaboração entre a percepção e o pensamento na cognição seria incompreensível se tal divisão existisse. [...] apenas devido ao facto da percepção ser utilizado pelo pensamento; e inversamente, sem a presença dos sentidos a mente não tem nada sobre que pensar. (VELOSO, 1998:126)

A percepção visual implica um *processamento de informação* complexo, começando “com a estimulação visual inicial que é transformada gradualmente num produto cognitivo final: a nossa percepção dos objetos no mundo,” (GLEITMAN, FRIDLUND & REISBERG, 2009: 301) sendo que o resultado obtido em cada fase é transformado na fase seguinte.

Antes de perceberem o objeto de estudo, os nossos alunos devem passar pelo processo de análise perceptiva, de forma a organizar aquilo que percebem, sob a forma de uma experiência coletiva. Aliás, Marjorie Senechal considera que

a maneira como as pessoas pensam visualmente varia de indivíduo para indivíduo, (...) o grau como as pessoas pensam visualmente está, como todas as outras características mensuráveis, distribuído pela população. Alguns indivíduos pensam mais visualmente do que outros. Um importante aspeto da visualização [a partir de modelos tridimensionais] é que ele permite desvanecer as diferenças entre as pessoas, ... a visualização não precisa mais de ser uma experiência solitária. (LOUREIRO, 1999:45)

A *memória* de imagens que os alunos vão construindo através de modelos e materiais manipuláveis com que vão trabalhando ao longo da escolaridade servirão de base às experiências de visualização progressivamente mais complexas.

*Olhar* não é, portanto, o mesmo que *ver*, daí que compreendamos o alcance de expressões como “estás a olhar mas não estás a ver” (VELOSO, 1998:130), de forma a distinguir uma atitude passiva de uma atividade da visão que pressupõe o uso da inteligência.

Aliás, como é possível pedir a um aluno para fazer uma abstração a partir do que não conhece? O aluno nunca irá imaginar aquilo que está a representar se nunca visualizou ou ainda não passou pela análise perceptiva do objeto de estudo.

Segundo Abreu Pessegueiro, no estudo da Dupla Projeção Ortogonal, sistema de representação lecionado durante quase toda a prática pedagógica desta disciplina, é fundamental que os alunos passem pela “experiência do visível”, isto é o conhecimento empírico das formas tridimensionais.” (PESSEGUIERO, 1997: 13)

Abreu Pessegueiro, em “Introdução ao Método Monge – Exemplo Prático”, explana como, a partir da observação de modelos tridimensionais, o aluno começa a visualizar o que vai representar.

Assim, pede a um aluno, que observe um dos lados do sólido e que o represente numa folha de papel. Intuitivamente, o aluno representa uma *vista* (superior), sem lhe ser pedido uma representação técnica do mesmo. A *vista* é o resultado da observação direta do sólido e de uma explicação gradual de conceitos.

A partir de um outro sólido, com uma das vistas igual à do anterior, o aluno conclui que uma vista não é suficiente para definir o sólido. Assim, o aluno deduz a necessidade de representar mais uma vista (frontal). Desta forma é explicada o porquê

da utilização da Dupla Projeção Ortogonal. O que entende por vistas começa agora a chamar-lhe projeções. É possível agora fazer uma análise comparada entre o objeto no espaço diédrico e as duas projeções que obteve. A partir do objeto, analisa a posição das faces, arestas e vértices e como estes se projetam nos planos de projeção. Começa a identificar os elementos que compõem o objeto como planos, retas e pontos.

É a transição progressiva da realidade empírica para a realidade inteligível que torna o aluno capaz de resolver novos problemas.

Abreu Pessegueiro defende “o afastamento gradual da experiência do visível, afastando-se da realidade empírica para poder construir outra realidade que é a do inteligível.” Por isso acredita

que o excesso de modelos tridimensionais e de perspectivas esquemáticas pode incapacitar o jovem a dar esse salto, sem o qual ele nunca se desligará do concreto, inibindo-o de conceptualizar e de criar de forma autónoma. (PESSEGUEIRO, 2001: 25)

Será que o recurso a modelos tridimensionais deverá ser feito apenas no início da leção da Dupla Projeção Ortogonal como sugere Abreu Pessegueiro? Será que todos os alunos conseguirão afastar-se do concreto? Não será necessário, no início de cada unidade temática, recorrer a modelos para familiarizar o aluno em relação aos conteúdos a serem abordados?

Também no programa da disciplina, é sugerido o recurso a modelos tridimensionais nas fases iniciais da aprendizagem e à medida que o aluno começa a desenvolver a visualização e capacidade de abstração deve fazer-se um afastamento do concreto, mas sempre que necessário, os modelos devem intervir na aprendizagem.

#### **2.4.2 Intuição e dedução**

Como nos tem sido possível concluir, o pensamento geométrico é desenvolvido através da promoção da capacidade de visualização em aulas em que o professor assume uma posição de constante questionamento de situações, provocando o aluno, dando-lhe espaço para a intuição e dedução. Ou seja,

fazendo apelo à intuição e à visualização e recorrendo (...) à manipulação de materiais, a geometria torna-se (...) propícia a um ensino fortemente baseado na realização de descobertas e na resolução de problemas, desde os níveis escolares mais elementares. (ABRANTES, 1999: 53)

Neste tipo de metodologia, o professor é o orientador e o aluno é uma espécie de ator de uma investigação, responsável por discutir, tomar decisões, testar respostas, de forma a construir e compreender o seu próprio conhecimento.

Hans Freudenthal salienta, na expressão clara de Eduardo Veloso, que há

a necessidade de dar *tempo e oportunidade ao aluno para organizar as suas experiências espaciais*; isto significa que não deve ser apresentada ao aluno uma organização preconcebida pelo professor (...) já toda completa, com todos os conceitos, definições e deduções. (VELOSO, 1998: 27)

O aluno deve ser levado a pensar intuitivamente e a deduzir conclusões com base nas orientações do professor. Para isso, para além de se transmitir ao aluno confiança e coragem, é necessário tempo para este se familiarizar com o tema ou com o objeto de estudo, de forma a “chegar a soluções de problemas que, através do pensamento analítico, não atingiria ou só atingiria com mais lentidão” (BRUNER, 1998: 69). O aluno chegará a uma resposta certa ou errada, baseando-se apenas numa percepção implícita, sem consciência do processo que a fundamenta, pelo que terá, posteriormente, de a testar com base em métodos mais formais, como as deduções e as induções. Ou seja, o pensamento intuitivo evolui da percepção que o indivíduo tem de um dado problema, muitas vezes sem perceber como chegou a uma resposta que poderá estar certa ou errada.

Uma pessoa que pensa intuitivamente pode (...) chegar às soluções corretas, mas também pode descobrir que errou, quando ele ou os outros as verificam. (...) pensar deste modo necessita de uma vontade para cometer erros honestos, na tentativa de resolver os problemas. (BRUNER, 1998: 74)

Sabemos, no entanto, que a tão apontada extensão do Programa da disciplina bem como a exigência dos exames nacionais tendem a desvalorizar ou a relegar para segundo plano o pensamento intuitivo em detrimento de um pensamento mais analítico. Além disso, o receio de cometer erros, pode inibir o desenvolvimento da intuição por parte dos alunos, que temem arriscar uma resposta, logo, quanto mais exigente é a situação com que o aluno se depara, a tendência será para se afastar deste pensamento.

Se o aluno considerar as consequências do erro demasiado graves e as do sucesso demasiado incertas, [usa] somente os processos analíticos, mesmo que estes não sejam apropriados.” (BRUNER, 1998: 74)

Independentemente de todos os contrangimentos e obstáculos, consideramos que os professores de Geometria deverão, sempre que possível, desenvolver estes dois tipos

de pensamento, o intuito e o analítico, uma vez que estarão a ensinar o aluno a pensar a disciplina, a compreendê-la, tornando-o competente na resolução de novos e diferentes problemas com que se depararão, afastando-se da excessiva preocupação em revelar as técnicas e demonstrações formais e privilegiando a descoberta das mesmas pelos alunos. Tal como defende Veloso,

a intuição e a dedução deverão estar presentes ao longo de toda a escolaridade. (...) não se deve considerar que o papel da intuição esteja reservado “para os primeiros anos” e o da dedução para os últimos (...) estas duas componentes deverão fazer parte da atividade dos alunos em todos os níveis de ensino. A componente experimental, embora deva apoiar-se na utilização de software, deve recorrer intensamente a outros materiais, como os manipuláveis, e isto não apenas nos tais “primeiros anos”. Em particular, o treino da visualização espacial não pode fazer-se de outra maneira, e deve ser permanente ao longo de toda a escolaridade. (VELOSO, 1999: 31)

## **2.5 O uso de *software* no ensino da geometria**

Com o desenvolvimento das tecnologias e dos meios de informação e comunicação, surgiram vários programas/ recursos informáticos que vieram revolucionar o ensino das várias áreas disciplinares, incluindo o da Geometria, apresentando-se como uma alternativa capaz de despertar a atenção dos alunos e motivá-los para a aprendizagem, indo ao encontro dos seus interesses, identificados com um mundo cada vez mais virtual e interativo. É importante ressaltar que o uso deste tipo de meios auxiliares de ensino-aprendizagem implica, como suposto, uma planificação prévia, cuidada e rigorosa dos conteúdos a abordar, prevendo-se a sua sequencialização e os objetivos a atingir.

A utilização destes recursos permite, para além de favorecer a diversificação das estratégias e métodos implementados e, consequentemente, diluir os eventuais momentos de monotonia que surgem em contexto de aula, otimizar a precisão e a capacidade de visualização do objeto de estudo, bem como manipular a construção do mesmo, como se poderá comprovar com os exemplos da prática pedagógica, apresentados no capítulo dedicado à mesma.

Os programas de geometria dinâmica, como *Geometer's Sketchpad*, *Cabri-Géomètre* e *GeoGebra*, revelam-se profícuos na resolução de exercícios, já que favorecem o acompanhamento sequencial das várias fases do mesmo por parte dos alunos, podendo ser revistos em casa pelos mesmos, quando disponibilizados em versão

java na internet. O desenho manual, no quadro tradicional, inviabiliza uma representação rigorosa e célere, já que é um processo bastante moroso.

Com a geometria dinâmica o foco está nas experiências que o aluno pode fazer sobre figuras, rigorosas, e nas conjecturas que pode fazer sobre os efeitos provocados por alterações sobre as figuras. (LOUREIRO, 1999: 44)

O próprio programa de Geometria Descritiva A promove a utilização deste tipo de recursos:

Também o recurso a *software* de geometria dinâmica pode (...) ser muito interessante e estimulante nas atividades de ensino-aprendizagem por permitir registar graficamente o movimento e, sobretudo, por facilitar a deteção, em tempo real, das invariantes dos objetos geométricos quando sujeitos a transformações, favorecendo, por conseguinte, a procura do que permanece constante no meio de tudo o que varia. (...) Por outro lado, a arquitetura destes programas de computador, favorece o desenvolvimento de um ensino-aprendizagem baseado na experimentação e na descoberta permitindo deduzir, a partir de indícios, as leis gerais que governam os problemas geométricos que vão sendo propostos. (DES, 2001: 4)

Os programas de modelação tridimensional, como o *3D Studio Max*, são uma boa alternativa às maquetas, uma vez que a projeção no quadro interativo destes modelos revela-se ser a forma mais eficaz de mostrar a uma turma numerosa o objeto de estudo. Não podemos, no entanto, descurar o uso das maquetas, pois são estas que permitem aos alunos explorarem os conteúdos através do manuseamento e manipulação do modelo. A propósito deste assunto, o programa propõe,

que seja realizada em ligação ao concreto, através do recurso sistemático a modelos tridimensionais nos quais se torna possível simular, de forma visível e palpável, as situações espaciais que o aluno irá representar posteriormente na folha de papel - após ter visto e compreendido - sem decorar apenas traçados, situação que, irremediavelmente, o impediria de resolver problemas mais complexos. (DES, 2001: 4)



### **3. Prática Pedagógica**

#### **3.1 Objetivos**

Este relatório pretende apresentar uma metodologia adequada ao nível de ensino que os alunos frequentam, apoiada nos exemplos anteriormente referidos e que promova a sua autonomia e a construção do seu próprio conhecimento. Para isso, revelar-se-á imprescindível caracterizar a escola e a turma de estudo, diagnosticando o seu nível de desenvolvimento do pensamento geométrico. Partir-se-á, desta forma, para metodologias assentes no questionamento e na resolução de problemas, em que o professor orientará o aluno na construção do conhecimento, tendo este um papel ativo na exploração de tentativas e na descoberta da resposta correta.

É também objetivo deste relatório que a metodologia aplicada responda às exigências do Ensino Superior e/ou do mundo de trabalho. Não se pretende apenas bons resultados nos momentos de avaliação, mas, acima de tudo, que o aluno consiga aplicar, a médio e a longo prazo, os conhecimentos adquiridos no Ensino Secundário, reconhecendo a sua utilidade e aplicabilidade na sua vida pessoal e/ou profissional.

Neste sentido, torna-se claro que não se pretende analisar e comparar resultados obtidos nos momentos de avaliação (testes e exame nacional), embora se faça referência a eles pontualmente, uma vez que são elementos objetivos que testam a capacidade que os alunos revelam na aplicação dos conteúdos abordados.

#### **3.2 Caracterização do campo de estudo**

##### **3.2.1 Caracterização da Escola Cooperante**

A escola onde decorreu o estudo foi a Escola Artística de Soares dos Reis (EASR), localizada na freguesia do Bonfim, na cidade do Porto.

Especialmente direcionada para o ensino secundário das artes visuais e audiovisuais, a EASR integra os cursos artísticos especializados de Design de Comunicação (especializações de Design Gráfico e Multimédia), de Design de Produto (especializações de Cerâmica, Equipamento, Joalharia e Têxteis), de Produção Artística (especializações de Cerâmica, Joalharia, Realização Plástica do Espetáculo e Têxteis) e de Comunicação Audiovisual (especializações de Vídeo, Fotografia e Multimédia), os

cursos profissionais de Técnico de Joalharia/Cravador e de Técnico de Design de Moda e os cursos de educação de formação de adultos de Técnico de Desenho Gráfico, Técnico de Joalharia/Cravador, Técnico de Multimédia, Técnico de Cerâmica Criativa e Técnico de Design de Moda. A disciplina de Modelação e Animação 3D constitui ainda uma oferta de escola do curso de Comunicação Audiovisual.

A conclusão do Ensino Secundário implica a obtenção de “aprovação em todas as disciplinas do respetivo curso, bem como aprovação na FCT (Formação em Contexto de Trabalho) e na PAA (Prova de Aptidão Artística)” (EASR, 2009-2012: 8), não necessitando de efetuar exames a nível nacional, exceto se pretenderem ingressar no Ensino Superior.

Nos últimos anos, e tendo em conta que o número de candidatos à frequência do ensino diurno na EASR ultrapassou a capacidade da escola, tem sido necessário recorrer aos critérios de seleção definidos no Despacho n.º 13 765/2004, de 8 de junho. Uma grande parte dos alunos/ candidatos revelam-se muito motivados pelo ensino artístico e apresentam como principal motivo da escolha da escola a sua elevada reputação no âmbito deste tipo de ensino.

Quanto ao contexto social, este reveste-se de alguma heterogeneidade/ assimetrias. Os alunos da escola são, maioritariamente, oriundos da grande área metropolitana do Porto, há, no entanto, jovens provenientes de distritos limítrofes e distantes desta cidade, e de famílias com níveis económicos e culturais variáveis, embora tendencialmente satisfatórios: “26,3% beneficiam de auxílios económicos da ação social escolar (12,1% integrados no escalão A e 14,22% no escalão B); 88,7% têm computador em casa e, destes, 69,5% dispõem de ligação à Internet”. (IGE, 2010: 3)

Relativamente ao desempenho dos alunos, e ainda que a taxa de sucesso escolar seja bastante positiva (cerca de 89%), há que considerar que

embora grande parte do universo destes alunos revele competências que se enquadram num curso artístico, constata-se que alguns, aliciados por um plano de estudos com menos disciplinas de cariz teórico e científico, optam por esta via de ensino, sem possuírem aptidões artísticas especiais. Outros há que, demonstrando competências artísticas elevadas, apresentam resultados menos positivos nas disciplinas teóricas da componente de formação geral. (EASR, 2009-2012: 8)

Independentemente das situações mencionadas, é significativa a taxa do número de alunos que se inscrevem, após a conclusão do ensino secundário, em instituições do ensino superior público ou privado.

### 3.2.2 Caracterização da turma

As estratégias de operacionalização e as medidas coadjuvantes ao processo de ensino-aprendizagem implementadas decorreram, logicamente, do perfil ostentado pelos discentes da turma, o que exigiu uma caracterização global do seu comportamento e aproveitamento à disciplina.

A turma de estudo para a Prática Pedagógica Supervisionada foi a turma 12°C1, do Curso de Design de Produto, composta por 20 alunos, 13 do género feminino e 7 do género masculino, com idades compreendidas entre os 17 e os 18 anos. No ano letivo transato, os alunos tiveram um bom aproveitamento à disciplina de Geometria Descritiva A, obtendo uma média de 14,4 valores e registando um único caso de desempenho negativo. São alunos na sua maioria autoregulados e empenhados, evidenciando um perfil de conhecimentos e competências satisfatório e ambicionando prosseguir estudos num curso de ensino superior.

É importante ressaltar que a disciplina que constitui o foco do nosso estudo (Geometria Descritiva) é lecionada apenas a partir do 11º ano de escolaridade, ao contrário do que acontece na maior parte das escolas nacionais, o que, de acordo com o já referido, constitui um avanço no desenvolvimento cognitivo, principalmente por esta turma ser do Curso de Design de Produto. As disciplinas ministradas no 10.º ano, de Desenho e de Projeto e Tecnologias, permitiu-lhes desenvolver competências que possivelmente não desenvolveram no 3.º CEB (como iremos verificar de seguida na tabela 4).

As tabelas 1, 2 e 3, a seguir apresentadas permitem-nos caracterizar o ambiente sociocultural dos alunos da turma em estudo, revelando-se indicadores relativamente ao responsável pela sua educação, o nível de formação e a situação profissional dos pais.

---

**Tabela 1** – Encarregados de Educação

Encarregados de Educação	Mãe	Pai	O próprio	Outro
	13	4	2	2

---

**Tabela 2 – Formação Académica dos Pais**

<b>Formação Académica</b>	<b>Mãe</b>	<b>Pai</b>
<b>Superior</b>	8	5
<b>Secundário</b>	4	3
<b>3.º CEB</b>	4	3
<b>2.º CEB</b>	2	5
<b>1.º CEB</b>	3	5

**Tabela 3 – Situação profissional dos Pais**

<b>Situação profissional</b>	<b>Mãe</b>	<b>Pai</b>
<b>Trabalhador(a) por conta de outrem</b>	15	10
<b>Trabalhador(a) por conta própria</b>	1	4
<b>Reformado(a)</b>	1	3
<b>Desempregado(a)</b>	4	4

### **3.3 Instrumentos de recolha de dados**

#### **3.3.1 Conteúdos programáticos abordados em Educação Visual**

A capacidade de visualização, que deveria ser treinada e desenvolvida ao longo do 3.º CEB em Educação Visual, é essencial para promover e facilitar a assimilação dos conteúdos abordados em Geometria Descritiva, indo ao encontro das conclusões registadas no âmbito da prática docente.

Na verdade, a experiência da prática pedagógica em anos transatos permite-nos relacionar as muitas dificuldades reveladas pelos alunos na aquisição e assimilação dos conteúdos abordados em Geometria Descritiva com as dificuldades diagnosticadas ao nível da capacidade de visualização. Assim, e com o intuito de diagnosticar esta relação, foi apresentada à turma de estudo uma tabela com um objeto representado nos vários sistemas com o objetivo de aferir os conteúdos abordados por estes no 3.º CEB (com os

quais se pretende treinar essa mesma capacidade de visualização), na disciplina de Educação Visual (anexo 1).

**Tabela 4** – Conteúdos programáticos de Educação Visual

Sistemas de representação	Nº de alunos que abordaram os conteúdos	%
Dupla projeção ortogonal	10	52,63
Método Europeu ou do cubo envolvente	8	42,10
Axonometria Isométrica	12	63,15
Axonometria Dimétrica	12	63,15
Axonometria Cavaleira	12	63,15
Axonometria Militar	6	31,57
Perspetiva Cónica ou Linear	3	15,78

Depois de analisar os resultados obtidos, constatou-se que também esta turma, não tinha explorado todos os conteúdos programáticos de geometria espacial em Educação Visual. Num universo de 19 alunos que responderam à questão, três não abordaram nenhum sistema de representação e cinco apenas exploraram os sistemas axonométricos.

Apesar desta falha na aquisição de competências, esta turma apresenta resultados satisfatórios nos momentos de avaliação pelos conhecimentos que assimilaram no ensino secundário. A experiência que as disciplinas de Desenho e de Projeto e Tecnologias lhes proporcionaram durante o 10.º ano de escolaridade foi, sem dúvida, fundamental para o seu desenvolvimento cognitivo e preparação para iniciar a disciplina de Geometria Descritiva A. A metodologia utilizada nesta disciplina, apoiada em modelos tridimensionais, é também fator determinante para os resultados satisfatórios apresentados nestes dois anos. As estratégias implementadas na Escola Cooperante permitem-nos concluir que, afinal, é possível ultrapassar as lacunas evidenciadas e as falhas registadas pelo sistema de ensino.

### 3.3.2 Pensamento geométrico da turma

Como estratégia de avaliação formativa, foi proposto à turma uma atividade com o objetivo de aferir o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos.

A proposta (anexo 2) consistiu em representarem tridimensionalmente seis sólidos, a partir de duas projeções, frontal e horizontal, o sistema de representação (Dupla Projeção Ortogonal) a que os alunos já estão tão habituados a utilizar, uma vez que foi explorado durante os dois anos de leção da disciplina. Apesar de já terem trabalhado neste sistema, os alunos têm como experiência representarem apenas sólidos simples. A proposta que lhes foi apresentada implicou uma maior atenção, por parte dos alunos, visto que as duas projeções fornecidas, ao contrário da representação de sólidos simples, possibilitavam várias hipóteses de resolução.

A apresentação deste novo problema a partir de um sistema de representação que já tinha sido explorado pelos alunos, pretendeu aferir a capacidade de raciocínio intuitivo.

Na tabela 5, são apresentados os resultados da resolução dos exercícios propostos aos 19 de 20 alunos presentes.

**Tabela 5** – Análise do pensamento geométrico da turma

Exercícios	Género feminino		Género masculino		Total	
	Nº de alunos	%	Nº de alunos	%	Nº de alunos	%
1	9 C	75	5 C	71,42	14 C	73,68
	3 INC	25	2 INC	28,58	5 INC	26,32
2	1 C	8,34	2 C	28,58	3 C	15,79
	11 INC	91,66	5 INC	71,42	16 INC	84,21
3	3 C	25	---	---	3 C	15,79
	9 INC	75	7 INC	100	16 INC	84,21
4	---	---	---	---	---	---
	12 INC	100	7 INC	100	19 INC	100

<b>5</b>	---	---	---	---	---	---
	12 INC	100	7 INC	100	19 INC	100
<b>6</b>	---	---	---	---	---	---
	12 INC	100	7 INC	100	19 INC	100
<b>Total</b>	13 C	18,05	7 C	16,67	20 C	17,55
	59 INC	81,94	35 INC	83,33	94 INC	82,45

**Legenda de abreviaturas:**

**C** – os alunos apresentaram uma solução correta;

**INC** – os alunos apresentaram uma solução incorreta ou não apresentaram qualquer solução.

Para a representação de uma única hipótese de um sólido, como os apresentados na proposta, na maior parte das situações, são necessárias três das suas vistas. Uma vez que só foram disponibilizadas duas projeções de cada sólido, as hipóteses de construção das formas eram várias, facto que criou muitas dúvidas aos alunos.

Os alunos apontaram como maior dificuldade para a resolução dos problemas, a inexistência de uma terceira projeção. Uma vista lateral, por exemplo, no exercício 2, teria desvendado a existência de uma rampa no sólido. A maioria dos alunos não colocou como hipótese a sua existência por não estar explícita em nenhuma das projeções facultadas.

Quase todos os alunos, em termos percentuais, 73,68%, apresentaram mais do que uma resposta correta no exercício 1, uma vez que parte das soluções resumia-se a um conjunto de cubos, mas poucos foram os que incluíam no objeto uma rampa.

Nenhum aluno foi capaz de apresentar uma solução correta para os exercícios 4, 5 e 6, embora quase todos registaram tentativas de encontrar uma solução. (anexo 3)

Os resultados obtidos não foram satisfatórios, uma vez que foram poucos os alunos que resolveram os exercícios propostos corretamente e mesmo esses não os resolveram na totalidade. É de referir que, apesar de ser uma turma que apresenta resultados satisfatórios nos momentos de avaliação, esta não apresenta um bom raciocínio intuitivo, capaz de resolver novas situações a partir de um sistema de representação que já dominam.

### 3.4 Metodologia aplicada nas aulas dinamizadas

Na disciplina de Geometria Descritiva exige-se que o aluno seja dotado de visualização, percepção no espaço e representação de formas reais ou imaginadas.

Supostamente, os alunos, no nível de ensino em que se encontram, segundo ano da disciplina, deveriam ter um pensamento geométrico mais desenvolvido, de forma a serem capazes de visualizar e pensar o objeto sem recurso a modelos tridimensionais.

Das doze aulas dinamizadas (anexo 4), a primeira, da unidade programática *Problemas Métricos – Distâncias*, mais especificamente, *Distância de um ponto a uma reta*, privilegiou um ensino-aprendizagem sem recurso a modelos tridimensionais (anexo 5), uma vez que para a compreensão desta unidade pressupõe-se a aplicação dos conhecimentos anteriormente adquiridos, através da unidade *Perpendicularidade*, aos quais os alunos obtiveram uma média de testes positiva, ainda que precária (10,68). Mais uma vez, os alunos não revelaram capacidade de resolver uma nova situação a partir dos conhecimentos que adquiriram na unidade programática anterior, apresentando muitas dificuldades na relação e aplicação dos conhecimentos adquiridos. Esta estratégia não se revelou, portanto, a mais adequada para os alunos em questão.

Para ultrapassar estas dificuldades demonstradas ao nível da abstração, na segunda aula dinamizada, organizados em grupos, os alunos puderam construir os seus conhecimentos a partir da experimentação, manuseando os modelos tridimensionais disponibilizados para a representação dos exercícios propostos (anexos 6, 7 e 8), indo ao encontro da teoria construtivista.

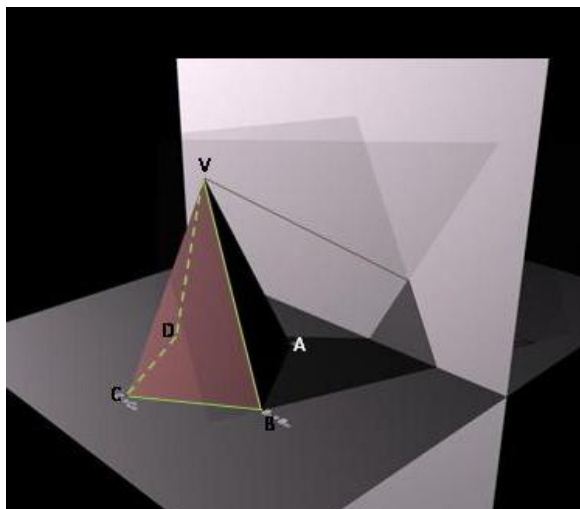
Esta metodologia foi, sem dúvida, a mais eficaz, uma vez que a maioria dos alunos respondeu positivamente, apresentando uma média de testes superior (13,19).

A metodologia aplicada até ao final da prática pedagógica seguiu as orientações do programa da disciplina, recorrendo ao uso dos modelos na fase inicial de cada conteúdo. Para exemplificar a metodologia utilizada, será apresentada de seguida uma aula dinamizada no segundo semestre, do conteúdo programático *Sombras*, mais concretamente, *Sombra própria e sombra projetada de pirâmides com bases horizontais, frontais e de perfil, nos planos de projeção*. (anexo 9)



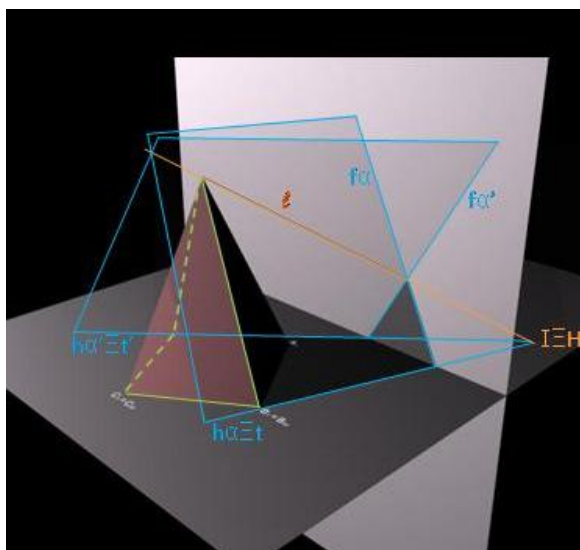
O recurso a modelos virtuais, em vez das maquetas, foi fundamental para que toda a turma conseguisse visualizar o problema em questão de qualquer ponto da sala.

A utilização de modelos tridimensionais foi essencial para os alunos reconhecerem visualmente a pirâmide localizada no espaço do primeiro diedro e as suas sombras própria e projetada nos planos de projeção (figura 1). A visualização do modelo é, sem dúvida, a primeira fase para a compreensão dos conteúdos a abordar.



**Figura 1**

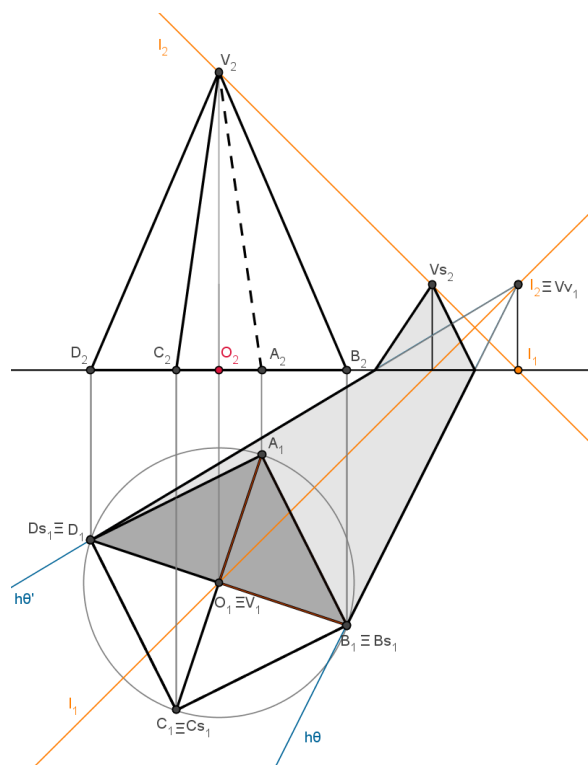
Assim foi analisado o processo, solicitando constantemente a participação dos alunos, para a determinação da linha separatriz luz/sombra da pirâmide. Sempre com o recurso ao modelo tridimensional apresentado, foi possível debater com os alunos o processo, de forma a todos poderem colocar as suas dúvidas sobre os passos que devem seguir para a determinação das sombras própria e projetada nos planos de projeção do sólido apresentado.



**Figura 2**

A proposta da resolução de um exercício permitiu aos alunos a representação, em dupla projeção ortogonal, da pirâmide anteriormente apresentada. A partir da projeção do exercício resolvido no *software* de geometria dinâmica, *GeoGebra*, os alunos puderam acompanhar sequencialmente a resolução do exercício.

De forma a poderem aplicar os conhecimentos adquiridos em futuros problemas similares ao apresentado, foi feita a síntese do exercício.



**Figura 3**

Para consolidação dos conteúdos, e assim poderem trabalhar a sua autonomia, foi proposto aos alunos a resolução de novos problemas, todos da mesma temática. (anexo 10)

Esta metodologia revelou-se ser a mais eficaz, uma vez que os alunos responderam positivamente nas aulas práticas de aplicação de conhecimentos adquiridos e nos momentos de avaliação (onde obtiveram uma média de 15,73).

### 3.5 A funcionalidade dos *softwares* no ensino da geometria

Durante a prática pedagógica, o recurso ao *software* de geometria dinâmica, *GeoGebra*, revelou-se profícuo, uma vez que possibilitou o acompanhamento, por parte dos alunos, na resolução sequencial dos problemas propostos. Permitiu também, nalguns casos, fazer alterações aos exercícios de forma a demonstrar e explorar novas situações. Antes de expor algumas situações analisadas em aula é relevante perceber o funcionamento deste *software* (*GeoGebra*).

Os elementos que compõem um exercício construído neste software assumem uma hierarquia definida por quem o constrói. Esta ordenação define-se à medida que se acrescentam os elementos. Vejamos o exemplo dado por Eduardo Veloso na construção de um exercício em programas similares, como o *Sketchpad* e *Cabri*:

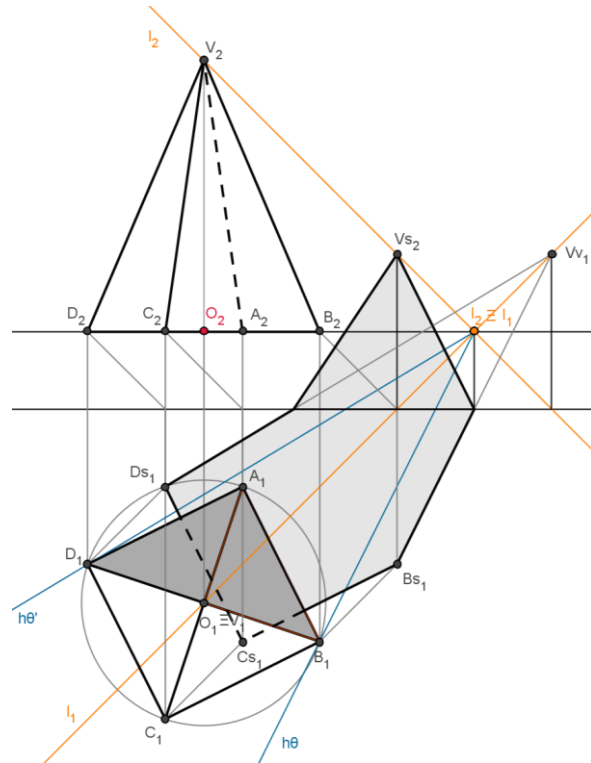
marcamos um ponto  $A$  no ecrã;  
traçamos uma reta  $r$ ;  
construímos a reta  $p$ , passando por  $A$  e perpendicular a  $r$ ;  
construímos o ponto  $B$ , interseção de  $r$  com  $p$ . (VELOSO 1998: 94)

A reta  $p$  só surge depois de existirem o ponto  $A$  e a reta  $r$ , assim como, o ponto  $B$ , o último a ser representado, surge da interseção das retas  $r$  e  $p$ .  $A$  e  $r$ , no software, são considerados elementos *livres* e  $p$  e  $B$  são *dependentes*. É assim definida uma hierarquia entre os elementos.

Depois do exercício construído, é possível fazer-se alterações ao mesmo, arrastando apenas os elementos *livres*, que se encontram no topo da hierarquia, como o ponto  $A$  e a reta  $r$ . Os elementos *dependentes*, sofrem também alterações mas mantendo as mesmas relações com os seus hierárquicos. No caso de se eliminar algum elemento, todos os que estão associados são também eliminados, por exemplo, se a reta  $p$  for eliminada, o ponto  $B$  (interseção das retas  $r$  e  $p$ ) também será eliminado.

Com base no exemplo anterior, a funcionalidade deste *software* revelou-se vantajosa na lecionação das aulas dinamizadas. Utilizando como exemplo o exercício do conteúdo programático *Sombras*, em concreto, *Sombra própria e sombra projetada de pirâmides com bases horizontais, frontais e de perfil, nos planos de projeção*, foi possível analisar a alteração da sombra projetada de uma pirâmide.

A pirâmide quadrangular regular apresentada na figura 4, foi contruída num plano horizontal com a possibilidade de alterar a altura da base até ao plano horizontal de projeção (figura 3), alterando a cota do ponto  $O$ , ou seja, arrastando  $O2$  (ponto *livre*).

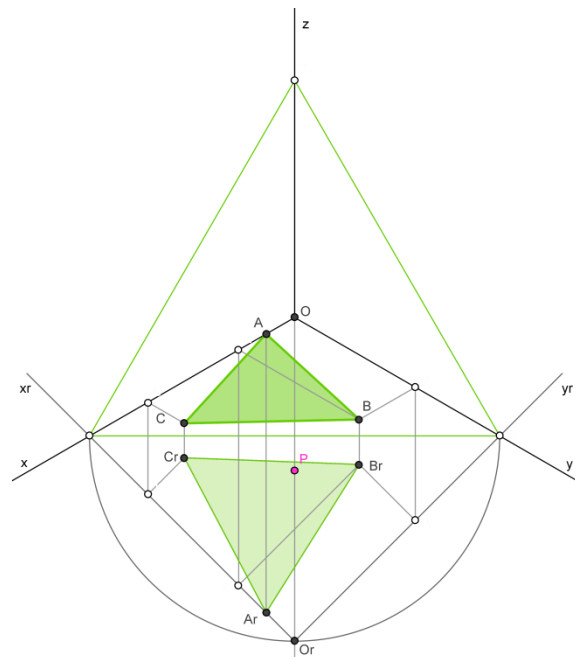


**Figura 4**

Este *software* permitiu também demonstrar, na lecionação do conteúdo programático Axonometrias Ortogonais, como o método dos cortes é mais vantajoso do que o simples rebatimento de um plano coordenado sobre o plano axonométrico para o exterior.

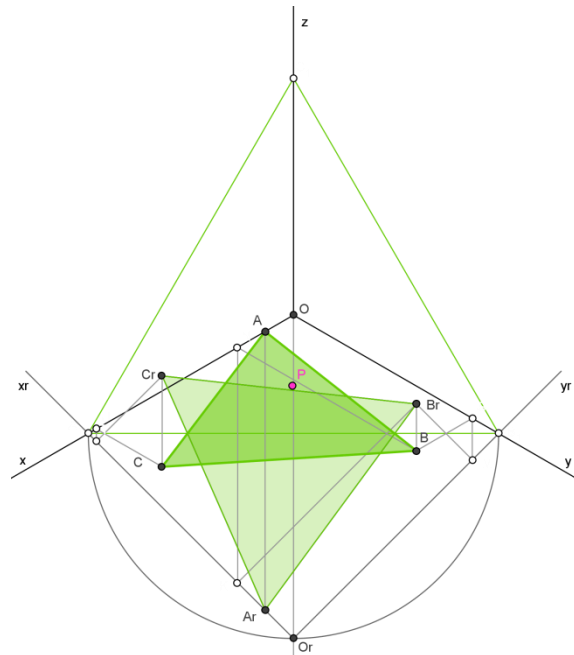
Na figura 6 está representado um triângulo equilátero numa axonometria ortogonal isométrica.

Para a sua construção foi utilizado o rebatimento do plano coordenado  $xy$  sobre o plano axonométrico para o exterior (figura 5). A utilização deste método pode ser prejudicial, quando o triângulo fundamental, fica mais pequeno em relação à figura a ser representada, e

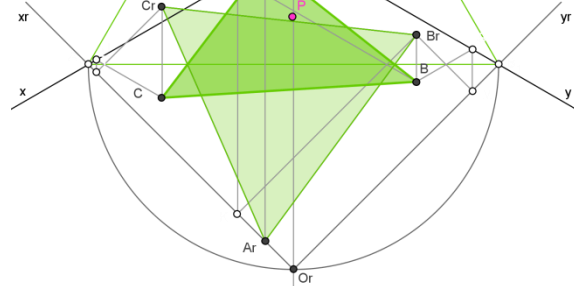


assim, haver uma sobreposição do triângulo equilátero em axonometria com o seu rebatimento, como podemos verificar na figura 6. Mesmo havendo uma sobreposição, o exercício continua a ser exequível, mas para os alunos, este novo problema poderá tornar-se complexo.

Foi possível demonstrar aos alunos esta desvantagem, arrastando o ponto *P*, ponto *livre*, que se encontrava no topo da hierarquia de toda a construção do exercício até se verificar a sua sobreposição.



**Figura 5**



**Figura 6**

Nota: as figuras 1 e 2 foram construídas a partir do programa *3d Studio Max*, e as 3, 4, 5 e 6, a partir do *GeoGebra*, especificamente para as aulas dinamizadas.

## 4. Conclusão

Com este trabalho facilmente concluímos que o ensino da Geometria Descritiva reveste-se de várias questões, sendo que o grau de complexidade a que lhe associamos se deve à organização curricular da disciplina, à falta de pré-requisitos (por lacunas acumuladas nos anos anteriores, sobretudo associadas às disciplinas de Matemática e Educação Visual) e aos professores. De facto, não podemos falar em Geometria Descritiva e nos resultados negativos obtidos sem refletir criticamente sobre os processos de ensino-aprendizagem que a mesma envolve, como disciplina ou como domínio trabalhado noutras áreas curriculares.

Se, por um lado, as primeiras questões se revelam alheias a nós, professores, outras há que estão relacionadas diretamente com a arte de que somos responsáveis diretos, sendo sobre essas que o nosso trabalho incidiu de forma mais particular.

Independentemente de todas os aspetos referidos, a caracterização da turma, a progressiva perceção das suas competências e dificuldades (sobretudo na aplicação de conhecimentos adquiridos em unidades anteriores) permitem-nos, tal como foi visível na turma de estudo, repensar a metodologia adotada ou a adotar no sentido de colmatar essas mesmas lacunas, sendo que a estratégia comum e subjacente a qualquer uma deverá ser, do nosso ponto de vista, ensinar o aluno a pensar, levá-lo a descobrir o próprio conhecimento através da experimentação, da tomada de decisões, da análise e manipulação de dados, da discussão de ideias, de tentativas-erro até encontrar a resposta correta para a resolução do problema. Desta forma, dotaremos os alunos das competências necessárias para se adaptar e resolver novos desafios.

O aluno não pode ser confundido com uma máquina, que reproduz fielmente as instruções dadas, os conhecimentos transmitidos, as fórmulas reveladas, sem os compreender, pois não conseguirá aplicá-los a problemas diferentes nem relacioná-los entre si.

O professor deve, por isso, criar oportunidades para que as aprendizagens sejam significativas para os alunos, propondo atividades relacionadas com situações do seu quotidiano, dando-lhes a oportunidade e tempo para pensar e refletir acerca dos seus procedimentos e para desenvolver a sua intuição, a dedução e o raciocínio, ao mesmo tempo que favorece e estimula a autoestima e o interesse pela disciplina. Neste contexto, *dar tempo* aos alunos para pensar não significa, de forma alguma, *perder*

*tempo* para os preparar para os exames. Há que definir prioridades e ponderar sobre as estratégias que se afiguram mais adequadas e ajustadas à concretização do objetivo da disciplina – propiciar o “desenvolvimento das capacidades de ver, perceber, organizar e catalogar o espaço envolvente” (DES, 2001: 3).

## 5. Bibliografia

ABRANTES, Paulo (1999). *Investigações em Geometria na Sala de Aula*, in *Ensino da Geometria no Virar do Milénio*, Eduardo Veloso, Helena Fonseca, João Pedro da Ponce & Paulo Abrantes (Org.). Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, pp. 51-62.

ALMEIDA, Leandro S. (2005). *Programas de Treino Cognitivo: Ajudar os Alunos a Aprender e a Pensar*, in *Psicologia da Educação: Temas de Desenvolvimento, Aprendizagem e Ensino*, G. Miranda & S. Bahia (Org.). Lisboa: Relógio d'Água Editores, pp. 288-310.

APROGED [Associação dos Professores de Desenho e Geometria Descritiva] (2012). *Parecer da Direção da Aproged sobre a Revisão da Estrutura Curricular Proposta pelo Ministério da Educação e Ciência*. Porto.

Recuperado em 7 de fevereiro de 2012, de <http://www.aproged.pt/Parecerrevisao2012.pdf>

BARTH, Britt-Mari (1996). *O Saber em Construção*. (Silvie Cnape, Trad.) Lisboa: Instituto Piaget, D. L.

BRUNER, Jerome (1998). *O Processo da Educação*. (Maria do Carmo Romão, Trad.). Coimbra: Edições 70, Lda. (Obra original publicada em 1960).

DES [Departamento do Ensino Secundário] (1998). *Reflexões de Escolas e de Professores: o Ensino Secundário em debate* (1.<sup>a</sup> edição). Lisboa: Edição Ministério da Educação.

DES [Departamento do Ensino Secundário] (2001). *Programa de Geometria Descritiva A – Curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias e Curso Científico-Humanístico de Artes Visuais*. Lisboa: Ministério da Educação.

Recuperado em 7 de fevereiro de 2012, de <http://www.aproged.pt/pdf/geometriaa.pdf>

EASR [Escola Artística de Soares dos Reis] (2009-2012). *Projeto Educativo*. Porto. Recuperado em 7 de fevereiro de 2012, de

[https://www.essr.net/docs/PEE\\_EASR\\_Aprov\\_Pub\\_Out2011.pdf](https://www.essr.net/docs/PEE_EASR_Aprov_Pub_Out2011.pdf)



GLEITMAN, Henry, FRIDLUND, Alan J. & REISBERG, Daniel (2009). *Psicologia*. (8.<sup>a</sup> edição). (Danilo R. Silva, Trad.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian. (Obra original publicada em 1999).

IGE [Inspeção Geral da Educação], (2010). *Avaliação Externa das Escolas: Escola Artística de Soares dos Reis*. Porto.

Recuperado em 7 de fevereiro de 2011, de

[http://www.ige.min-edu.pt/upload/ae\\_2010\\_drn/ae\\_10\\_ea\\_soares\\_dos\\_reis\\_r.pdf](http://www.ige.min-edu.pt/upload/ae_2010_drn/ae_10_ea_soares_dos_reis_r.pdf)

JNE [Júri Nacional de Exames] (2012). *EXAMES NACIONAIS DO ENSINO SECUNDÁRIO 2012. Resultados de Exames da 1ª Fase e da 2ª Fase, por disciplina*. Ministério da Educação e Ciência.

Recuperado em 19 de março de 2013, de

<http://www.dgidc.min-edu.pt/jurinacionalexames/index.php?s=directorio&pid=4>

LOUREIRO, Cristina (1999). *Computadores no Ensino da Geometria Descritiva*, in *Ensino da Geometria no Virar do Milénio*, Eduardo Veloso, Helena Fonseca, João Pedro da Ponce & Paulo Abrantes (Org.). Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, pp. 43-50.

MEC [Ministério da Educação e Ciência] (2011). *Revisão da Estrutura Curricular*. Lisboa.

Recuperado em 7 de fevereiro de 2012, de

[http://www.aproged.pt/revisao\\_estrutura\\_curricular.pdf](http://www.aproged.pt/revisao_estrutura_curricular.pdf)

MORGADO, Luísa (2005). *Jean Piaget: Um Pedagogo?*, in *Psicologia da Educação: Temas de Desenvolvimento, Aprendizagem e Ensino*, G. Miranda & S. Bahia (Org.). Lisboa: Relógio d'Água Editores, pp. 25-42.

MULLER, Maria João (2010). *Preparação para o Exame Nacional 2010. Geometria Descritiva A – 11.º ano*. Porto editora.

NAVARRO, Emilio Martinez (2010). *Ética profesional de los profesores*. Col.: Ética de las Profisiones. Bilbao: Desclée De Brouwer.

PESSEGUEIRO, Abreu (1997). *Introdução ao Método de Monge – Exemplo Prático*, in *Boletim da APROGED n.º 5*, pp. 12-16.

PESSEGUEIRO, Abreu (2001). *As Dificuldades da Geometria Descritiva*, in *Boletim da APROGED n.º 18*, pp. 21-26.

ROBINSON, Ken & ARONICA, Lou (2011). *O Elemento*. (2.º edição). (Ângelo dos Santos Pereira, Trad.). Porto: Porto Editora. (Obra original publicada em 2009).

ROSÁRIO, Pedro Sales Luís & ALMEIDA, Leandro S. (2005). *Leituras Construtivistas da Aprendizagem*, in *Psicologia da Educação: Temas de Desenvolvimento, Aprendizagem e Ensino*, G. Miranda & S. Bahia (Org.). Lisboa: Relógio d'Água Editores, pp. 141-165.

SOUSA, Carolina (2005). *A Teoria Sociocultural de Vygotsky*, in *Psicologia da Educação: Temas de Desenvolvimento, Aprendizagem e Ensino*, G. Miranda & S. Bahia (Org.). Lisboa: Relógio d'Água Editores, pp. 43-51.

TROADEC, Bertrand & MARTNOT, Clara (2003). *O Desenvolvimento Cognitivo. Teorias Atuais do Pensamento em Contextos*. (Maria João Batalha Reis, Trad.). Lisboa: Instituto Piaget.

VELOSO, Eduardo (1998). *Geometria. Temas Atuais. Materiais para Professores. Desenvolvimento Curricular no Ensino Secundário*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

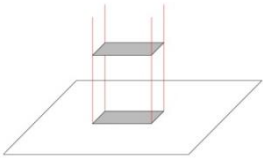
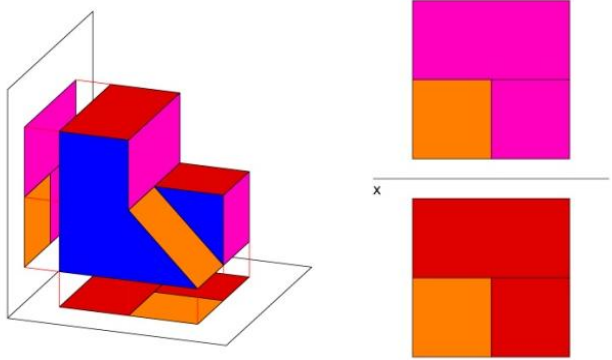
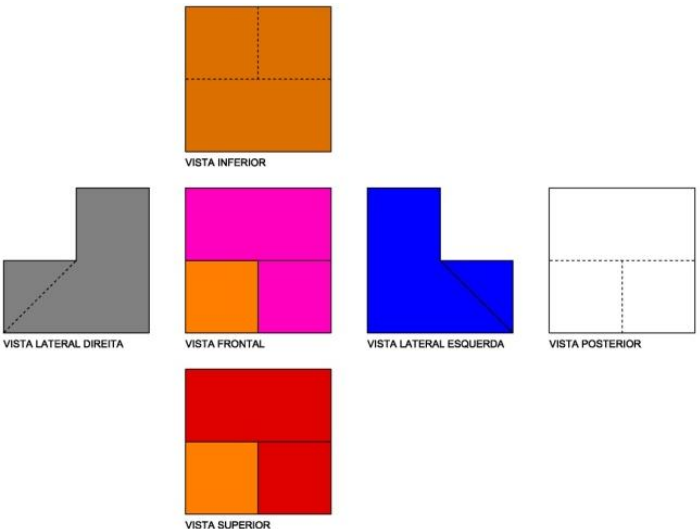
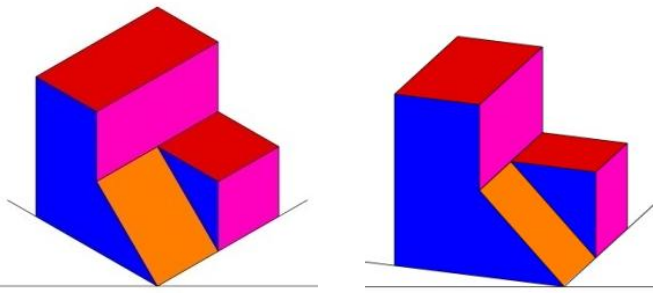
VELOSO, Eduardo (1999). *Ensino da Geometria: Ideias para um Futuro Melhor*, in *Ensino da Geometria no Virar do Milénio*, Eduardo Veloso, Helena Fonseca, João Pedro da Ponce & Paulo Abrantes (Org.). Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, pp. 17-32.

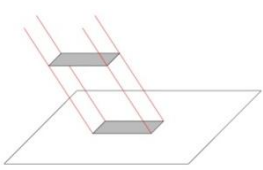
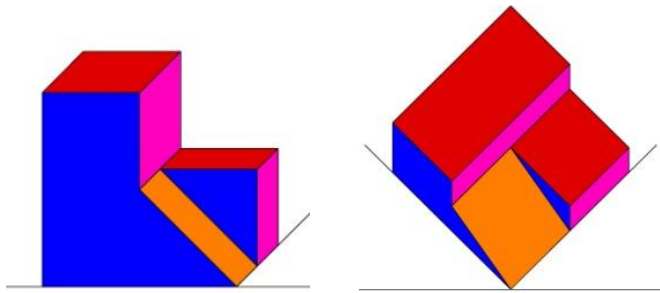
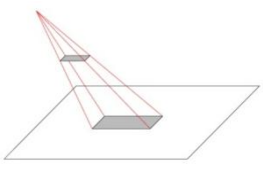
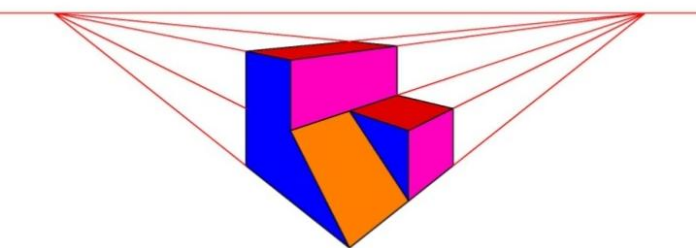
WOOLFOLK, Anita E. (2000). *Psicologia da Educação*. (7.ª edição). (Maria Cristina Monteiro, Trad.). Porto Alegre: ARTMED Editora.

## 6. Índice de Anexos

Anexo 1	Sistemas de Representação abordados em Educação Visual...	43
Anexo 2	Exercícios - Pensamento geométrico.....	45
Anexo 3	Soluções apresentadas pelos alunos.....	46
Anexo 4	Calendário e sumários das aulas dinamizadas.....	50
Anexo 5	Planificação da aula 1 - <i>Distâncias</i> .....	52
Anexo 6	Planificação da aula 2 - <i>Distâncias</i> .....	55
Anexo 7	Exercícios de aplicação - <i>Distâncias</i> .....	58
Anexo 8	Modelos tridimensionais de apoio à resolução dos exercícios - <i>Distâncias</i> .....	60
Anexo 9	Planificação da aula 7 - <i>Sombras</i> .....	62
Anexo 10	Exercícios de aplicação - <i>Sombras</i> .....	65

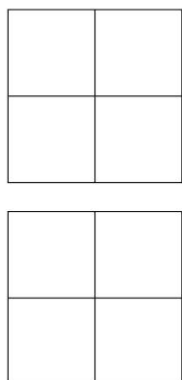
Dos seguintes sistemas de representação, quais abordou na disciplina de Educação Visual?

<div> <div>Projeção</div> <div>Cilíndrica</div> </div>	<div>  <p>Ortogonal</p> </div>	 <p>Dupla projeção ortogonal</p>
		 <p>Método europeu ou do cubo envolvente</p>
		 <p>Axonometrias isométrica e dimétrica</p>

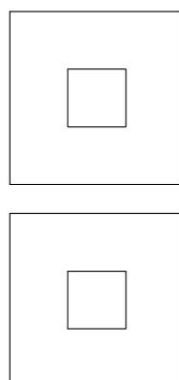
 <p>Oblíqua</p>	 <p>Axonometrias cavaleira e militar</p>
 <p>Cónica</p>	 <p>Perspetiva cónica ou linear</p>

Represente tridimensionalmente os sólidos apresentados em Dupla Projeção Ortogonal.

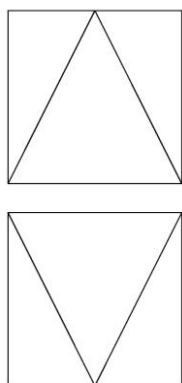
1



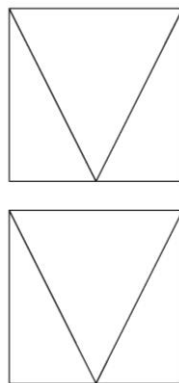
2



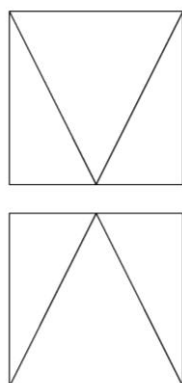
3



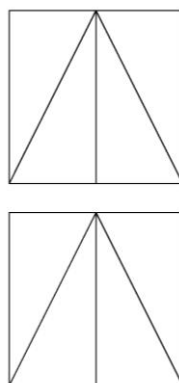
4



5

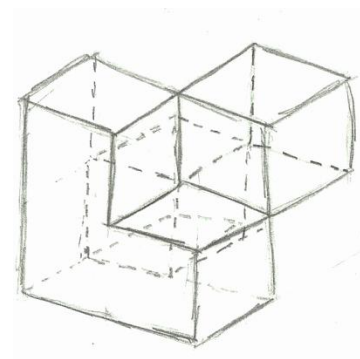
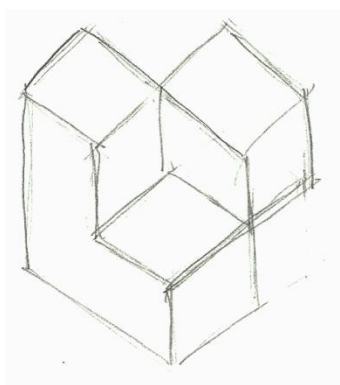
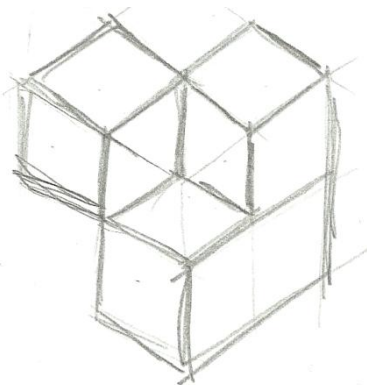


6

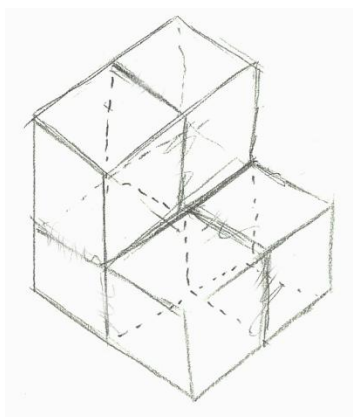
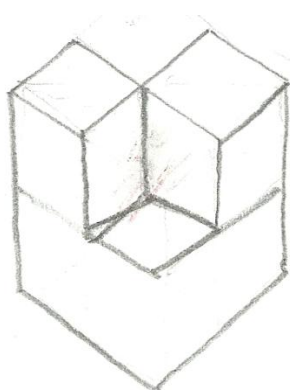


Exercício 1

**Exemplos de soluções corretas**

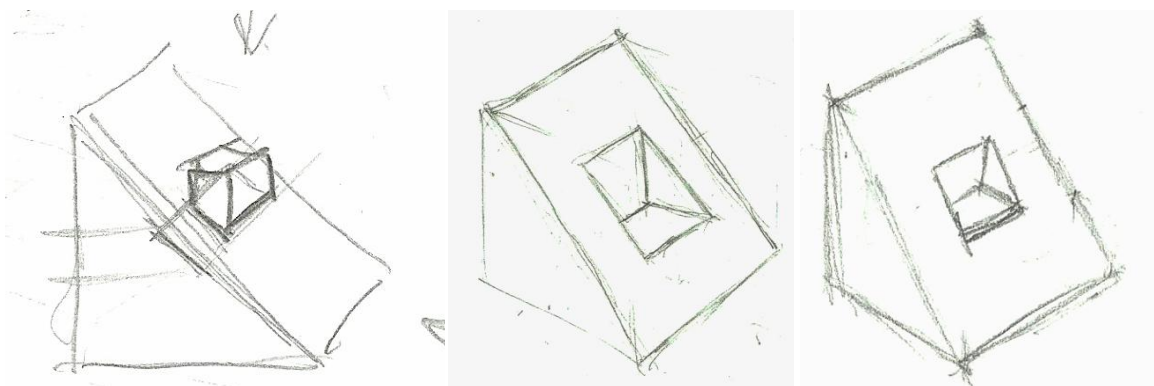


**Exemplos de soluções incorretas**

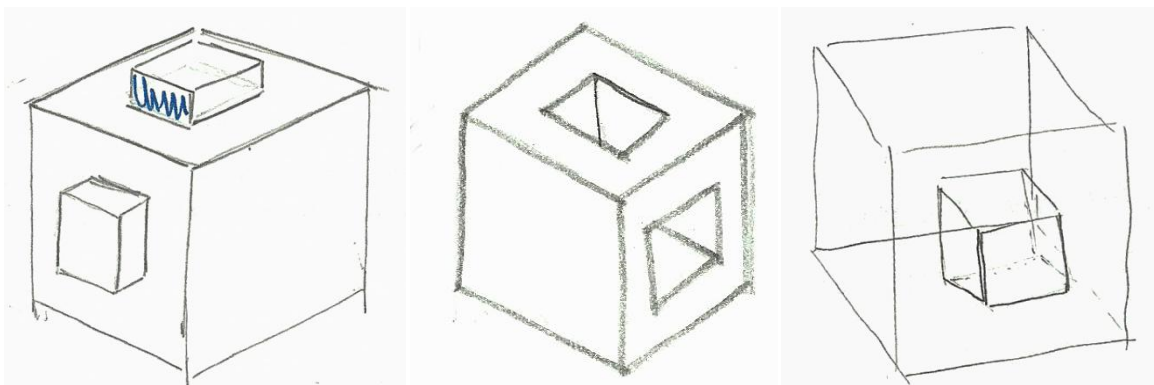


## Exercício 2

### Exemplos de soluções corretas

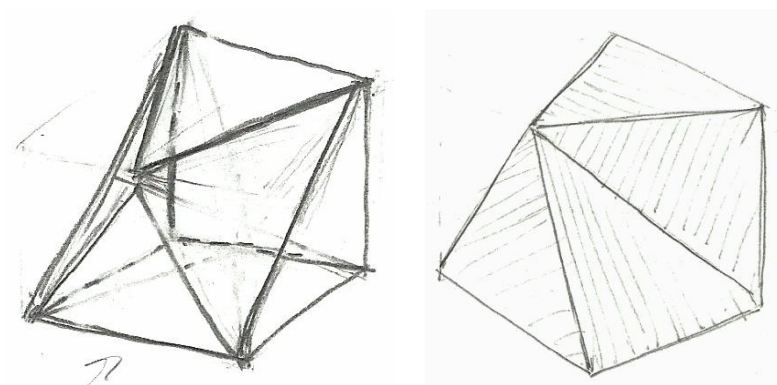


### Exemplos de soluções incorretas



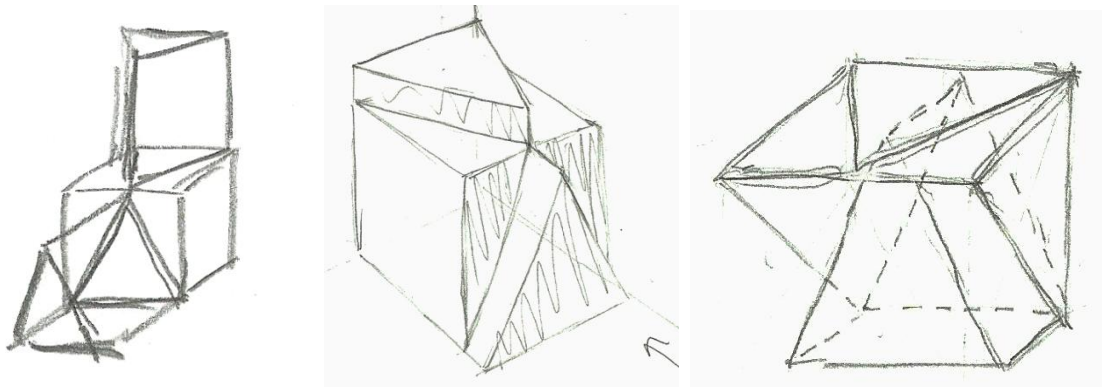
## Exercício 3

### Exemplos de soluções corretas



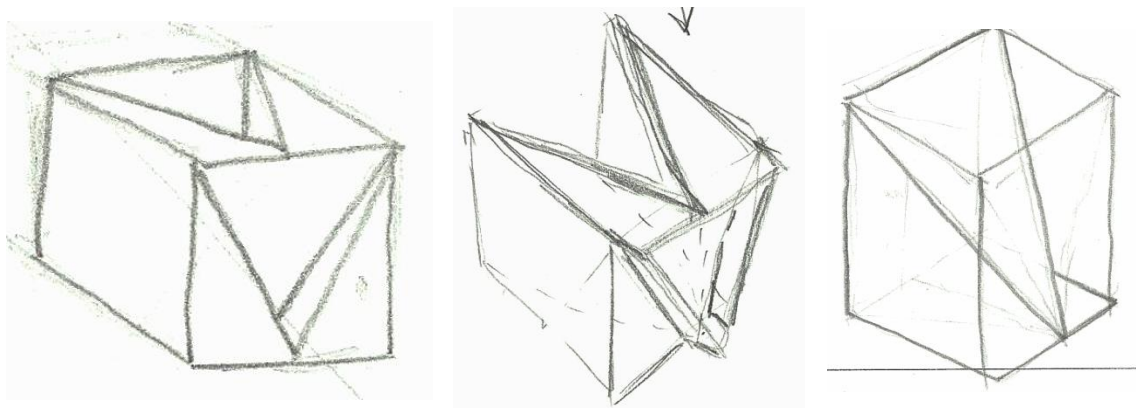


### Exemplos de soluções incorretas



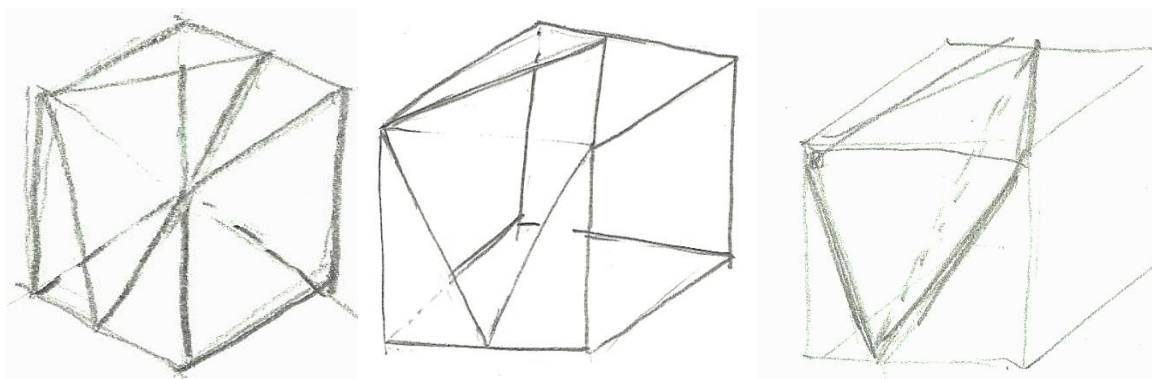
### Exercício 4

#### Exemplos de soluções incorretas



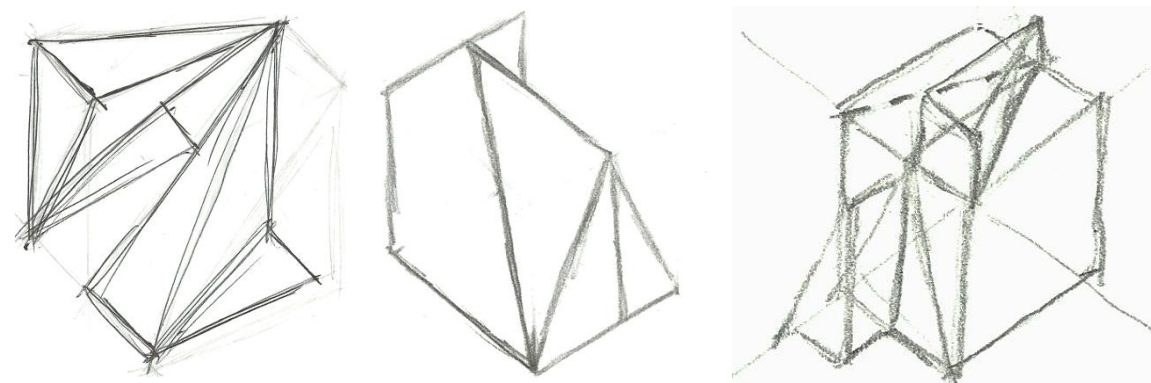
### Exercício 5

#### Exemplos de soluções incorretas



## Exercício 6

### Exemplos de soluções incorretas





**Calendário e sumários  
das aulas dinamizadas**

Ano letivo  
2011/2012

Aula	Dia	Sumários
1	31 de outubro	Distância de um ponto a uma reta paralela a um dos planos de projeção. Distância de um ponto a uma reta oblíqua. Distância de um ponto a uma reta de perfil.
2	4 de novembro	Exercícios de aplicação.
3	5 de dezembro	Representação Diédrica. Métodos Geométricos Auxiliares II e Figuras Planas III. Rebatimento de planos não projetantes: plano de rampa. Construção de figuras planas em planos de rampa. Exercícios de aplicação.
4	9 de dezembro	Representação diédrica. Métodos geométricos auxiliares II e figuras planas III. Rebatimento de planos não projetantes: plano de passante. Construção de figuras planas em planos passantes. Exercícios de aplicação.
5	12 de dezembro	Rebatimento do plano oblíquo.
6	16 de dezembro	Exercícios de aplicação da matéria dada.
7	19 de março	Sombra própria e sombra projetada de pirâmides com bases horizontais, frontais e de perfil, nos planos de projeção. Exercícios de aplicação.
8	11 de abril	Sombra própria e sombra projetada de cones com bases horizontais e frontais, nos planos de projeção.

		Exercícios de aplicação.
9	13 de abril	Sombra própria e sombra projetada de cones com bases de perfil, nos planos de projeção. Exercícios de aplicação.
10	20 de abril	Axonometrias ortogonais: Isometria, Dimetria e Trimetria. Rebatimento de um plano coordenado. Exercícios de aplicação.
11	23 de abril	Método dos cortes. Representação de sólidos simples com bases contidas nos planos coordenados. Exercícios de aplicação.
12	27 de abril	Representação de sólidos simples com bases contidas em planos paralelos aos planos coordenados. Exercícios de aplicação.



### Planificação da aula 1 - *Distâncias*

Ano letivo

2011/2012

Prática pedagógica supervisionada

**Mestrado em Ensino de Artes Visuais**

**no 3º ciclo do Ensino Básico e no Ensino secundário**

Instituição: **Faculdade de Filosofia da Universidade Católica de Braga**

Supervisora da Faculdade: **Ana Sofia Guimarães Thenaisie Coelho**

Escola Cooperante: **Escola Artística de Soares dos Reis**

Orientadora Cooperante: **Susana Maria Coxito Afonso**

Identificação da Professora Estagiária

Nome: **Filipa Isabel Alves Moreira Fernandes**

Grupo de recrutamento: **600**

Departamento: **Expressões**

Informação sobre a aula

Disciplina: **Geometria Descritiva A**

Unidade temática: **Problemas Métricos – Distâncias**

**6ª aula** da unidade temática

Data

Ano/Turma: **12ºC1**

**31 de outubro de 2011**

Sumário: **Distância de um ponto a uma reta paralela a um dos planos de projeção.**

**Distância de um ponto a uma reta oblíqua.**

**Distância de um ponto a uma reta de perfil.**

## CONTEÚDOS

A aula faz parte do conteúdo **3.14 Problemas Métricos**, mais especificamente do ponto **3.14.1.2 Distância de um ponto a uma reta**.

Para este ponto estão contemplados 2 blocos de 90 minutos cada, sendo que o primeiro é de abordagem teórica e o segundo de aplicação prática dos conteúdos.

Este ponto constitui a conclusão do estudo das distâncias e pressupõe, para que a sua compreensão se faça, que os seguintes conteúdos da disciplina estejam consolidados:

### **3. Representação Diédrica**

3.1 Ponto

3.2 Segmento de reta

3.3 Reta

3.5 Plano

3.6 Interseções

3.8 Métodos Geométricos Auxiliares I

3.8.3.4 Rebatimento de planos projetantes

3.12 Perpendicularidade de retas e de planos

3.14 Problemas Métricos

3.14.1.1 Distância entre dois pontos

## **OBJETIVOS/COMPETÊNCIAS**

Aplicar conhecimentos referentes:

- a projeções de pontos;
- posições de segmentos de reta e retas em relação aos planos de projeção;
- definição do plano, pontos pertencentes a planos, retas pertencentes a planos;
- posição de planos em relação aos planos de projeção;
- rebatimento de planos vertical e de topo;
- interseção de retas com planos projetantes e não projetantes;
- perpendicularidade entre retas e ortogonalidade entre retas e planos.

Explicar como se desenvolve espacialmente o processo para a determinação da distância entre dois pontos e um ponto a um plano.

Depreender de que forma se desenvolve espacialmente o processo para a determinação da distância de um ponto a uma reta aplicando os conhecimentos adquiridos de perpendicularidade e ortogonalidade entre retas.

Compreender e representar em dupla projeção ortogonal todo o processo para a determinação da distância de um ponto a uma reta paralela a um dos planos de projeção e oblíqua a estes.

Conhecer aspectos da normalização relativos ao material e equipamento de desenho e às convenções gráficas.

Utilizar corretamente os materiais e instrumentos cometidos ao desenho rigoroso.

## **ESTRATÉGIAS/ATIVIDADES**

### **Introdução:**

Enunciação dos objetivos a cumprir na aula. (5 minutos)

### **Análise:**

Reflexão sobre a distância de um ponto a uma reta paralela a um dos planos de

projeção. (5 minutos)

**Desenvolvimento:**

Representação da distância de um ponto a uma reta paralela a um dos planos de projeção. (20 minutos)

**Análise:**

Reflexão sobre a distância de um ponto a uma reta oblíqua aos planos de projeção. (10 minutos)

**Desenvolvimento:**

Representação da distância de um ponto a uma reta oblíqua aos planos de projeção. (20 minutos)

**Aplicação:**

Resolução de exercícios: Distância de um ponto a uma reta paralela a um dos planos de projeção, oblíqua e de perfil. (30 minutos)

**Técnicas e instrumentos de avaliação:**

A recolha de dados para a avaliação far-se-á através da observação direta das atividades realizadas durante a execução do trabalho; das intervenções orais e das atitudes reveladas durante as atividades. A matéria de que é alvo este plano será posteriormente submetida a uma avaliação sumativa.

## RECURSOS/MATERIAIS

**Material a utilizar pela professora:**

- Quadro branco;
- Marcadores para quadro branco.

**Material a utilizar pelo aluno:**

- Bloco de papel cavalinho A3;
- Régua, esquadro e transferidor ou esquadro graduado;
- Compasso;
- Lápis e afia ou lapiseira (HB);
- Borracha.



## Planificação da aula 2 - *Distâncias*

Ano letivo

2011/2012

Prática pedagógica supervisionada

**Mestrado em Ensino de Artes Visuais**

**no 3º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário**

Instituição: **Faculdade de Filosofia da Universidade Católica de Braga**

Supervisora da Faculdade: **Ana Sofia Guimarães Thenaisie Coelho**

Escola Cooperante: **Escola Artística de Soares dos Reis**

Orientadora Cooperante: **Susana Maria Coxito Afonso**

Identificação da Professora Estagiária

Nome: **Filipa Isabel Alves Moreira Fernandes**

Grupo de recrutamento: **600**

Departamento: **Expressões**

Informação sobre a aula

Disciplina: **Geometria Descritiva A**

Unidade temática: **Problemas Métricos – Distâncias**

**7ª aula** da unidade temática

Data

Ano/Turma: **12ºC1**

**4 de novembro de 2011**

Sumário: **Exercícios de aplicação.**

## CONTEÚDOS

A aula faz parte do conteúdo **3.14 Problemas Métricos**, mais especificamente do ponto **3.14.1.2 Distância de um ponto a uma reta**.

Para este ponto estão contemplados 2 blocos de 90 minutos cada, sendo que o primeiro é de abordagem teórica e o segundo de aplicação prática dos conteúdos.

Este ponto constitui a conclusão do estudo das distâncias e pressupõe, para que a sua compreensão se faça, que os seguintes conteúdos da disciplina estejam



consolidados:

### **3. Representação Diédrica**

3.1 Ponto

3.2 Segmento de reta

3.3 Reta

3.5 Plano

3.6 Interseções

3.8 Métodos Geométricos Auxiliares I

3.8.3.4 Rebatimento de planos projetantes

3.12 Perpendicularidade de retas e de planos

3.14 Problemas Métricos

3.14.1.1 Distância entre dois pontos

## **OBJETIVOS/COMPETÊNCIAS**

Aplicar conhecimentos referentes:

- a projeções de pontos;
- posições de segmentos de reta e retas em relação aos planos de projeção;
- definição do plano, pontos pertencentes a planos, retas pertencentes a planos;
- posição de planos em relação aos planos de projeção;
- rebatimento de planos vertical e de topo;
- interseção de retas com planos projetantes e não projetantes;
- perpendicularidade entre retas e ortogonalidade entre retas e planos.

Depreender de que forma se desenvolve espacialmente o processo para a determinação da distância de um ponto a uma reta aplicando os conhecimentos adquiridos de perpendicularidade e ortogonalidade entre retas.

Compreender, explorando cada um dos quatro modelos tridimensionais disponibilizados, todo o processo para a determinação da distância de um ponto a uma reta paralela a um dos planos de projeção e oblíqua a estes.

Representar em dupla projeção ortogonal todo o processo para a determinação da distância de um ponto a uma reta.

Conhecer aspectos da normalização relativos ao material e equipamento de desenho e às convenções gráficas.

Utilizar corretamente os materiais e instrumentos cometidos ao desenho rigoroso.

Relacionar-se responsavelmente dentro de grupos de trabalho, adotando atitudes comportamentais construtivas, solidárias tolerantes e de respeito.

## **ESTRATÉGIAS/ATIVIDADES**

### **Introdução:**

Enunciação dos objetivos a cumprir na aula. (5 minutos)

### **Trabalho de grupo (4 grupos de 5 elementos cada):**

Resolução de exercícios recorrendo à exploração dos modelos tridimensionais de forma

depreender o processo de determinação da distância de um ponto a uma reta. (85 minutos)

**Técnicas e instrumentos de avaliação:**

A recolha de dados para a avaliação far-se-á através da observação direta das atividades realizadas durante a execução do trabalho; das intervenções orais e das atitudes reveladas durante as atividades. A matéria de que é alvo este plano será posteriormente submetida a uma avaliação sumativa.

## **RECURSOS/MATERIAIS**

**Material disponibilizado pelo professor:**

- Modelos tridimensionais;
- Proposta de trabalho.

**Material a utilizar pelo aluno:**

- Bloco de papel cavalinho A3;
- Régua, esquadro e transferidor ou esquadro graduado;
- Compasso;
- Lápis e afia ou lapiseira (HB);
- Borracha.

Exercícios de aplicação - *Distâncias*

Ano letivo

2011/2012

**1**

Determine as projeções e a verdadeira grandeza da distância do ponto **A** (2; 9; 6) à reta horizontal **n**, sabendo que faz um ângulo de  $45^\circ$  (a.d.) com o Plano Frontal de Projeção e o seu traço frontal tem abcissa nula e 6 cm de cota.

**2**

Determine as projeções e a verdadeira grandeza da distância do ponto **B** (2; 9; 10) à reta horizontal **n** do exercício anterior.

**3**

São dados uma reta **m**, oblíqua, e um ponto **P** (3; 2; 2). A reta **m** é paralela ao bisetor dos diedros ímpares ( $\beta_{13}$ ) e o seu traço frontal tem -4 de abcissa e 2 cm de cota. A projeção horizontal da reta **m** faz um ângulo de  $30^\circ$  (a.e.) com o eixo **X**. Determine as projeções e a verdadeira grandeza da distância do ponto **P** à reta **m**.

**4**

É dada uma reta **r**, oblíqua, do bisetor dos diedros pares ( $\beta_{24}$ ). A reta **r** é concorrente com o eixo **X** num ponto com abcissa nula e a sua projeção frontal faz um ângulo de  $45^\circ$  (a.d.) com o eixo **X**.

É dado, também, um ponto **A** (0; 4; 3). Determine as projeções e a verdadeira grandeza da distância do ponto **A** à reta **r**.

**5**

Determine as projeções e a verdadeira grandeza da distância do ponto **A** (0; 5; 6) à reta de perfil **p**, sabendo que esta é paralela ao bisetor dos diedros pares ( $\beta_{24}$ ) e o seu traço frontal tem abcissa nula e 4 cm de cota.

**6**

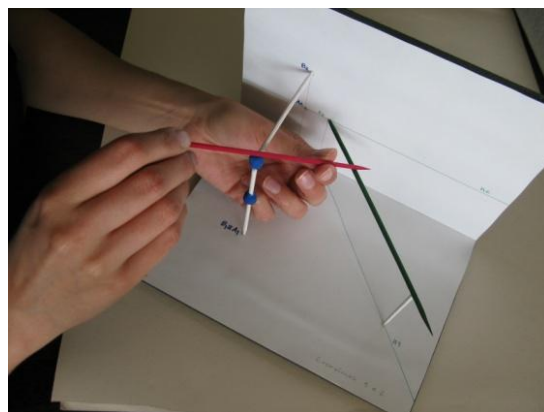
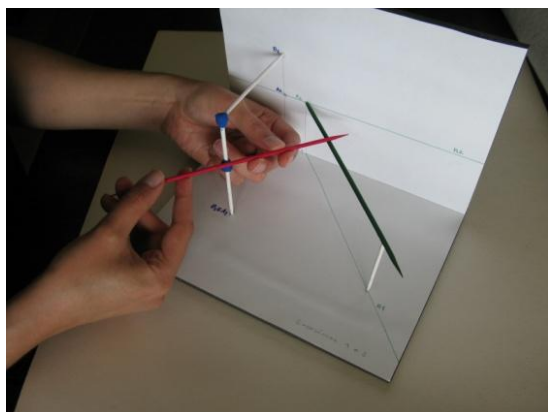
Determine as projeções e a verdadeira grandeza da distância do ponto **A**, do exercício anterior, à reta de perfil **p'**, paralela ao bissetor dos diedros ímpares ( $\beta_{13}$ ), sabendo que o seu traço horizontal tem abcissa nula e -4 cm de afastamento.

**7**

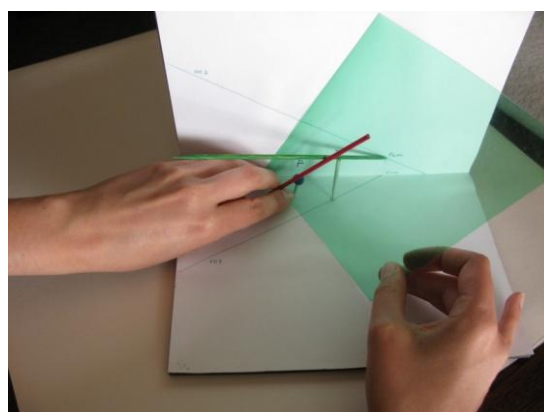
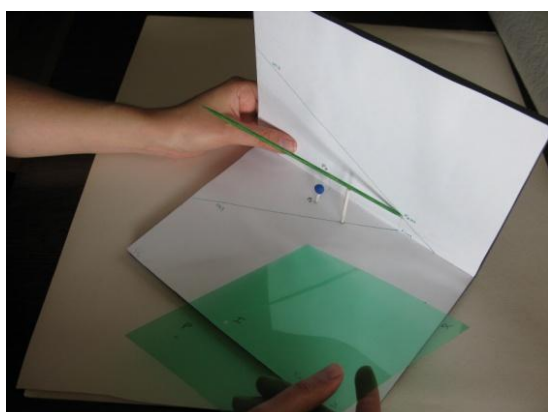
Determine as projeções e a verdadeira grandeza da distância do ponto **A** ( 5; 6; 2) à reta de perfil **p** que pertence ao bissetor dos diedros ímpares ( $\beta_{13}$ ) e tem 1 cm de abcissa.

**8**

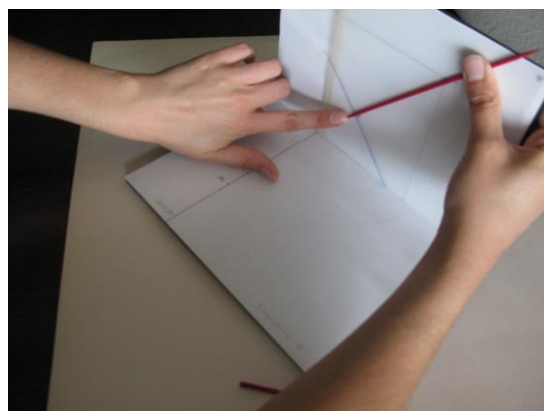
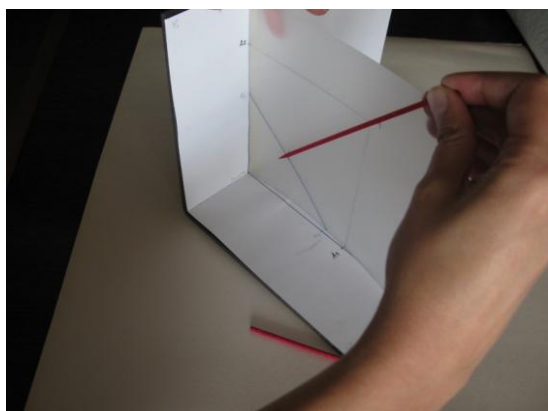
São dados uma reta **p**, de perfil, e um ponto **M** ( 3; -1; 5). A reta **p** é passante e contém o ponto **A** (-1; 2; 5). Determine as projeções e a verdadeira grandeza da distância do ponto **M** à reta **p**.



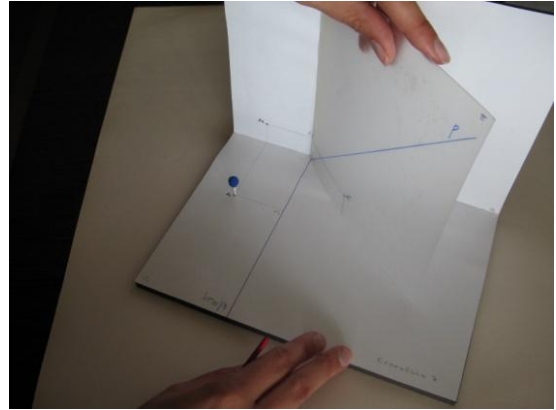
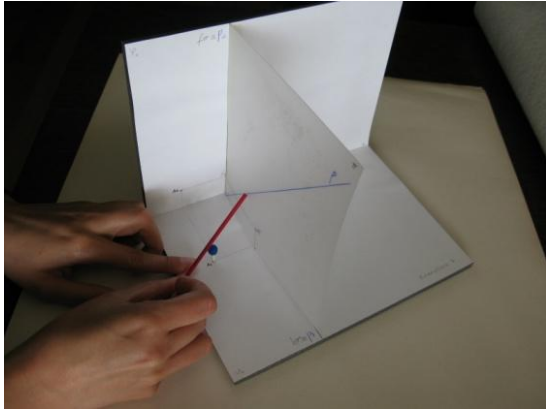
Exercícios 1 e 2



Exercício 3



Exercício 5



Exercício 7

---

Planificação da aula 7 - *Sombras*

Ano letivo  
2011/2012

Prática pedagógica supervisionada

**Mestrado em Ensino de Artes Visuais**

**no 3º ciclo do Ensino Básico e no Ensino secundário**

Instituição: **Faculdade de Filosofia da Universidade Católica de Braga**

Supervisora da Faculdade: **Ana Sofia Guimarães Thenaisie Coelho**

Escola Cooperante: **Escola Artística de Soares dos Reis**

Orientadora Cooperante: **Susana Maria Coxito Afonso**

Identificação da Professora Estagiária

Nome: **Filipa Isabel Alves Moreira Fernandes**

Grupo de recrutamento: **600**

Departamento: **Expressões**

Informação sobre a aula

Disciplina: **Geometria Descritiva A**

Unidade temática: **Sombras**

**12.ª aula** da unidade temática

Ano/Turma: **12.ºC1**

Data

**19 de março de 2012**

Sumário: **Sombra própria e sombra projetada de pirâmides com bases horizontais, frontais e de perfil, nos planos de projeção. Exercícios de aplicação.**

## CONTEÚDOS

A aula faz parte do conteúdo **3.18 Sombras**, mais especificamente do ponto **3.18.6 Sombra própria e sombra projetada de pirâmides com bases horizontais, frontais e de perfil, nos planos de projeção**.

Esta unidade pressupõe, para que a sua compreensão se faça, que os conhecimentos adquiridos no primeiro ano da disciplina estejam consolidados.

### 3. Representação Diédrica

#### 3.1 Ponto

- 3.2 Segmento de reta
- 3.3 Reta
- 3.4 Figuras planas I
- 3.5 Plano
- 3.7 Sólidos I
- 3.8 Métodos Geométricos Auxiliares I
  - 3.8.3.4 Rebatimento de planos projetantes
- 3.9 Figuras Planas II
- 3.10 Sólidos II
- 3.18 Sombras

## OBJETIVOS/COMPETÊNCIAS

Compreender e explicar como se desenvolve espacialmente todo o processo para a determinação da sombra própria e sombra projetada de pirâmides.

Construir tridimensionalmente problemas de sombras de pirâmides.

Compreender e representar em dupla projeção ortogonal todo o processo para a determinação da sombra própria e sombra projetada de pirâmides com bases horizontais, frontais e de perfil, nos planos de projeção.

Conhecer aspectos da normalização relativos ao material e equipamento de desenho e às convenções gráficas.

Utilizar corretamente os materiais e instrumentos cometidos ao desenho rigoroso.

## ESTRATÉGIAS/ATIVIDADES

### **Introdução:**

Enunciação dos objetivos a cumprir na aula. (5 minutos)

### **Análise:**

Reflexão sobre sombra própria e sombra projetada de pirâmides com bases horizontais, frontais e de perfil, nos planos de projeção, recorrendo ao modelo tridimensional construído no programa *3ds Max*. (20 minutos)

### **Desenvolvimento:**

Representação, em dupla projeção ortogonal, de uma pirâmide quadrangular regular. No primeiro exercício, a base está assente no plano horizontal de projeção, no segundo num plano horizontal em que o seu vértice tem cota nula, e no terceiro com base de perfil. Os exercícios serão acompanhados pela professora através da projeção dos exercícios resolvidos no *GeoGebra*.

(30 minutos)

### **Técnicas e instrumentos de avaliação:**

A recolha de dados para a avaliação far-se-á através da observação direta das atividades realizadas durante a execução do trabalho; das intervenções orais e das atitudes reveladas durante as atividades. A matéria de que é alvo este plano será posteriormente submetida a uma avaliação sumativa.



## RECURSOS/MATERIAIS

### **Material a utilizar pela professora:**

- Modelos tridimensionais construídos no programa *3ds Max*;
- Computador com software: *PowerPoint* e *GeoGebra*
- Videoprojetor.

### **Material a fornecer aos alunos:**

- Exercícios

### **Material a utilizar pelo aluno:**

- Bloco de papel cavalete A3;
- Régua, esquadro e transferidor ou esquadro graduado;
- Compasso;
- Lápis e afia ou lapiseira (HB);
- Borracha.

Sombra própria e sombra projetada nos planos de projeção de pirâmides com bases horizontais, frontais e de perfil.

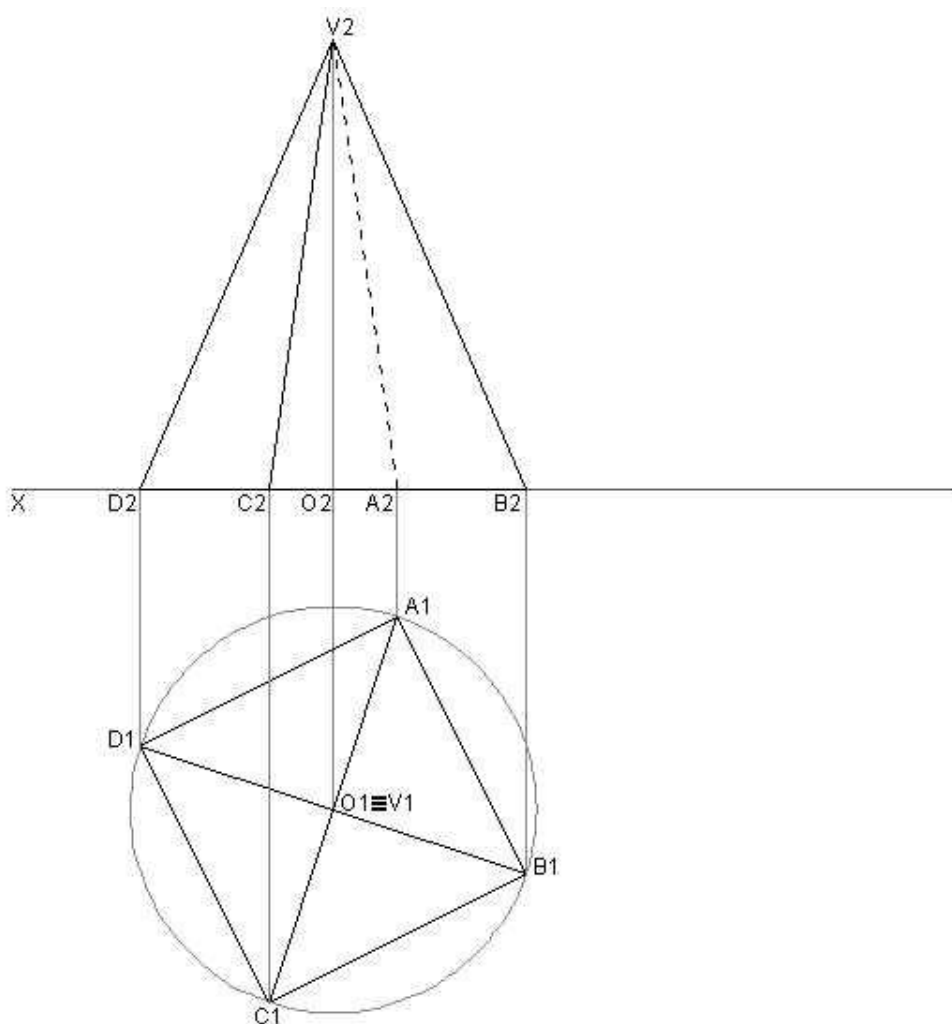
**1**

Desenhe as projeções de uma pirâmide quadrangular regular, situada no 1º diedro e com base **[ABCD]** contida no plano horizontal de projeção.

O centro da base é o ponto **O** (2; 5; 0) e o vértice **A** tem 1 cm de abscissa e 2 cm de afastamento.

A pirâmide tem 7 cm de altura.

Considere a direção luminosa convencional e determine a sombra própria da pirâmide e a sua sombra projetada nos planos de projeção. (MULLER, 2010: 173)



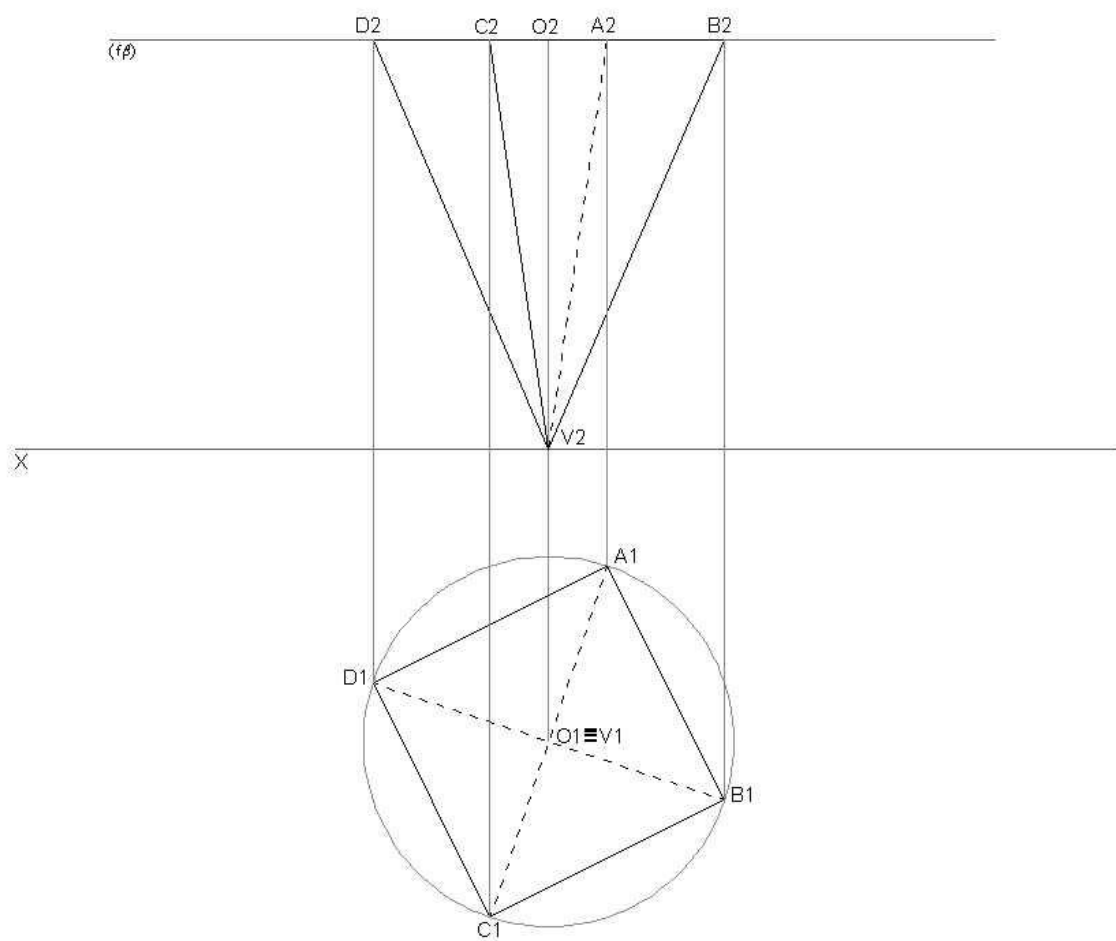
2

Desenhe as projeções de uma pirâmide quadrangular regular, situada no 1º diedro e com base  $[ABCD]$  contida num plano horizontal.

Os pontos  $A(0; 2; 7)$  e  $C(2; 8; 7)$  são dois vértices opostos da base.

O vértice  $V$  da pirâmide pertence ao plano horizontal de projeção.

Considere a direção luminosa convencional e determine a sombra própria da pirâmide e a sua sombra projetada nos planos de projeção. (MULLER, 2010: 175)



3

Desenhe as projeções de uma pirâmide quadrangular regular, situada no 1º diedro e com base [ABCD] contida num plano de perfil.

Os pontos **A** (0; 0; 5) e **B**, com 2 cm de afastamento e 1 cm de cota, são dois vértices consecutivos do quadrado [ABCD] da base.

O vértice **V** da pirâmide tem -7 cm de abscissa.

Considere a direção luminosa convencional e determine a sombra própria da pirâmide e a sua sombra projetada nos planos de projeção. (MULLER, 2010: 176)

